تم تحميل وعرض المادة من :

موقع واجباتي
www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر
حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترتقي بمجال التعليم
على الإنترنت ويستطيع الطلاب تصفح حلول الكتب مباشرة
لجميع المراحل التعليمية المختلفة

GET IT ON Google Play
Download on the App Store

حمل التطبيق من هنا



ملخص

الرياضيات

ثالث متوسط

الفصل الدراسي الأول

١٤٤٨



ملخص الرياضيات

شرح مبسط وأمثلة وتدريبات ومراجعة

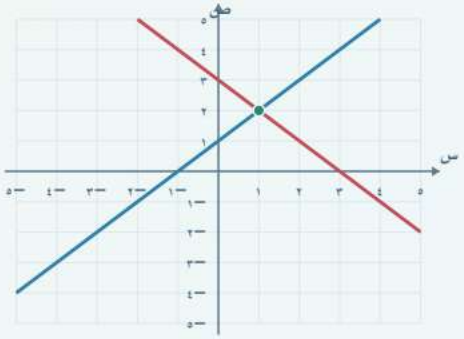
موقع حقيبتي

ملخص الرياضيات

للصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الأول

١٤٤٨ هـ



أفهم | أطبق | أتحقق

١ المعادلات الخطية

٢ العلاقات والدوال الخطية

٣ الدوال الخطية

٤ المتباينات الخطية

٥ أنظمة المعادلات الخطية

قواعد مختصرة، وخطوات واضحة، ورسوم مساعدة، وتدريبات مع إجابات للتحقق.

دليل الملخص

الفصلان الأول والثاني

أضغط على اسم الدرس للانتقال إليه. أرقام هذا الدليل تخص صفحات الملخص، ومراجع الكتاب في أسفل الصفحات.

الفصل الأول: المعادلات الخطية

١	المعادلات	٥
٢	حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة	٩
٣	حل المعادلات المتعددة الخطوات	١٥
٤	حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها	١٨
٥	حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة	٢١
✓	مراجعة الفصل وتدريباته	٢٤

الفصل الثاني: العلاقات والدوال الخطية

١	العلاقات	٢٧
٢	الدوال	٣٠
٣	تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا	٣٣
٤	حل المعادلات الخطية بيانيًا	٣٧
٥	معدل التغير والميل	٤٠
٦	المتتابعات الحسابية كدوال خطية	٤٣
✓	مراجعة الفصل وتدريباته	٤٦

ملخص الرياضيات

دليل الملخص

الفصول الثالث والرابع والخامس

أبدأ بالفكرة، وأتابع المثال، ثم أغطي إجابة التدريب وأحل بنفسي. وأراجع نتيجة الحل وإشارته ووحدته.

الفصل الثالث: الدوال الخطية

١	تمثيل المعادلات بصيغة الميل والمقطع	٤٩
٢	كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع	٥٢
٣	كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة	٥٥
٤	المستقيمات المتوازية والمتعامدة	٥٨
✓	مراجعة الفصل وتدريباته	٦١

الفصل الرابع: المتباينات الخطية

١	حل المتباينات بالجمع أو بالطرح	٦٤
٢	حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة	٦٧
٣	حل المتباينات المتعددة الخطوات	٧٠
٤	حل المتباينات المركبة	٧٣
٥	حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة	٧٦
✓	مراجعة الفصل وتدريباته	٧٩

الفصل الخامس: أنظمة المعادلات الخطية

١	حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا	٨٢
٢	حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض	٨٥
٣	الحذف باستعمال الجمع أو الطرح	٨٨
٤	الحذف باستعمال الضرب	٩١
٥	تطبيقات على أنظمة المعادلات الخطية	٩٤
✓	مراجعة الفصل وتدريباته	٩٧

المعادلات الخطية

الفصل الأول

شرح مختصر • أمثلة بخطوات • تدريب ومراجعة

الفصل الأول

المعادلات الخطية



$$س + ٣ = ٤$$

ماذا سأتعلم؟

- أفهم المعادلة وأجد مجموعة حلها.
- أحل المعادلات بخطوة أو بعدة خطوات.
- أجمع حدود المتغير وأستعمل خاصية التوزيع.
- أحل معادلات القيمة المطلقة وأتحقق من الحالتين.

أقرأ القاعدة، وأتبع المثال، ثم أحل التدريب وأتحقق من الحساب والإشارة والوحدة.

المعادلات الخطية

١ المعادلات

ما المعادلة؟ وكيف أجد مجموعة الحل؟

الجملة المفتوحة تحتوي على متغير، وإذا اشتملت على إشارة المساواة سميت معادلة. والحل يجعل طرفي المعادلة متساويين.

عبارة جبرية	معادلة
٣س + ٧	٣س + ٧ = ١٣

مجموعة التعويض ومجموعة الحل

مجموعة التعويض: الأعداد التي أجربها مكان المتغير. مجموعة الحل: القيم التي تحقق المعادلة. وكل عدد في المجموعة يسمى عنصراً.

مثال: أجرب قيم ك

المعادلة ٢ ك + ٥ = ١٣، ومجموعة التعويض {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

ك	قيمة الطرف: ٢ك + ٥	هل تساوي ١٣؟
٢	٩	لا
٣	١١	لا
٤	١٣	نعم ✓
٥	١٥	لا
٦	١٧	لا

عند ك = ٤: ٢ × ٤ + ٥ = ١٣ . إذن مجموعة الحل {٤}.

أتدرب بنفسي

١ أوجد مجموعة حل ن + ١٠ = ٢٣ إذا كانت مجموعة التعويض {١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥}.

٢ أوجد مجموعة حل $\frac{\text{ج}}{٢} = ٧$ من مجموعة التعويض نفسها.

أتحقق من إجابتي

١) {١٣}؛ لأن ١٣ + ١٠ = ٢٣.

٢) {١٤}؛ لأن ١٤ ÷ ٢ = ٧.

المعادلات الخطية

١ المعادلات

أستعمل ترتيب العمليات قبل إيجاد قيمة المتغير

إذا كان أحد طرفي المعادلة عبارة عددية، أحسب قيمتها بالترتيب الصحيح، ثم أحدد قيمة المتغير.

١	←	٢	←	٣	←	٤
الأقواس		القوى		الضرب والقسمة		الجمع والطرح

مثال: أجد قيمة ب

المعادلة	ب = ٦ + (٥ ^{٢} − ٥) ÷ ٢	أبدأ بالعبارة داخل القوسين.
أحل	ب = ٦ + (٢٥ − ٥) ÷ ٢	أحسب القوة داخل القوسين: ٥^{2} = ٢٥.
أحل	ب = ٦ + ٢٠ ÷ ٢	أطرح داخل القوسين.
أحل	ب = ٦ + ١٠	أنفذ القسمة قبل الجمع.
الناتج	ب = ١٦	إذن ب تساوي ١٦.

أكتشف الخطأ

في العبارة ٤ + ٦ ÷ ٨ أنفذ القسمة أولاً، ثم أجمع:

$$٤ + \frac{٦}{٨} = ٤.٧٥$$

جمع ٤ و٦ أولاً يغير معنى العبارة، ويعطي إجابة غير صحيحة.

أتدرب بنفسي

١ أوجد ت إذا كانت ت = ٩ ^{٢} ÷ (٥ − ٢).

٢ أوجد س إذا كانت س = ٤ (٦) + ٣.

أتحقق من إجابتي

١) ت = ٢٧ ؛ لأن ٨١ ÷ ٣ = ٢٧.

٢) س = ٢٧ ؛ أضرب ٤ في ٦، ثم أضيف ٣.

! عند تساوي رتبة العمليات أنفذها بترتيب ورودها في العبارة؛ ولا أقدم الجمع على القسمة.

المعادلات الخطية

١ المعادلات

أميز الحل الوحيد وعدم وجود حل والمتطابقة

لا أحكم على عدد الحلول من شكل المعادلة وحده. أبسط الطرفين، ثم ألاحظ العلاقة بينهما.

حل وحيد في هذا المثال

$$ن + ١ = ١٠$$

القيمة الوحيدة التي تجعل المساواة صحيحة هي ن = ٩؛ لأن ٩ + ١ = ١٠.

لا يوجد حل

$$٥ن + ٦ = ٥ن + ٧$$

الحد ٥ن هو نفسه في الطرفين، لكن ٦ لا تساوي ٧. لذلك لا توجد قيمة لـ ن تحقق المعادلة. مجموعة الحل فارغة: ∅.

متطابقة: صحيحة لكل عدد حقيقي

$$٣(ب + ١) - ٥ = ٣ب - ٢$$

أوزع ثم أبسط الطرف الأيمن: ٣ب + ٣ − ٥ = ٣ب − ٢. فيساوي الطرف الآخر دائمًا، ومجموعة الحل هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

أتدرب بنفسي

١ صنف ١٥ن + ٩ = ١٥ن + ٩.

٢ صنف ص + ٣ = ص + ٦.

أتحقق من إجابتي

١) متطابقة؛ الطرفان متساويان لكل قيمة حقيقية لـ ن.

٢) لا يوجد حل؛ الطرفان يختلفان بمقدار ٣.

أنتبه: بعض المعادلات لها حلان. مثل $س^{٢} + ٥ = ٣٠$؛ حلولها س = ٥ وس = −٥، لأن مربع كل منهما ٢٥.

المعادلات الخطية

١ المعادلات

أعوض عن أحد المتغيرين لأجد الآخر

أعوض بقيمة أحد المتغيرين، ثم أحسب قيمة الآخر. وأنظم القيم في جدول.

مثال: أكون جدول قيم

ص = ٣س − ٢

قيمة س	قيمة ص = ٣س − ٢
−٢	−٨
−١	−٥
٠	−٢
١	١
٢	٤

مثلاً عند س = −٢: ٣ × (−٢) − ٢ = −٨. كل صف يحقق المعادلة.

مثال من الكتاب: فاتورة هاتف

رسم شهري ٣٥ ريالاً، وربع ريال لكل دقيقة. مدة الاتصال م بالدقائق، والمبلغ ك بالريالات.

ك = ٣٥ + ٠.٢٥م

المعادلة ← ك = ٣٥ + ٠.٢٥ (٨٠) أعوض بـ ٨٠ دقيقة.

الناتج ← ك = ٥٥ تكلفة الدقائق ٢٠؛ ثم أضيف ٣٥ ريالاً.

أتدرب بنفسي

١ إذا كانت ص = −٢س − ٣، فأوجد ص عندما س = −٢.

٢ تقطع سيارة ١٠٤ كلم في الساعة. اكتب معادلة لزمن قطع ٣١٢ كلم، ثم حلها.

أتحقق من إجابتي

١) ص = ١؛ لأن −٢ × (−٢) − ٣ = ١.

٢) ١٠٤ز = ٣١٢؛ إذن ز = ٣ ساعات.

! أكتب وحدة كل كمية. وفي مثال الهاتف أضرب سعر الدقيقة في عدد الدقائق، ثم أضيف الرسم الثابت.

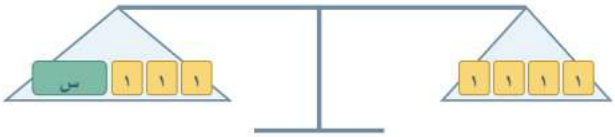
المعادلات الخطية

٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

أحافظ على المساواة وأختار العملية العكسية

هدفي أن يبقى المتغير وحده في أحد الطرفين. لذلك أستخدم العملية العكسية، وأطبق العملية نفسها على الطرفين حتى تبقى المساواة صحيحة.

أرى الفكرة في الميزان



س + ٣ = ٤

س وثلاث وحدات تساوي أربع وحدات.



س = ١

أزيل ثلاث وحدات من كل طرف.

عندما أزيل المقدار نفسه من الطرفين تبقى الكفتان متوازنتين.

كيف أختار العملية؟

ما العملية على المتغير؟	العملية العكسية على الطرفين	مثال
طُرح منه عدد	أضيف العدد نفسه	جـ − ٢٢ = ٥٤
أضيف إليه عدد	أطرح العدد نفسه	٦٣ + م = ٧٩
ضُرب في عدد غير صفر	أقسم على العدد نفسه	٣ر = ٣٩
قُسم على عدد غير صفر	أضرب في العدد نفسه	$\frac{ن}{٧}$ = ٥

ما المعادلات المتكافئة؟

هي معادلات لها مجموعة الحل نفسها. مثل س + ٣ = ٤ وس = ١ . في كل منهما الحل س = ١.

لا أغير طرفًا واحدًا فقط. ولا أقسم على الصفر. وعند الضرب في عدد للمحافظة على التكافؤ يجب أن يكون غير صفر.

المعادلات الخطية

٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حل معادلات الجمع والطرح خطوة بخطوة

إذا طُرح عدد من المتغير أضيفه إلى الطرفين. وإذا أضيف عدد إلى المتغير أطرحه من الطرفين.

مثال ١: أستعمل الجمع

المعادلة ←	جـ − ٢٢ = ٥٤	أريد جـ وحدها.
أحل ←	جـ − ٢٢ + ٢٢ = ٥٤ + ٢٢	أضيف ٢٢ إلى كلا الطرفين.
الناتج ←	جـ = ٧٦	أبسط كل طرف.

أتحقق: ٧٦ − ٢٢ = ٥٤ ✓

مثال ٢: أستعمل الطرح

المعادلة ←	٦٣ + م = ٧٩	المتغير م أضيف إليه ٦٣.
أحل ←	٦٣ + م − ٦٣ = ٧٩ − ٦٣	أطرح ٦٣ من كلا الطرفين.
الناتج ←	م = ١٦	أبسط؛ فيبقى م وحده.

أتحقق: ٦٣ + ١٦ = ٧٩ ✓

أتدرب بنفسي

١ حل وتحقق: ق + ٥ = ٣٣.

٢ حل وتحقق: ف + ١٦ = −١٢.

أتحقق من إجابتي

١) ق = ٢٨؛ أطرح ٥ من الطرفين. التحقق: ٢٨ + ٥ = ٣٣.

٢) ف = −٢٨؛ أطرح ١٦ من الطرفين. التحقق: −٢٨ + ١٦ = −١٢.

! أتحقق بالتعويض في المعادلة الأصلية، لأن المطلوب أن يحقق الحل هذه المعادلة.

المعادلات الخطية

٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حل معادلات الضرب والقسمة خطوة بخطوة

إذا كان المتغير مضروباً في عدد، أقسم الطرفين عليه. وإذا كان مقسوماً على عدد، أضرب الطرفين فيه.

مثال ١: أقسم على المعامل السالب

المعادلة ←	$-٣ر = ٣٩$	معامل ر هو -٣.
أحل ←	$\frac{-٣ر}{-٣} = \frac{٣٩}{-٣}$	أقسم كلا الطرفين على -٣.
الناتج ←	$ر = -١٣$	موجب مقسوم على سالب يعطي سالباً.

أتحقق: $-٣ \times (-١٣) = ٣٩$ ✓

مثال ٢: أضرب في المقام

المعادلة ←	$\frac{س}{٣} = ٩$	س مقسوم على ٣.
أحل ←	$٣ \times \frac{س}{٣} = ٩ \times ٣$	أضرب كلا الطرفين في ٣.
الناتج ←	$س = ٢٧$	أختصر، وأتحقق: $٢٧ \div ٣ = ٩$.

أتدرب بنفسي

١ حل وتحقق: $\frac{ن}{٧} = -٥$.

٢ حل وتحقق: $-٤أ = ٤٨$.

أتحقق من إجابتي

١) $ن = -٣٥$؛ أضرب الطرفين في ٧. التحقق: $-٣٥ \div ٧ = -٥$.

٢) $أ = -١٢$؛ أقسم الطرفين على -٤. التحقق: $-٤ \times (-١٢) = ٤٨$.

أضرب لإلغاء القسمة، وأقسم لإلغاء الضرب، ثم أتحقق.

المعادلات الخطية

٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

أتعامل مع المعامل الكسري

لإزالة المعامل الكسري أضرب الطرفين في مقلوبه. إذا كان المعامل سالبًا، فمقلوبه سالب أيضًا.

مثال ١: أضرب في مقلوب المعامل

المعادلة ← $\frac{٢}{٣}ق = \frac{١}{٢}$ — معامل ق هو ثلثان؛ ومقلوبه ثلاثة أنصاف.

أحل ← $\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣}ق = \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٢}$ — أضرب كلا الطرفين في مقلوب المعامل.

الناتج ← $ق = \frac{٣}{٤}$ — حاصل ضرب العدد في مقلوبه يساوي ١.

أتحقق: $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٢}$ ✓

مثال ٢: المعامل الكسري السالب

المعادلة ← $-\frac{٢}{٣}ب = -٢٢$ — أضرب الطرفين في سالب ثلاثة أنصاف.

الناتج ← $ب = ٣٣$ — سالب × سالب يعطي موجبًا؛ والناتج ٣٣.

أتحقق: $-\frac{٢}{٣} \times ٣٣ = -٢٢$.

أتدرب بنفسي

١ حل $\frac{٣}{٥}ل = ٦$.

٢ حل $-\frac{١}{٢}ن = ٦$.

أتحقق من إجابتي

١) ل = ١٠؛ أضرب في خمسة أثلاث.

٢) ن = −١٢؛ أضرب في −٢. التحقق: سالب النصف × (−١٢) = ٦.

! للمقلوب: أبدل البسط والمقام. للمعكوس الجمعي: أغير الإشارة.

المعادلات الخطية

٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

أحل الجمع والطرح مع الأعداد السالبة والكسور

طرح السالب جمع لموجبه، وجمع السالب طرح لموجبه. أكتب الإشارات بوضوح قبل الحل.

مثال ١: طرح السالب

المعادلة ←	ص − (−٥.٦) = ١.٥	أكتبها: ص + ٥,٦ = ١,٥.
أحل ←	ص = ١.٥ − ٥.٦	أطرح ٥,٦ من كلا الطرفين.
الناتج ←	ص = −٤.١	إذن ص تساوي −٤,١.

أتحقق: −٤.١ − (−٥.٦) = ١.٥ ✓

مثال ٢: إضافة عدد إلى كسر

المعادلة ←	$٣ + ق = \frac{١}{٤}$	أطرح ٣ من الطرفين؛ وأكتبها ١٢ ربعًا.
الناتج ←	$ق = -\frac{١١}{٤}$	ربع واحد ناقص ١٢ ربعًا يساوي سالب ١١ ربعًا.

أتحقق: $٣ + (-\frac{١١}{٤}) = \frac{١}{٤}$.

أتدرب بنفسي

١ حل $س + ٤ = \frac{٣}{٤}$.

٢ حل $-\frac{١}{٢} + أ = \frac{٥}{٨}$.

أتحقق من إجابتي

١) $س = -\frac{١٣}{٤}$؛ أطرح ٤ من الطرفين.

٢) $أ = \frac{٩}{٨}$؛ أضيف نصفًا إلى الطرفين.

٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

أكتب المعادلة من المسألة وأفسر الناتج

مثال: ما مساحة اللوحة الزجاجية؟

خُمس اللوحة أزرق، ومساحة الزجاج الأزرق ٢٨٨ سم^2. أرمز لمساحة اللوحة كلها بـ س.



خمسة أجزاء متساوية

المعادلة ←	$\frac{س}{٥} = ٢٨٨$	الخُمس يعني القسمة على ٥.
أحل ←	س = ٢٨٨ × ٥	أضرب كلا الطرفين في ٥.
الناتج ←	س = ١٤٤٠	مساحة اللوحة كلها ١٤٤٠ سم^2.

أتحقق: $\frac{١٤٤٠}{٥} = ٢٨٨$ ✓

أقارن سعر القطعة الواحدة

أ: ١٢ قطعة بـ ١٨ ريالاً

١٨ ÷ ١٢ = ١.٥

سعر القطعة ١,٥٠ ريال.

ب: ١٥ قطعة بـ ٢١,٧٥ ريالاً

٢١.٧٥ ÷ ١٥ = ١.٤٥

سعر القطعة ١,٤٥ ريال.

أقسم الثمن على عدد القطع. النوع ب أرخص؛ لأن ١,٤٥ أقل من ١,٥٠ ريال.

أتدرب بنفسي

١ فطيرة قسمت إلى ٦ قطع متساوية، كتلة كل قطعة ١٨ جم. اكتب معادلة لكتلة الفطيرة ك، ثم أوجدها.

٢ ستة أمثال عدد تساوي ١٣٢. اكتب معادلة ثم حلها.

أتحقق من إجابتي

١) ك ÷ ٦ = ١٨؛ إذن ك = ١٠٨ جم.

٢) ٦س = ١٣٢؛ أقسم على ٦، فأجد س = ٢٢.

أتأكد من المطلوب: هل أبحث عن الكل أم عن الجزء الواحد؟ ثم أكتب وحدة الناتج.

٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

أعكس العمليات خطوةً خطوة

المعادلة متعددة الخطوات تحتاج إلى أكثر من عملية لعزل المتغير. أبسط أولاً، ثم أعكس الجمع أو الطرح، وأخيراً الضرب أو القسمة.

مثال من الكتاب: ١١س − ٤ = ٢٩

المعادلة	← ١١س − ٤ = ٢٩	أريد عزل س.
أحل	← ١١س = ٣٣	أضيف ٤ إلى الطرفين.
الناتج	← س = ٣	أقسم الطرفين على ١١.

أتحقق: ١١ × ٣ − ٤ = ٢٩ ✓

إذا كان البسط عبارة كاملة

المعادلة	← $\frac{س + ٧}{٨} = ٥$	الكسر كله مقسوم على ٨.
أحل	← س + ٧ = ٤٠	أضرب الطرفين في ٨.
الناتج	← س = ٣٣	أطرح ٧ من الطرفين.

أتدرب بنفسي

١ حل ٢س − ٦ = ٤.

٢ حل $\frac{س + ١}{٢} = ١٥$.

حقيبتي
www.haqibati.net

أتحقق من إجابتي

١) س = ٥؛ أضيف ٦ ثم أقسم على ٢.

٢) س = ٢٩؛ أضرب في ٢ ثم أطرح ١.

! في كسر مثل (س + ٧) ÷ ٨، يشمل المقام البسط كله. أضرب الطرفين في المقام قبل طرح ٧.

المعادلات الخطية

٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

أحول المسألة اللفظية إلى معادلة

أحدد المجهول، وأترجم الجملة إلى معادلة، وأحلها، ثم أفسر الناتج في سياق المسألة.

مثال الكتاب: سعر الزي المدرسي

دفعت فاطمة ثلثي السعر الأصلي، ثم خُصم ٢٥ ريالاً، فدفعت ٥٥ ريالاً. أرمز للسعر الأصلي بـ س.

المعادلة ← $\frac{٢}{٣}$ س − ٢٥ = ٥٥ — ثلثا السعر ناقص الخصم.

أحل ← $\frac{٢}{٣}$ س = ٨٠ — أضيف ٢٥ إلى الطرفين.

الناتج ← س = ١٢٠ — أضرب في مقلوب الثلثين: ٣ ÷ ٢.

أتحقق: $\frac{٢}{٣}$ ١٢٠ − ٢٥ = ٥٥ ✓

إذن السعر الأصلي ١٢٠ ريالاً.

أفهم ترتيب العمليات

في المعادلة السابقة حُسب ثلثا السعر أولاً ثم خُصم ٢٥ ريالاً؛ لذلك عند الحل أضيف ٢٥ أولاً، ثم أزيل المعامل الكسري.

أتدرب بنفسي

١ قرأ عبد الله ثلاثة أرباع كتاب، ثم ٢٢ صفحة، فأصبح مجموع ما قرأه ٢٢٠ صفحة. كم صفحة في الكتاب؟

٢ مع نايف ٧٥٥ ريالاً، وهذا أقل بـ ١٧٥ ريالاً من مثلي ما مع سعد. كم مع سعد؟

أتحقق من إجابتي

١) ٣س ÷ ٤ + ٢٢ = ٢٢٠؛ س = ٢٦٤ صفحة.

٢) ٢س − ١٧٥ = ٧٥٥؛ س = ٤٦٥ ريالاً.

! أميز بين «أقل من مثلي العدد» و«مثلي العدد بعد إنقاصه». ترتيب العبارة يحدد مكان القوس.

المعادلات الخطية

٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

الأعداد الصحيحة المتتالية

الأعداد الصحيحة المتتالية يزيد كل منها على السابق بواحد. أما الأعداد الزوجية المتتالية أو الفردية المتتالية فيزيد كل منها بمقدار اثنين.

النوع	التمثيل لثلاثة أعداد
صحيحة متتالية	ن ، ن + ١ ، ن + ٢
زوجية متتالية	ن ، ن + ٢ ، ن + ٤ ؛ حيث ن زوجي
فردية متتالية	ن ، ن + ٢ ، ن + ٤ ؛ حيث ن فردي

مثال الكتاب: ثلاثة أعداد فردية مجموعها — ٥١

أفرض أن أصغر عدد هو ن. أجمع الأعداد الثلاثة:

المعادلة ← ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = — ٥١ — أكتب المجموع.

أحل ← ٣ن + ٦ = — ٥١ — أجمع الحدود المتشابهة.

أحل ← ٣ن = — ٥٧ — أطرح ٦ من الطرفين.

الناتج ← ن = — ١٩ — أقسم على ٣.

الأعداد: { — ١٩ ، — ١٧ ، — ١٥ } . أتحقق من فرديتها، ومن الفارق ٢، ومن أن مجموعها — ٥١.

أتدرب بنفسي

١ أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١.

٢ أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها — ٨٤.

أتحقق من إجابتي

١) ٦ ، ٧ ، ٨ ؛ من المعادلة ن + (ن + ١) + (ن + ٢) = ٢١.

٢) — ٣٠ ، — ٢٨ ، — ٢٦ ؛ أصغرها — ٣٠.

إذا وجدت قيمة ن فلا أتوقف؛ المطلوب غالبًا جميع الأعداد. أعوض لإيجاد بقية الأعداد.

المعادلات الخطية

٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها

أجمع حدود المتغير في طرف واحد

إذا ظهر المتغير في الطرفين، أطرح أحد حدي المتغير من الطرفين. ثم أجمع الثوابت في الطرف الآخر وأكمل الحل.

مثال الكتاب: ٥س + ٢ = ٣س − ٦

المعادلة ←	٥س + ٢ = ٣س − ٦	المتغير موجود في الطرفين.
أحل ←	٢س + ٢ = −٦	أطرح ٣س من الطرفين.
أحل ←	٢س = −٨	أطرح ٢ من الطرفين.
الناتج ←	س = −٤	أقسم على ٢.

أتحقق: ٥ − ٤ + ٢ = ٣ − ٤ − ٦ ✓

أي حد أحذف؟

يمكن حذف ٥س أو ٣س؛ كلاهما صحيح إذا طبقت العملية نفسها على الطرفين. أختار ما يجعل الحساب أبسط.

أتدرب بنفسي

١ حل ٣س + ٢ = ٧س.

٢ حل ٥س + ٢ = ٦س − ٧.

أتحقق من إجابتي

١) س = ١ ÷ ٢؛ أطرح ٣س ثم أقسم على ٤.

٢) س = ٩؛ أطرح ٥س ثم أضيف ٧.

! «نقل الحد» اختصار لإضافة معكوسه إلى الطرفين. أكتب العملية إذا التبست علي الإشارة.

٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها

أوزع قبل جمع الحدود

عند وجود أقواس أستعمل خاصية التوزيع على كل حد داخلها. ثم أبسط كل طرف قبل جمع المتغيرات.

مثال الكتاب: أقواس ومعامل كسري

المعادلة	← $٦(٥س - ٣) = \frac{١}{٣}(٢٤س + ١٢)$	المعادلة الأصلية.
أحل	← $٣٠س - ١٨ = ٨س + ٤$	أوزع ٦ وأوزع الثلث.
أحل	← $٢٢س - ١٨ = ٤$	أطرح ٨س من الطرفين.
أحل	← $٢٢س = ٢٢$	أضيف ١٨ إلى الطرفين.
الناتج	← $س = ١$	أقسم على ٢٢.

أتحقق في الأصل

$$٦ \times (٥ - ٣) = ١٢$$

$$\frac{١}{٣} \times (٢٤ + ١٢) = ١٢$$

الطرفان يساويان ١٢ عند س = ١.

أتدرب بنفسي

١ حل $٨س - ١٠ = ٣(٦ - ٢س)$.

٢ حل $س + ٧ = -٣(س + ١)$.

أتحقق من إجابتي

١) س = ٢؛ بعد التوزيع: $٨س - ١٠ = ١٨ - ٦س$.

٢) $س = -\frac{٥}{٢}$؛ التوزيع الصحيح: $-٣س - ٣$.

! المعامل السالب يضرب كل حد داخل القوس، بما في ذلك الإشارة.

المعادلات الخطية

٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها

أميز الحالات الخاصة وأطبق على المساحة

بعد التبسيط	معنى النتيجة
س = عدد محدد	حل واحد.
مساواة صحيحة مثل ٠ = ٠	متطابقة؛ جميع الأعداد الحقيقية.
مساواة غير صحيحة مثل ٥ = ٨	لا يوجد حل؛ المجموعة الخالية ∅.

مثال: اختفاء المتغير

$$٥س + ٥ = ٣(٥س - ٤) - ١٠س$$

بعد التوزيع: ٥س + ٥ = ٥س − ١٢. وبطرح ٥س أحصل على ٥ = −١٢، وهي غير صحيحة. إذن لا يوجد حل.

مثال الكتاب: تساوي المساحتين

مساحة المستطيل الأول ١٠س، والثاني ٦(س + ٣).

المعادلة	← ١٠س = ٦(س + ٣)	أساوي المساحتين.
أحل	← ١٠س = ٦س + ١٨	أوزع.
أحل	← ٤س = ١٨	أطرح ٦س من الطرفين.
الناتج	← س = ٤.٥	أقسم على ٤.

كلتا المساحتين تساوي ٤٥ سم^2.

أتدرب بنفسي

١ صنف ٣(٢س − ١) − ٧ = ٦س − ١٠.

٢ صنف ٢س + ٥ = ٢س + ٨.

أتحقق من إجابتي

١) متطابقة؛ الطرفان بعد التبسيط ٦س − ١٠.

٢) لا يوجد حل؛ ينتج ٥ = ٨.

المعادلات الخطية

٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

القيمة المطلقة تعبر عن مسافة

القيمة المطلقة للعدد هي بعده عن الصفر على خط الأعداد. لذلك لا تكون سالبة، والمسافة لا تتغير بتغيير اتجاهها.

مثال: |س| = ٤

$$|س| = ٤$$



الحلان هما — ٤ و٤؛ لأن كليهما يبعد ٤ وحدات عن الصفر.

إذا كان الطرف الآخر	عدد الحلول لـ |س| = العدد
موجبًا	حلان: العدد ومعكوسه الجمعي.
صفرًا	حل واحد هو الصفر.
سالبًا	لا يوجد حل.

أحسب العبارة بالترتيب

من الكتاب: عندما م = ٤، فإن |م + ٦| — ١٤ = |١٠| — ١٤ = — ٤. القيمة المطلقة نفسها تساوي ١٠؛ لكن العبارة كاملة قد تكون سالبة.

أتدرب بنفسي

١ حل |س| = ١٠.

٢ حل |س — ١| = — ٣.

أتحقق من إجابتي

١) {— ١٠، ١٠}

٢) لا يوجد حل؛ القيمة المطلقة لا تساوي عددًا سالبًا.

! لا أزيل رمز القيمة المطلقة بتغيير الإشارات عشوائيًا؛ أفصل حالتي العبارة الموجبة والسالبة.

٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

أكتب حالتين ثم أحل كل واحدة

بعد عزل القيمة المطلقة: إذا كان |عبارة| = عدد موجب، فإن العبارة تساوي ذلك العدد أو تساوي معكوسه الجمعي.

مثال الكتاب: |س + ٥| = ١٧

$$|س + ٥| = ١٧$$

الحالة الأولى

المعادلة

$س + ٥ = ١٧$

العبارة موجبة.

الناتج

$س = ١٢$

أطرح ٥.

الحالة الثانية

المعادلة

$س + ٥ = -١٧$

العبارة سالبة.

الناتج

$س = -٢٢$

أطرح ٥.

مجموعة الحل: $\{-٢٢، ١٢\}$.

أتحقق من الحلين

$$|١٢ + ٥| = ١٧$$
$$|-٢٢ + ٥| = ١٧$$

أتدرب بنفسي

١ حل $|س + ٢| = ٤$.

٢ حل $|س - ٣| = ٥$.

أتحقق من إجابتي

١) $\{-٦، ٢\}$؛ أحل $س + ٢ = ٤$ أو $س + ٢ = -٤$.

٢) $\{-٢، ٨\}$

! كل حل مقترح يجب أن يحقق المعادلة الأصلية. لا يكفي التحقق من إحدى الحالتين فقط.

المعادلات الخطية

٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

أعزل القيمة المطلقة وأكتب معادلة من التمثيل

مثال من تدريب الكتاب

المعادلة ← $٤|س - ٨| = ٢٠$ — أقسم الطرفين على ٤.

الناتج ← $|س - ٨| = ٥$ — أصبح رمز القيمة المطلقة معزولاً.

أحل س − ٨ = ٥ أو س − ٨ = −٥، فأجد س = ١٣ أو س = ٣.

مثال الكتاب: أكتب معادلة للنقطتين ١١ و١٩



المركز هو منتصف العددين: (١١ + ١٩) ÷ ٢ = ١٥. والمسافة من المركز إلى كل نقطة تساوي ٤.

$$|س - ١٥| = ٤$$

تطبيق: درجتا الحرارة الطرفيتان

إذا كانت الحرارة المطلوبة حول ٢٧°س بزيادة أو نقصان ٢°، فإن الطرفين هما ٢٥°س و٢٩°س. تمثل |س − ٢٧| = ٢ هاتين القيمتين الطرفيتين.

أتدرب بنفسي

١ أوجد درجتي الحرارة الطرفيتين لحفظ دواء حول ٨°س بزيادة أو نقصان ٣°.

٢ اكتب معادلة قيمتها المطلقة تمثل النقطتين −٢ و٦.

أتحقق من إجابتي

١) ٥°س و١١°س؛ لأن |س − ٨| = ٣.

٢) |س − ٢| = ٤؛ المركز ٢ والمسافة ٤.

! معادلة القيمة المطلقة تحدد القيم الطرفية. أما جميع القيم بين الطرفين فتمثلها متباينة.

المعادلات الخطية

مراجعة الفصل الأول

خريطة خطوات الحل

أختار طريقة الحل من شكل المعادلة، ثم أتحقق بالتعويض في المعادلة الأصلية.

شكل المعادلة	كيف أبدأ؟
خطوة واحدة	أستعمل العملية العكسية.
عدة خطوات	أبسط ثم أعكس الجمع أو الطرح، ثم الضرب أو القسمة.
المتغير في الطرفين	أجمع حدود المتغير في طرف، والثوابت في الآخر.
أقواس	أوزع على جميع الحدود.
قيمة مطلقة	أعزلها، وأكتب حالتين إذا كان الطرف الآخر موجباً.

أطبق القواعد

١ حل $٣س + ٤ = -١١$.

٢ حل $\frac{س - ٥}{٧} = ٨$.

٣ حل $١٣س + ٢ = ٤س + ٣٨$.

٤ حل $|س + ٧| = ٥$.

أتحقق من إجابتي

١) $س = -٥$.

٢) $س = ٦١$.

٣) $س = ٤$.

٤) $\{-١٢، -٢\}$

! عند اختفاء المتغير أفحص المساواة المتبقية قبل تحديد مجموعة الحل.

المعادلات الخطية

مراجعة الفصل الأول

أختبر فهمي وأصحح الخطأ

أحل قبل قراءة الإجابات

١ أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٧٥.

٢ هل المعادلة ٤س + ١ = ٤س + ٨ متطابقة؟

٣ حل ٢(س + ٣) − ١ = ٢س + ٥.

٤ قال طالب: حل |س − ٣| = ٥ هو ٨ فقط. صحح إجابته.

٥ حل −٢|س + ٦| = ٦.

أتحقق من إجابتي

١) ٢٣ ، ٢٥ ، ٢٧ ؛ لأن ٣ن + ٦ = ٧٥.

٢) لا ؛ لا يوجد حل، لأن ١ ≠ ٨.

٣) متطابقة؛ مجموعة الحل جميع الأعداد الحقيقية.

٤) الحلان ٨ و−٢ ؛ أهمل الطالب الحالة س − ٣ = −٥.

٥) لا يوجد حل؛ القسمة على −٢ تعطي |س + ٦| = −٣.

قائمة التحقق

✓ وزعت على كل حد. ✓ حافظت على المساواة. ✓ راجعت السالب والكسر. ✓ كتبت كل الحلول. ✓ أضفت الوحدة في المسائل اللفظية.

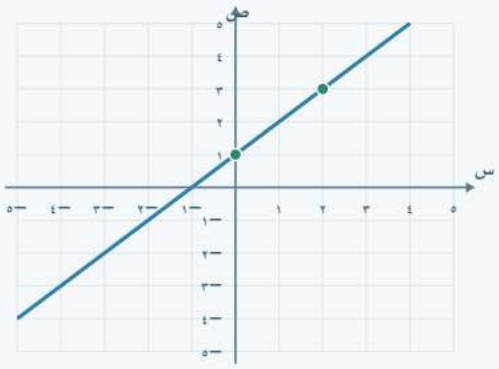


الفصل الثاني

شرح مختصر • أمثلة بخطوات • تدريب ومراجعة

الفصل الثاني

العلاقات والدوال الخطية



ماذا سأتعلم؟

- أمثل العلاقات وأحدد المجال والمدى.
- أميز الدالة وأحسب قيمها.
- أمثل المعادلات الخطية وأوجد أصفارها.
- أحسب معدل التغير والميل والحد النوني.

أقرأ القاعدة، وأتبع المثال، ثم أحل التدريب وأتحقق من الحساب والإشارة والوحدة.

العلاقات والدوال الخطية

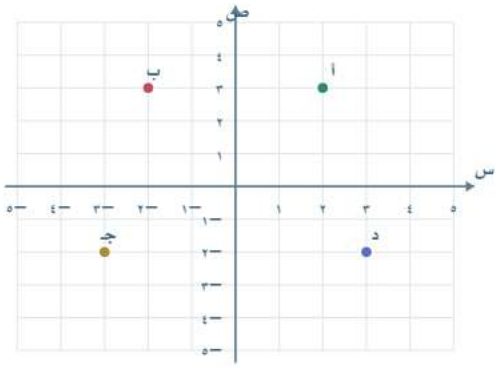
١ العلاقات

النقطة والزوج المرتب

يتكون المستوى الإحداثي من محور أفقي س ومحور رأسي ص. ويتقاطع المحوران في نقطة الأصل (٠، ٠).

أقرأ الإحداثيين بالترتيب

الزوج المرتب (٢ ، ٣) يعني: الإحداثي السيني ٢، والإحداثي الصادي ٣. أبدأ من الأصل، أتحرك وحدتين يمينًا ثم ثلاث وحدات إلى أعلى.



إشارة س ، إشارة ص	الربع
موجب ، موجب	الأول
سالب ، موجب	الثاني
سالب ، سالب	الثالث
موجب ، سالب	الرابع

أتدرب بنفسي

١ في أي ربع تقع (−٢ ، ٣)؟

٢ أين تقع (٠ ، −٣)؟

أتحقق من إجابتي

١) الربع الثاني؛ س سالبة وص موجبة.

٢) على الجزء السالب من محور الصادات؛ وليست في أي ربع.

! أي نقطة على محور السينات صادها صفر. وأي نقطة على محور الصادات سينها صفر.

العلاقات والدوال الخطية

١ العلاقات

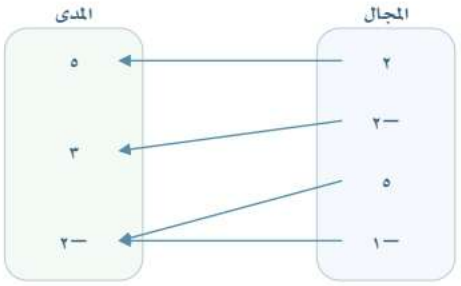
العلاقة والمجال والمدى

العلاقة مجموعة من الأزواج المرتبة. المجال مجموعة الإحداثيات السينية، والمدى مجموعة الإحداثيات الصادية؛ وأكتب العناصر المتكررة مرة واحدة.

مثال الكتاب: أمثل العلاقة

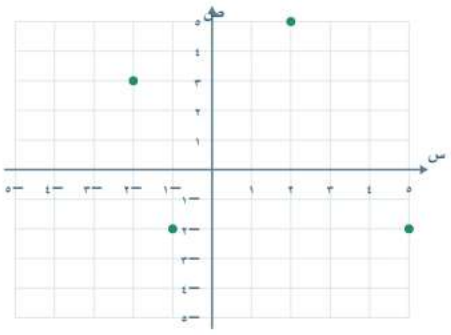
$(٢، ٥)، (-٢، ٣)، (٥، -٢)، (-١، -٢)$

س	ص
٢	٥
-٢	٣
٥	-٢
-١	-٢



المجال: $\{-٢، -١، ٢، ٥\}$، والمدى: $\{-٢، ٣، ٥\}$.

التمثيل البياني للعلاقة



أعين كل زوج بنقطة. لا أصل نقاط علاقة منفصلة دون سبب في المسألة.

أتدرب بنفسي

١ حدد مجال ومدى العلاقة $(-٣، ٤)، (٢، ٣)، (١، -٤)، (٠، -٣)$.

أتحقق من إجابتي

١) المجال $\{-٣، ٠، ١، ٢\}$؛ المدى $\{-٤، -٣، ٣، ٤\}$.

! لا أبدل س وص عند قراءة الزوج المرتب. المجال أول إحداثي، والمدى ثاني إحداثي.

ملخص الفصل الثاني

العلاقات والدوال الخطية

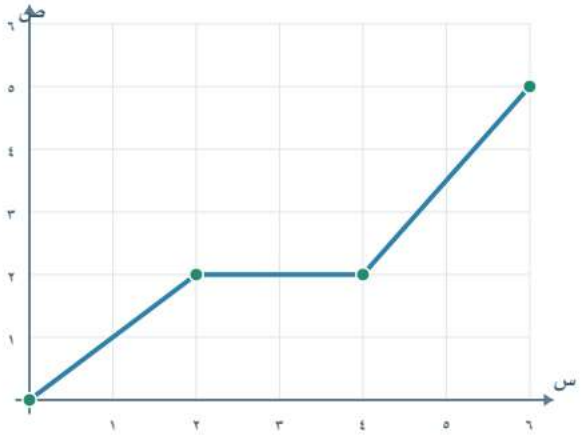
١ العلاقات

المتغير المستقل والتابع وقراءة الرسم

المتغير المستقل هو الذي لا يعتمد على الآخر في الموقف. والمتغير التابع تتغير قيمته تبعاً لتغير المستقل.

الموقف	المستقل	التابع
بيع صور تذكارية	عدد الصور المبيعة	الدخل الناتج عنها
أكلات في مهرجان	عدد زوار الجناح	الربح
السفر بسرعة ثابتة	الزمن	المسافة المقطوعة

أصف الرسم دون حساب



تزداد المسافة | ثم تثبت أثناء التوقف | ثم تزداد من جديد

في رسم المسافة مع الزمن: ازدياد ص يعني ابتعاد الراكب عن نقطة البداية، وثبات ص يعني توقفه.

أتدرب بنفسي

١ يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة بارتفاع درجة الحرارة. حدد المستقل والتابع.

٢ إذا قل المطر فانخفض منسوب الماء في النهر، فما المتغير التابع؟

أتحقق من إجابتي

١) المستقل: درجة الحرارة؛ التابع: ضغط الهواء.

٢) منسوب الماء في النهر.

حقيبتي
www.haqibati.net

١ في وصف رسوم المواقف، أقرأ اسمي المحورين أولاً. فالمستقيم الأفقي لا يعني المعنى نفسه في كل موقف.

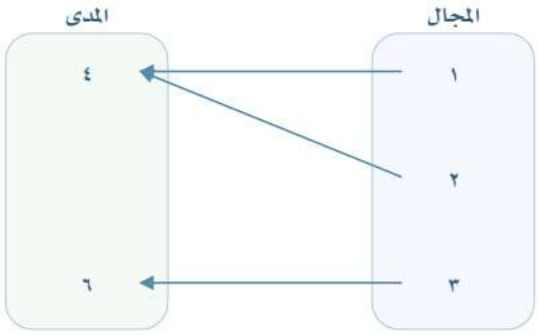
العلاقات والدوال الخطية

٢ الدوال

متى تكون العلاقة دالة؟

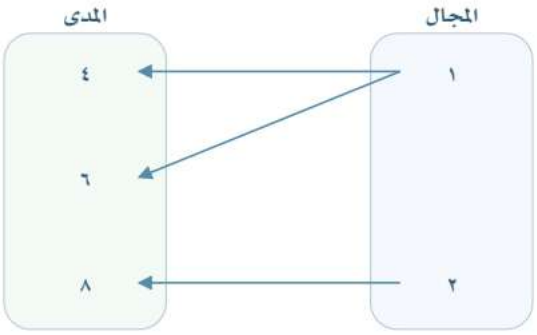
الدالة علاقة تربط كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط من المدى. قد تشترك قيمتان من س في قيمة ص نفسها.

تمثل دالة



لكل س صورة واحدة. تكرار ص لا يفسد الدالة.

لا تمثل دالة



المدخل ١ له مخرجان مختلفان: ٤ و٦.

كيف أفحص جدولاً أو أزواجاً مرتبة؟

أبحث عن تكرار المدخل نفسه. إذا ارتبط بمخرجين مختلفين فالعلاقة ليست دالة. أما تكرار الزوج نفسه فلا يضيف مخرجاً جديداً.

أتدرب بنفسي

١ هل (١ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٢) تمثل دالة؟

٢ هل (٠ ، ٢) ، (٠ ، ٥) ، (١ ، ٣) تمثل دالة؟

أتحقق من إجابتي

١) نعم؛ كل مدخل له مخرج واحد، ولو تكرر المخرج ٢.

٢) لا؛ المدخل ٠ ارتبط بالمخرجين ٢ و٥.

! شرط الدالة على صور المدخل الواحد. لا أشترط اختلاف جميع المخرجات.

العلاقات والدوال الخطية

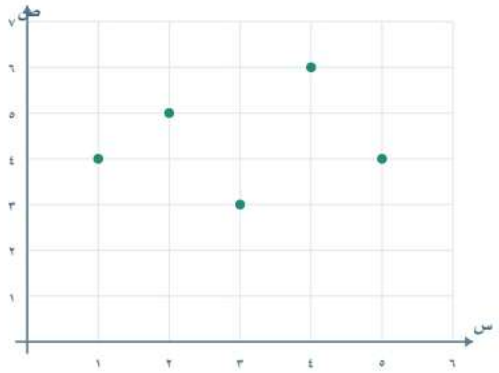
٢ الدوال

الدالة المنفصلة والمتصلة واختبار الخط الرأسي

الدالة المنفصلة تمثل بنقاط غير متصلة. أما الدالة المتصلة فتمثل بخط أو منحنى يمكن رسمه دون انقطاع.

مثال الكتاب: القلاع فوق الرمال

رقم الفريق	١	٢	٣	٤	٥
عدد القلاع	٤	٥	٣	٦	٤



هذه دالة منفصلة؛ أرقام الفرق وعدد قلاعها قيم محددة، فلا أصل بينها.

اختبار الخط الرأسي

أمرر خطًا رأسيًا على التمثيل. إذا قطعه في أكثر من نقطة في أي موضع، فالعلاقة ليست دالة. وإذا لم يقطعها في أكثر من نقطة فهي دالة.

أتدرب بنفسي

١ هل المستقيم ص = ٣س + ٨ يمثل دالة؟

٢ هل المستقيم س = ٨ يمثل دالة؟

أتحقق من إجابتي

١) نعم؛ لكل قيمة س قيمة واحدة لص، ويجتاز اختبار الخط الرأسي.

٢) لا؛ عند س = ٨ توجد قيم كثيرة لص، فهو خط رأسي.

١ أستعمل الخط الرأسي، لا الخط الأفقي، لاختبار الدالة.

العلاقات والدوال الخطية

٢ الدوال

رمز الدالة وحساب قيمتها

الرمز د(س) يعني قيمة الدالة عند المدخل س. لإيجاد د(عدد)، أضع العدد مكان س في كل موضع، ثم أحسب بالترتيب.

مثال الكتاب: د(س) = −٤س + ٧

$$د(س) = -٤س + ٧$$

المطلوب	التعويض	القيمة
د(٢)	$-٤ \times ٢ + ٧$	−١
د(−٣) + ١	$-٤ \times (-٣) + ٧ + ١$	٢٠

أوجد قيمة الدالة أولاً، ثم أنفذ العملية الموجودة خارجها.

الدالة الخطية وغير الخطية

الدالة التي يمثلها خط مستقيم غير رأسي دالة خطية. أما د(س) = $س^2$ فهي غير خطية؛ يمثلها منحنى.

$$د(س) = س^٢$$

أتدرب بنفسي

١ إذا كانت د(س) = ٢س − ٣، فأوجد د(١).

٢ للدالة نفسها أوجد د(٥).

٣ إذا كانت د(س) = ٢$س^2$، فأوجد د(−٣).

أتحقق من إجابتي

١) د(١) = −١.

٢) د(٥) = ٧.

٣) د(−٣) = ١٨؛ أضع −٣ بين قوسين قبل التربيع.

! د(−٣) ليست سالب د(٣) بالضرورة. أعوض بالقيمة المطلوبة كما هي.

٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

أميز المعادلة الخطية

المعادلة الخطية يمثلها خط مستقيم. ومن صورها: أس + بص = جـ؛ حيث المعاملان أ وب ليسا صفرين معًا.

الصورة القياسية

أس + بص = جـ

في الصورة القياسية المعتمدة في الكتاب: أ، ب، جـ أعداد صحيحة، أ غير سالبة، ولا يوجد بينها عامل مشترك أكبر من ١.

مثال الكتاب: ص = ٤ − ٣س

ص = ٤ − ٣س

٣س + ص = ٤

هي خطية؛ وكتبتها القياسية ٣س + ص = ٤.

المعادلة	الحكم والسبب
٢س + ص = ٧	خطية؛ المتغيران من الدرجة الأولى.
٦س − ٣ص^{٢} = ٤	ليست خطية؛ تحتوي ص^{2}.
ص = −٣	خطية؛ تمثل مستقيمًا أفقيًا.

أتدرب بنفسي

١ أعد كتابة ص = س^{2} − ٤. هل هي خطية؟

٢ اكتب ص = ٢س − ٣ بالصورة القياسية.

أتحقق من إجابتي

١) ليست خطية؛ وجود س^{2} يمنع كتابتها بالصورة الخطية.

٢) ٢س − ص = ٣.

! وجود سص، أو متغير في مقام، أو أس متغير أكبر من ١ يدل على أن المعادلة ليست خطية.

العلاقات والدوال الخطية

٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

المقطع السيني والمقطع الصادي

المقطع السيني هو قيمة س عند تقاطع المستقيم مع محور السينات؛ لذا أضع ص = ٠. والمقطع الصادي هو قيمة ص عند التقاطع مع محور الصادات؛ لذا أضع س = ٠.

مثال الكتاب: ٢س + ٤ص = ١٦

المقطع السيني

٢س = ١٦

س = ٨

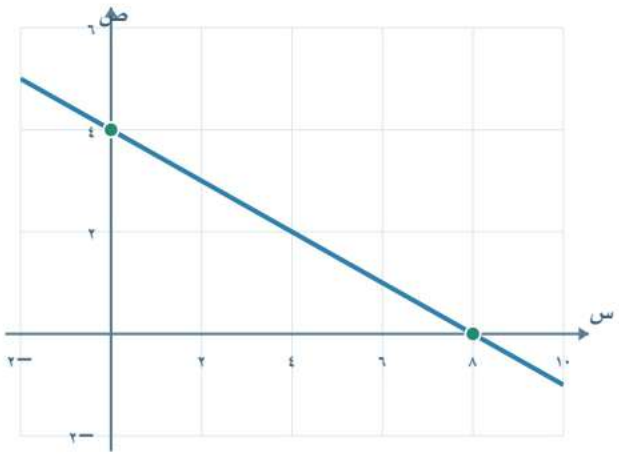
أضع ص = ٠، فتكون نقطة التقاطع (٨ ، ٠).

المقطع الصادي

٤ص = ١٦

ص = ٤

أضع س = ٠، فتكون نقطة التقاطع (٠ ، ٤).



أتدرب بنفسي

١ أوجد المقطعين للمعادلة ص = ٣س − ٥.

٢ إذا كان المقطع السيني ٢٠ والصادي ٣٠، فما نقطتا التقاطع؟

أتحقق من إجابتي

١) السيني ٥ ÷ ٣، والصادي −٥.

٢) (٢٠ ، ٠) و(٠ ، ٣٠).

! المقطع عدد، ونقطة التقاطع زوج مرتب. أفرق بينهما في كتابة الإجابة.

العلاقات والدوال الخطية

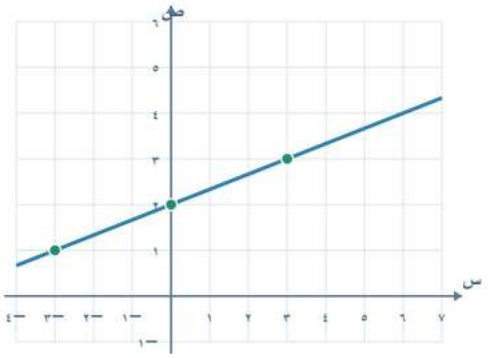
٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

أمثل المستقيم بجدول أو بالمقطعين

أجد نقطتين مختلفتين تحققان المعادلة، ثم أصل بينهما بمستقيم. ويمكن اختيار نقطة ثالثة للتحقق من صحة الرسم.

مثال الكتاب: ص = س ÷ ٣ + ٢

س	ص
−٣	١
٠	٢
٣	٣



كيف أختار قيم س؟

عند وجود معامل كسري أختار مضاعفات المقام؛ فاختيار −٣، ٠، ٣، ٦ هنا يجعل قيم ص صحيحة ويسهل رسمها.

أتدرب بنفسي

١ كون جدولاً لـ ص = ٢س − ٣ عند س = ٠، ١، ٢.

٢ هل النقطة (٣، ٣) تحقق ص = س ÷ ٣ + ٢؟

أتحقق من إجابتي

١) قيم ص: −٣، −١، ١.

٢) نعم؛ ٣ ÷ ٣ + ٢ = ٣.

١ لا تكفي نقطة واحدة لتحديد مستقيم. وإذا كان المقطعان عند الأصل نفسه، أختار نقطة أخرى.

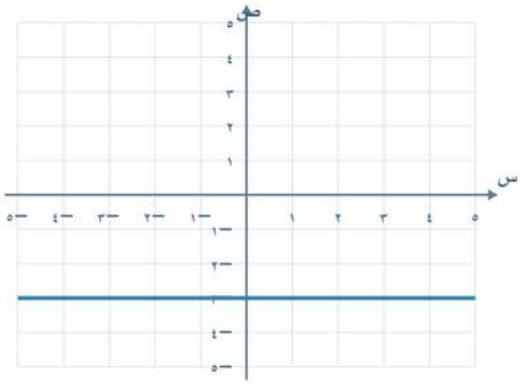
العلاقات والدوال الخطية

٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

المستقيم الأفقي والرأسي ومعنى المقطع

المستقيم الأفقي

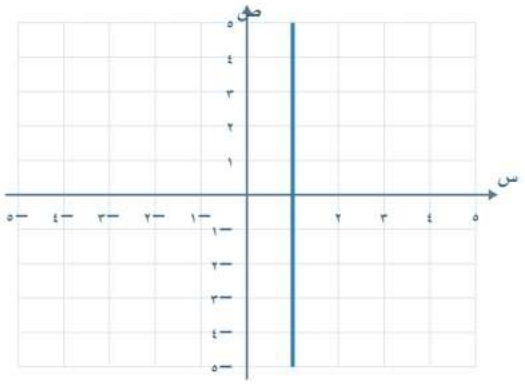
ص = −٣



ص ثابتة، وميله صفر. مقطعه الصادي −٣، ولا يقطع محور السينات.

المستقيم الرأسي

س = ١



س ثابتة، وميله غير معرف. مقطعه السيني ١، ولا يقطع محور الصادات.

مثال الكتاب: تفريغ البركة

عند البداية كانت كمية الماء ١٠٠٨٠ لترًا، وأصبحت صفرًا بعد ١٤ ساعة. المقطع الصادي يصف الكمية الأولية، والسيني يصف زمن فراغ البركة.

أتدرب بنفسي

١ ما معادلة المستقيم الأفقي المار بـ (٢ ، ٥)؟

٢ ما معادلة المستقيم الرأسي المار بـ (−٢ ، ٣)؟

أتحقق من إجابتي

١) ص = ٥.

٢) س = −٢.

! المستقيمان س = ٠ وص = ٠ حالتان خاصتان: هما محورا الإحداثيات، وقد تنطبق عليهما نقاط تقاطع كثيرة.

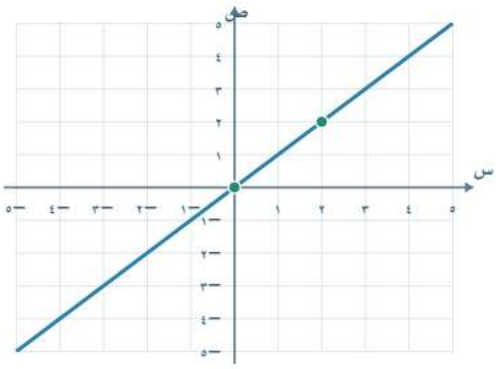
٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

جذر المعادلة وصفر الدالة

حل المعادلة هو العدد الذي يجعلها صحيحة. وعند كتابة الدالة المرتبطة، أجعل أحد طرفي المعادلة صفراً؛ فيكون الحل عند المقطع السيني.

الدالة المولدة للدوال الخطية

$$د(س) = س$$



الدالة د(س) = س أبسط الدوال الخطية؛ مجالها ومداها جميع الأعداد الحقيقية.

مثال الكتاب: ٢س − ٨ = ٠

$$د(س) = ٢س - ٨$$

أبحث عن الموضع الذي تكون عنده ص = ٠. المستقيم يقطع محور السينات عند (٤ ، ٠). إذن الجذر هو ٤.

أتدرب بنفسي

١ اكتب الدالة المرتبطة بالمعادلة ٣س − ٢ = ٠.

٢ إذا قطع تمثيل الدالة محور السينات عند (−٢ ، ٠)، فما صفرها؟

أتحقق من إجابتي

١) د(س) = ٣س − ٢؛ وصفرها ٢ ÷ ٣.

٢) −٢.

حقيبتي
www.haqibati.net

أصفار الدالة قيم س، وليست قيم ص. عندها تكون قيمة الدالة نفسها صفراً.

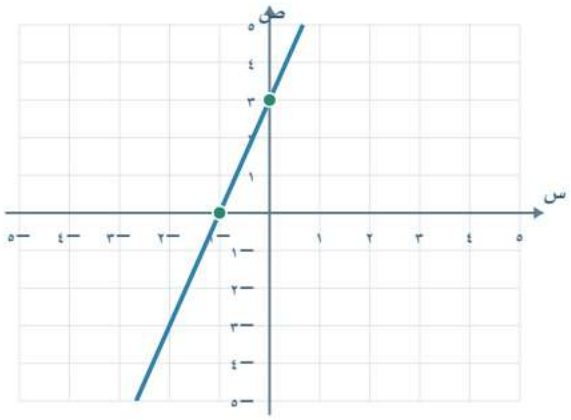
٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

أحل بالتمثيل ثم أتحقق جبرياً

للتمثيل البياني أحدد نقطة تقاطع الدالة المرتبطة مع محور السينات. ثم أتحقق بالتعويض، خاصة إذا كان الرسم يعطي قيمة تقريبية.

مثال الكتاب: ٣س + ١ = −٢

المعادلة	← ٣س + ١ = −٢	أضيف ٢ إلى الطرفين.
أحل	← ٣س + ٣ = ٠	هذه معادلة مرتبطة بص = ٣س + ٣.
الناتج	← س = −١	المقطع السيني −١.



أتحقق: ٣ × −١ + ١ = −٢ ✓

أتدرب بنفسي

١ أوجد صفر الدالة د(س) = −س ÷ ٣ − ٢.

٢ حل −٠,٢٥س + ٣ = ٠.

أتحقق من إجابتي

١) س = −٦؛ لأن −(−٦) ÷ ٣ − ٢ = ٠.

٢) س = ٢,٤؛ أمثل ص = −٠,٢٥س + ٣.

! أكتب الزوج المرتب (الجذر، ٠) عند وصف التقاطع، وأكتب العدد وحده عند طلب الجذر.

٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

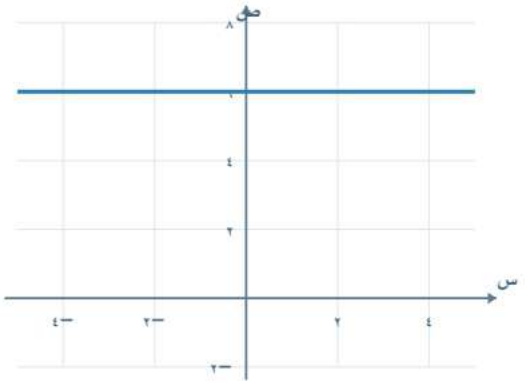
حل واحد أو لا حل أو حلول غير منتهية

المعادلة بعد التبسيط	ما يحدث للدالة المرتبطة	الحلول
٣س = −٣	مستقيم غير أفقي يقطع محور السينات مرة	حل واحد: −١
٠ = ٦	دالة ثابتة ص = ٦ لا تقطع محور السينات	لا يوجد حل
٠ = ٠	دالة ص = ٠ تنطبق على محور السينات	جميع الأعداد الحقيقية

مثال الكتاب: معادلة بلا حل

$$٣س + ٧ = ٣س + ١$$

بطرح ٣س ثم ١ أحصل على ٦ = ٠. الدالة المرتبطة ص = ٦؛ وهي لا تساوي صفراً أبداً.



أتدرب بنفسي

١ حل ٤س − ٢ = ٤س − ٢.

٢ حل ٢س + ٥ = ٢س − ١.

أتحقق من إجابتي

١) جميع الأعداد الحقيقية؛ متطابقة.

٢) لا يوجد حل؛ ينتج ٥ = −١.

! لا أقسم على معامل اختفى وأصبح صفراً. أفحص المساواة الناتجة.

العلاقات والدوال الخطية

٥ معدل التغير والميل

معدل التغير: تغير ص بالنسبة إلى س

معدل التغير يقارن تغير كمية بتغير كمية أخرى. إذا كانت س مستقلة وص تابعة، أحسب: التغير في ص ÷ التغير في س.

مثال الكتاب: ألعاب الحاسوب

عدد الألعاب	التكلفة بالريال
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

$$\frac{١٥٦ - ٧٨}{٤ - ٢} = ٣٩$$

تزداد التكلفة ٣٩ ريالاً لكل لعبة إضافية. وحدة المعدل: ريال لكل لعبة.

إشارة المعدل

المعدل	المعنى
موجب	تزداد ص عندما تزداد س.
سالب	تنقص ص عندما تزداد س.
صفر	تبقى ص ثابتة.

أتدرب بنفسي

١ عدد البلاطات ٣، ٦، ٩ ومساحة السطح ١٢٠٠، ٢٤٠٠، ٣٦٠٠ سم^2. أوجد معدل التغير.

٢ إذا انخفضت كمية من ١٠ إلى ٤ خلال ٣ ساعات، فما المعدل؟

أتحقق من إجابتي

١) ٤٠٠ سم^2 لكل بلاطة.

٢) -٢ وحدة في الساعة؛ $(٤ - ١٠) \div ٣$.

! أثبت ترتيب الكميتين والوحدة. تغير ص في البسط وتغير س في المقام.

العلاقات والدوال الخطية

٥ معدل التغير والميل

الميل من نقطتين

ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي بين نقطتين عليه. أحافظ على ترتيب النقطتين في البسط والمقام.

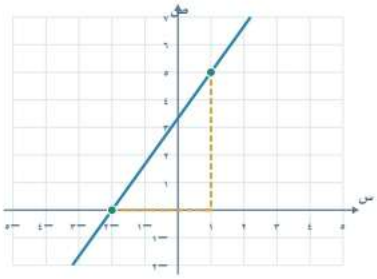
قاعدة الميل

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$$

المقام لا يساوي صفراً.

مثال الكتاب: $(-٢، ٠)$ و$(١، ٥)$

$$\frac{٥}{٣} = \frac{٠ - ٥}{(-٢) - ١}$$



التغير الرأسي ٥ والتغير الأفقي ٣؛ لذلك الميل ٥ ÷ ٣.

أتدرب بنفسي

١ أوجد الميل بين $(-٤، ٦)$ و$(٢، -٣)$.

٢ أوجد الميل بين $(١، ٥)$ و$(-٢، ٠)$ بعكس الترتيب السابق.

أتحقق من إجابتي

١) $-\frac{٣}{٢}$؛ لأن $-٩ \div ٦ = -٣ \div ٢$.

٢) $٥ \div ٣$؛ لأن $(٠ - ٥) \div (-٢ - ١) = -٥ \div -٣$.

إذا عكست ترتيب النقطتين في البسط، أعكس ترتيبهما في المقام أيضًا.

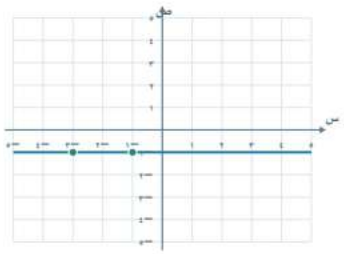
العلاقات والدوال الخطية

٥ معدل التغير والميل

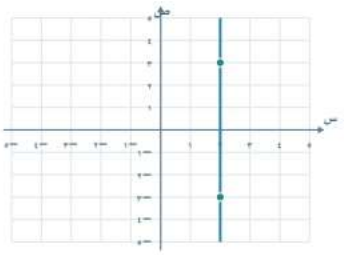
أنواع الميل وثبات معدل التغير

شكل المستقيم من اليسار إلى اليمين	الميل
يصعد	موجب
ينخفض	سالب
أفقي	صفر؛ لأن التغير الرأسي صفر.
رأسي	غير معرف؛ لأن التغير الأفقي صفر.

ميل صفري



ميل غير معرف



كيف أقرر أن جدولاً يمثل دالة خطية؟

أحسب معدل التغير بين أزواج متتالية. إذا كان ثابتًا تمثل النقاط دالة خطية. وإذا لم يكن ثابتًا فالدالة غير خطية.

س	١	٢	٣
ص	٢	٤	٨

المعدلان ٢ و٤، وهما مختلفان؛ لذا لا تمثل هذه القيم دالة خطية.

أتدرب بنفسي

١ ما ميل المستقيم بين (−٣ ، −١) و(−١ ، −١)؟

٢ ما ميل المستقيم بين (٢ ، −٣) و(٢ ، ٣)؟

أتحقق من إجابتي

١) صفر.

٢) غير معرف؛ المقام صفر.

إذا كانت فروق س غير متساوية فلا أقارن فروق ص وحدها؛ أقارن النسب.

٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

أميز المتتابعة الحسابية وأجد الأساس

المتتابعة أعداد مرتبة، وكل عدد فيها حد. وتكون حسابية عندما يكون الفرق بين كل حد والذي يسبقه ثابتًا؛ وهذا الفرق هو الأساس د.

مثالان من الكتاب

المتتابعة	الأساس
٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ...	د = ٢
٣٣ ، ٢٩ ، ٢٥ ، ٢١ ، ١٧ ، ...	د = −٤

أكمل المتتابعة

في المتتابعة ٩، ٣، −٣، ... الأساس −٦، فأطرح ٦ في كل مرة. الحدود الثلاثة التالية: −٩، −١٥، −٢١.

٣ − ٩ = −٦

مثال غير حسابي

في المتتابعة −٤، −٢، ٠، ٢، ... يكون الفرق ٢ دائماً. أما متتابعة الكسور ١ ÷ ٢، ٥ ÷ ٨، ٣ ÷ ٤، ١٣ ÷ ١٦ ففروقها غير متساوية.

أتدرب بنفسي

١ أوجد الأساس والحد التالي: ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ...

٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية: ٥، ٩، ١٣، ...

أتحقق من إجابتي

١) الأساس ١؛ الحد التالي ١٦.

٢) ١٧، ٢١، ٢٥؛ الأساس ٤.

١ الأساس قد يكون موجبًا أو سالبًا أو صفراً. لا أشترط أن تتزايد المتتابعة.

العلاقات والدوال الخطية

٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

الحد النوني في المتتابعة الحسابية

إذا كان الحد الأول $أ_١$ والأساس د، فإن الحد النوني هو: $أ_ن = أ_١ + (ن - ١)د$؛ حيث ن عدد صحيح موجب يمثل ترتيب الحد.

مثال الكتاب: $-١٢، -٨، -٤، ٠، ...$

$أ_١ = -١٢$، ود = ٤.

$$أ_ن = -١٢ + ٤(ن - ١)$$

$$أ_ن = ٤ن - ١٦$$

ترتيب الحد ن	١	٢	٣	٤	٥
$أ_ن$	-١٢	-٨	-٤	٠	٤

الحد التاسع: $٤ \times ٩ - ١٦ = ٢٠$.

أي حد قيمته ٣٢؟

المعادلة ← $٤س - ١٦ = ٣٢$ — أستعمل س هنا لرقم الحد.

أحل ← $٤س = ٤٨$ — أضيف ١٦.

الناتج ← $س = ١٢$ — أقسم على ٤.

إذن ٣٢ هو الحد الثاني عشر.

أتدرب بنفسي

١ أوجد الحد الخامس عشر: $٩، ٥، ١، -٣، ...$

٢ ما الحد الأول إذا كان $أ_ن = ٣ن + ٢$؟

أتحقق من إجابتي

١) -٤٧؛ الحد النوني $أ_ن = ١٣ - ٤ن$.

٢) ٥؛ أعوض ن = ١.

! أستعمل (ن − ١)، لأن الوصول من الحد الأول إلى الحد النوني يتطلب ن − ١ انتقالات.

٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

المتتابعة الحسابية دالة خطية منفصلة

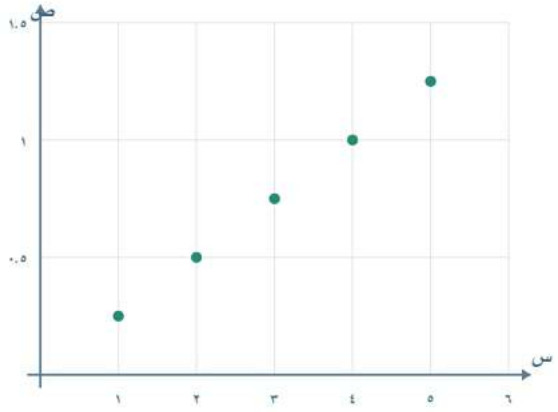
رقم الحد ن هو المدخل، وقيمة الحد هي المخرج. وبما أن ن يأخذ القيم ١، ٢، ٣، ...، فتمثيل المتتابعة نقاط منفصلة على خط مستقيم.

مثال الكتاب: تكلفة الرسائل

تكلفة الرسالة ربع ريال؛ فتكون التكاليف ٠,٢٥، ٠,٥٠، ٠,٧٥، ١، ...

$$د(ن) = ٠.٢٥ن$$

عدد الرسائل	١	٢	٣	٤	٥
التكلفة بالريال	٠,٢٥	٠,٥٠	٠,٧٥	١	١,٢٥



المجال: الأعداد الصحيحة الموجبة في هذه المتتابعة. والمدى: {٠,٢٥، ٠,٥٠، ٠,٧٥، ...}.

أتدرب بنفسي

١ كم تكلفة ٨ رسائل وفق هذه الدالة؟

٢ هل أصل نقاط المتتابعة الحسابية لتشمل ن = ١,٥؟

أتحقق من إجابتي

١) ريالان؛ ٠,٢٥ × ٨ = ٢.

٢) لا؛ ترتيب الحد عدد صحيح موجب.

! القاعدة خطية، لكن المجال هنا مقيد بأرقام الحدود؛ فلا تمثل المتتابعة بمستقيم متصل.

العلاقات والدوال الخطية

مراجعة الفصل الثاني

العلاقة والدالة والتمثيل

المفهوم	زبدة الفكرة
المجال والمدى	قيم س، ثم قيم ص دون تكرار.
الدالة	كل مدخل يقترن بمخرج واحد.
المقطع السيني	أضع ص = ٠.
المقطع الصادي	أضع س = ٠.
صفر الدالة	قيمة س عند تقاطع الرسم مع محور السينات.

أحل وأفسر

١ حدد مجال ومدى (١ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦).

٢ هل العلاقة السابقة دالة؟

٣ أوجد د(— ٢) إذا كانت د(س) = ٣س — ٢.

٤ أوجد المقطعين للمعادلة ٣س + ٢ص = ١٢.

أتحقق من إجابتي

١) المجال {١، ٢، ٣} ؛ المدى {٤، ٦}.

٢) نعم؛ كل مدخل له مخرج واحد.

٣) — ٨.

٤) السيني ٤ والصادي ٦.

! أختبر الدالة رأسيًا، وأبحث عن صفرها على محور السينات.



مراجعة الفصل الثاني

الميل والمتتابعات

أتدرب بنفسي

١ أوجد صفر الدالة د(س) = ٥س + ١٠.

٢ أوجد الميل بين (١ ، ٢) و(٤ ، ٨).

٣ جدول قيمه (٠ ، ١)، (٢، ٥)، (٤، ٩): هل معدل تغيره ثابت؟

٤ أوجد الحد العاشر للمتتابعة ٣٣، ٢٩، ٢٥، ...

٥ أي حد في المتتابعة −١٢، −٨، −٤، ... يساوي ٣٢؟

أتحقق من إجابتي

١) −٢.

٢) ٢؛ التغير الرأسي ٦ والأفقي ٣.

٣) نعم؛ يساوي ٢.

٤) −٣؛ أن = ٣٧ − ٤ن.

٥) الحد الثاني عشر.

أصحح خطأ شائعًا

إذا حسبت الميل بترتيب ص٢ − ص١، أستعمل س٢ − س١ في المقام. ولا أكتب ميل المستقيم الرأسي صفراً؛ فميله غير معرف.

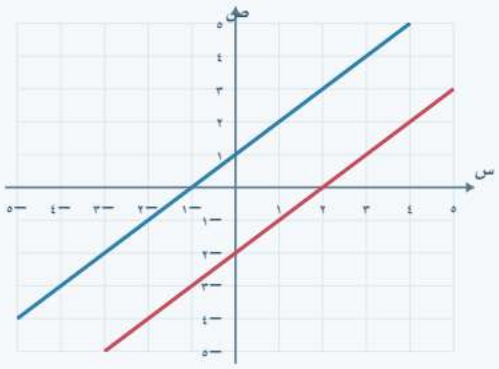
الدوال الخطية

الفصل الثالث

شرح مختصر • أمثلة بخطوات • تدريب ومراجعة

الفصل الثالث

الدوال الخطية



ماذا سأتعلم؟

- أمثل المستقيم باستعمال الميل والمقطع.
- أكتب معادلة المستقيم من ميل ونقطة أو نقطتين.
- أحول بين صيغ المعادلة الخطية.
- أحدد التوازي والتعامد باستعمال الميل.

أقرأ القاعدة، وأتبع المثال، ثم أحل التدريب وأتحقق من الحساب والإشارة والوحدة.

الدوال الخطية

١ تمثيل المعادلات بصيغة الميل والمقطع

صيغة الميل والمقطع

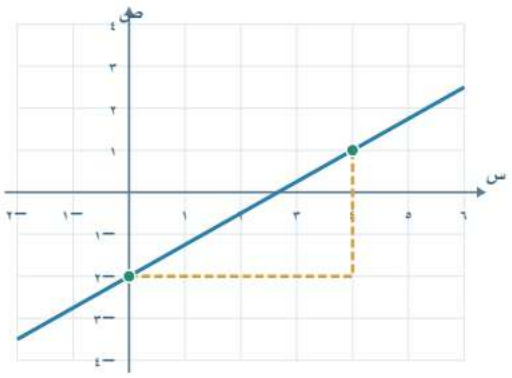
صيغة الميل والمقطع هي ص = مس + ب. م هو الميل، وب هو المقطع الصادي. أقرأ المقطع بإشارته، ثم أستخدم الميل للوصول إلى نقطة ثانية.

مثال الكتاب: الميل ثلاثة أرباع والمقطع −٢

$$ص = \frac{٣}{٤} س - ٢$$

الميل م	المقطع ب	نقطة البداية
$\frac{٣}{٤}$	−٢	(٠، −٢)

أتحرك ٤ وحدات يمينًا، ثم ٣ وحدات إلى أعلى.



أتدرب بنفسي

١ اكتب معادلة مستقيم ميله −٢ ومقطعه الصادي ٣.

٢ ما ميل ص = −٣س − ٨، وما مقطعها الصادي؟

أتحقق من إجابتي

١) ص = −٢س + ٣.

٢) الميل −٣، والمقطع الصادي −٨.

! ب يمثل قيمة ص عندما س = ٠. ليس هو المقطع السيني.

الدوال الخطية

١ تمثيل المعادلات بصيغة الميل والمقطع

أعيد ترتيب المعادلة قبل الرسم

إذا لم تكن ص منفردة، أحل المعادلة بالنسبة إليها لأقرأ الميل والمقطع. أقسم كل حدود الطرف على معامل ص.

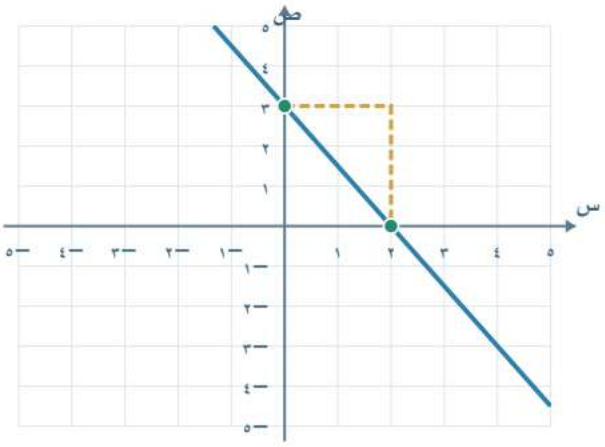
مثال الكتاب: ٣س + ٢ص = ٦

$$٣س + ٢ص = ٦$$

$$٢ص = ٦ - ٣س$$ أطرح ٣س.

$$ص = -\frac{٣}{٢}س + ٣$$ أقسم كل حد على ٢.

الميل $-٣ \div ٢$، والمقطع الصادي ٣.



أتدرب بنفسي

١ أعد كتابة ٣س − ٤ص = ١٢ بصيغة الميل والمقطع.

٢ أعد كتابة -٢س + ٥ص = ١٠.

أتحقق من إجابتي

١) ص = $٣س \div ٤ - ٣$.

٢) ص = $٢س \div ٥ + ٢$.

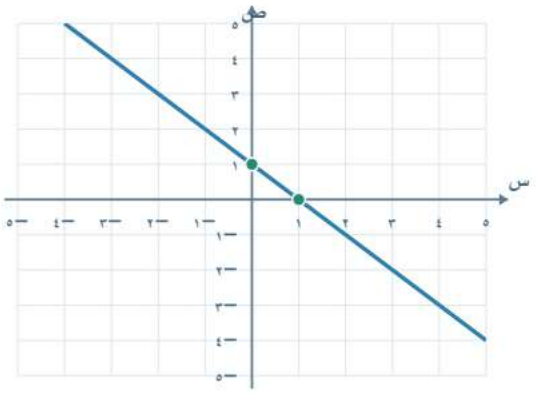
! عندما أقسم على عدد سالب تتغير إشارات الحدود المقسومة، وأبقي إشارة المساواة كما هي.

الدوال الخطية

١ تمثيل المعادلات بصيغة الميل والمقطع

الميل السالب والمستقيم الأفقي

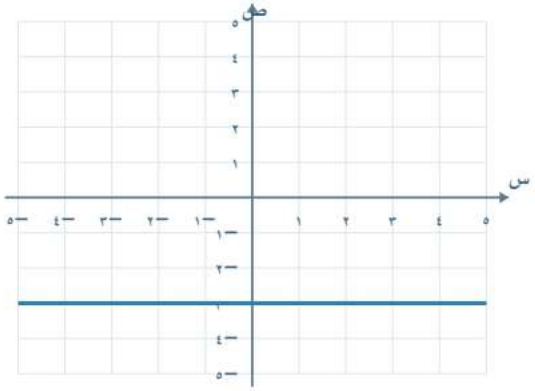
الميل السالب



من نقطة إلى يمينها: أتحرك إلى أسفل. ويمكن أيضًا التحرك يسارًا وإلى أعلى.

المستقيم الأفقي

ص = −٣



الميل صفر، والمعادلة ص = ب.

مثال الكتاب: حفظ الشعر

كان جمال يحفظ ٥٠٠ بيت، ويحفظ ٣٠ بيتًا جديداً كل شهر. إذا كان س عدد الأشهر، فإن عدد الأبيات ص = ٣٠س + ٥٠٠.

الميل ٣٠ بيتًا لكل شهر، والمقطع الصادي ٥٠٠ بيت عند البداية.

أتدرب بنفسي

١ كم بيتًا يحفظ جمال بعد ٤ أشهر وفق المثال؟

٢ ما ميل ص = ٥؟

أتحقق من إجابتي

١) ٦٢٠ بيتًا؛ ٣٠ × ٤ + ٥٠٠.

٢) صفر، ومقطعها الصادي ٥.

! المستقيم الرأسي س = ثابت لا يكتب بصيغة ص = مس + ب؛ لأن ميله غير معرف.

حقيبتي
www.haqibati.net

الدوال الخطية

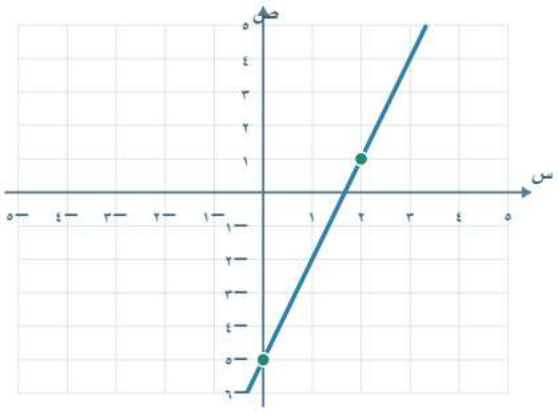
٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

أكتب المعادلة من ميل ونقطة

أكتب ص = مس + ب، ثم أعوض بالميل وبإحداثيي النقطة لإيجاد ب. بعد ذلك أكتب المعادلة باستخدام س وص.

مثال الكتاب: النقطة (٢ ، ١) والميل ٣

ص = ٣س + ب	أكتب الصيغة.
١ = ٣ × ٢ + ب	أعوض بس = ٢، ص = ١.
ب = −٥	١ − ٦ = −٥.
ص = ٣س − ٥	أكتب المعادلة.



أتدرب بنفسي

١ اكتب معادلة المستقيم المار بـ (−٢ ، ٥) وميله ٤.

٢ هل (٢ ، ١) تحقق ص = ٣س − ٥؟

أتحقق من إجابتي

١) ص = ٤س + ١٣ ؛ ب = ٥ − ٤(−٢) = ١٣.

٢) نعم؛ ١ = ٦ − ٥.

! لا أضع قيمة ص مكان س. أكتب الإحداثيين بجانب التعويض قبل الحساب.

الدوال الخطية

٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

أكتب المعادلة من نقطتين

أحسب الميل أولاً من النقطتين. ثم أستعمل الميل وإحدى النقطتين لإيجاد المقطع الصادي.

مثال الكتاب: (٣ ، ١) و(٢ ، — ٤)

$$\text{الميل} = \frac{-٤ - ١}{٢ - ٣} = ٥$$

الميل ٥. أعوض بالنقطة (٢ ، — ٤):

$$-٤ = ٢٥ + ب$$

$$ب = -١٤$$

$$ص = ٥س - ١٤$$

التحقق بالنقطة الأخرى: ٥ × ٣ — ١٤ = ١.

أستطيع اختيار أي نقطة

عند استعمال (٣ ، ١) أحصل على ١ = ١٥ + ب؛ فيكون ب = — ١٤ أيضاً. اختلاف النتيجتين يعني وجود خطأ في الحساب.

أتدرب بنفسي

١ اكتب معادلة المستقيم بين (— ١ ، ١٢) و(٤ ، — ٨).

٢ اكتب معادلة المستقيم بين (٢ ، — ٤) و(— ٥ ، — ٤).

أتحقق من إجابتي

١) الميل — ٤، والمقطع ٨؛ إذن ص = — ٤س + ٨.

٢) ص = — ٤؛ مستقيم أفقي.

ℹ إذا كان الإحداثيان السينيان متساويين، فالمستقيم رأسي، ومعادلته س = تلك القيمة.

الدوال الخطية

٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

أستعمل المعادلة في التنبؤ الخطي

إذا أشارت بيانات الموقف إلى معدل تغير ثابت، أكتب معادلة خطية. وعند التنبؤ خارج البيانات أفترض استمرار المعدل نفسه.

مثال الكتاب: الرحلات الجوية

سنة ميلادية	٢٠١٤	٢٠١٥	٢٠١٦	٢٠١٧
عدد الرحلات	٣٥٤	٣٦٦	٣٧٨	٣٩٠

أجعل س عدد السنوات منذ ٢٠١٠. الزيادة ١٢ رحلة كل سنة، وباستخدام النقطة (٦ ، ٣٧٨) أجد:

$$٣٧٨ = ٦١٢ + ب$$

$$ب = ٣٠٦$$

$$ص = ١٢س + ٣٠٦$$

التقدير لعام ٢٠٢٢ داخل مثال الكتاب

عام ٢٠٢٢ يقابله س = ١٢. إذن ص = ١٢ × ١٢ + ٣٠٦ = ٤٥٠ رحلة، إذا استمر المعدل نفسه.

هذا تطبيق على بيانات الكتاب وافتراضه، وليس تقريراً عن أعداد الرحلات الفعلية.

أتدرب بنفسي

١ وفق النموذج نفسه، ما القيمة عند س = ٨؟

٢ أي جزء يوضح الزيادة السنوية: ١٢ أم ٣٠٦؟

أتحقق من إجابتي

١) ٤٠٢ رحلة.

٢) ١٢؛ فهو الميل، ووحدته رحلة لكل سنة.

! أعرف ما تمثله س: السنة نفسها أم عدد السنوات منذ سنة محددة؟ هذا يغير التعويض.

٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

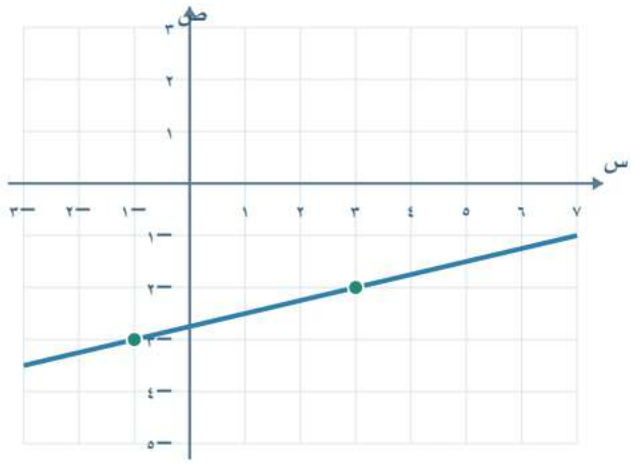
صيغة الميل ونقطة

إذا عرفت الميل م ونقطة (س١، ص١)، فإن معادلة المستقيم غير الرأسي هي: ص − ص١ = م(س − س١).

مثال الكتاب: النقطة (٣ ، −٢) والميل ربع

$$ص - (-٢) = \frac{١}{٤}(س - ٣)$$

$$ص + ٢ = \frac{١}{٤}(س - ٣)$$



طرح ص١ = −٢ يصبح جمع ٢؛ أما س١ = ٣ فتبقى س − ٣.

أتدرب بنفسي

١ اكتب بصيغة الميل ونقطة: النقطة (−٢ ، −١) والميل −٦.

٢ ما النقطة التي تظهر مباشرة في ص − ٤ = ٢(س + ٣)؟

أتحقق من إجابتي

١) ص + ١ = −٦(س + ٢).

٢) (−٣ ، ٤)؛ لأن س + ٣ = س − (−٣).

! في هذه الصيغة إشارة داخل القوس عكس إشارة إحداثي النقطة.

الدوال الخطية

٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

أحول بين صيغ معادلة المستقيم

أستعمل التوزيع والتبسيط لتحويل الصيغة، مع المحافظة على المستقيم نفسه وعلى مجموعة نقاطه.

مثال الكتاب: إلى الصورة القياسية

$$ص - ١ = -\frac{٢}{٣}(س - ٥)$$

$٣(ص - ١) = -٢(س - ٥)$	أضرب في ٣.
$٣ص - ٣ = -٢س + ١٠$	أوزع.
$٢س + ٣ص = ١٣$	أجمع الحدود.

مثال الكتاب: إلى الميل والمقطع

$$ص + ٣ = \frac{٢}{٣}(س + ١)$$

$$ص = \frac{٢}{٣}س - \frac{٧}{٣}$$

أوزع: $ص + ٣ = ٢س \div ٣ + ٢ \div ٣$، ثم أطرح $٣ = ٩ \div ٣$.

أتدرب بنفسي

١ حول $ص - ١ = ٧(س + ٥)$ إلى الصورة القياسية.

٢ حول $ص + ٦ = ٣(س - ٤)$ إلى صيغة الميل والمقطع.

أتحقق من إجابتي

١) $٧س - ص = -٣٦$.

٢) $ص = ٣س - ١٨$.

أختبر نقطة معروفة في الصيغة الجديدة لأتأكد من عدم فقد إشارة أو حد.

الدوال الخطية

٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

أختار الصيغة المناسبة للمعطيات

المعطيات	طريقة البدء
الميل والمقطع الصادي	أكتب ص = مس + ب مباشرة.
الميل ونقطة	أكتب ص − ص١ = م(س − س١).
نقطتان	أحسب الميل، ثم أستعمل إحدى النقطتين.
مستقيم رأسي	س = قيمة ثابتة.

تطبيق هندسي من الكتاب

يمر ضلع من مربع بالنقطتين (٤ ، ٢) و(٧ ، ٥). ميله (٥ − ٢) ÷ (٧ − ٤) = ١.

ص − ٢ = س − ٤

س − ص = ٢

صيغة الميل ونقطة: ص − ٢ = س − ٤. والصورة القياسية: س − ص = ٢.

أتدرب بنفسي

١ اكتب معادلة مستقيم ميله ٢ ويمر بـ (١ ، ٤).

٢ أي الصيغتين تمثل مستقيم المثال الهندسي: س − ص = ٢ أم ص − س = ٢؟

أتحقق من إجابتي

١) ص − ٤ = ٢(س − ١)، أو ص = ٢س + ٢.

٢) س − ص = ٢؛ لأن ٤ − ٢ = ٢.

تلميح: قد تختلف صورة المعادلة وتصف المستقيم نفسه؛ أتحقق بالتبسيط أو بالتعويض.

الدوال الخطية

٤ المستقيمات المتوازية والمتعامدة

المستقيمات المتوازية

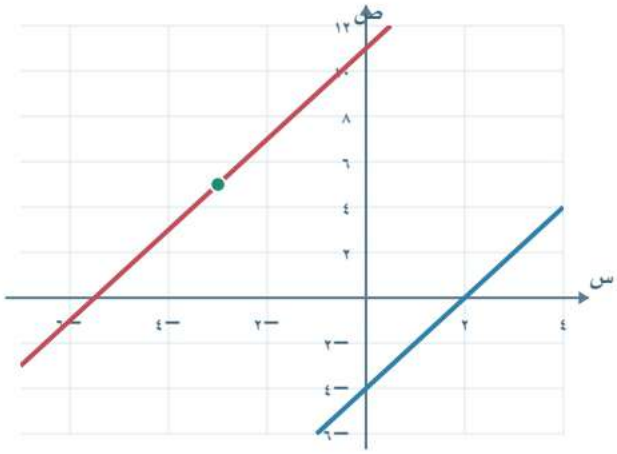
المستقيمان المتوازيان في المستوى نفسه لا يتقاطعان. للمستقيمين غير الرأسيين المتوازيين الميل نفسه، وإذا كانا مختلفين فمقطعاهما الصاديان مختلفان.

مثال الكتاب: مستقيم موازٍ

أكتب معادلة مستقيم يمر بـ (−٣ ، ٥) ويوازي ص = ٢س − ٤. الميل المطلوب هو ٢.

$$ص - ٥ = ٢(س + ٣)$$

$$ص = ٢س + ١١$$



أتدرب بنفسي

١ أوجد معادلة مستقيم يوازي ص = ٢س + ٧ ويمر بـ (٤ ، −١).

٢ هل ص = ٣س + ١ وص = ٣س − ٥ متوازيان؟

أتحقق من إجابتي

١) ص = ٢س − ٩.

٢) نعم؛ الميل نفسه والمقطعان مختلفان.

! إذا تساوى الميل والمقطع معًا فالمعادلتان تمثلان المستقيم نفسه، وليسا مستقيمين متوازيين مختلفين.

الدوال الخطية

٤ المستقيمات المتوازية والمتعامدة

المستقيمات المتعامدة

المستقيمان المتعامدان يتقاطعان بزاوية قائمة. إذا كان ميلاهما معرفين فكل منهما معكوس مقلوب الآخر، وحاصل ضربهما −١.

أجد الميل العمودي

الميل المعطى	الميل العمودي عليه
$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٣}{٢}$
-٤	$\frac{١}{٤}$
١	−١

مثال الكتاب: مستقيم عمودي

للمستقيم ٢س + ٣ص = ١٢ ميل −٢ ÷ ٣. المطلوب مستقيم عمودي عليه يمر بـ (−٤ ، ٦)، فيكون ميله ٣ ÷ ٢.

$$ص - ٦ = \frac{٣}{٢}(س + ٤)$$

$$ص = \frac{٣}{٢}س + ١٢$$

$$-١ = \frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣}-$$

أتدرب بنفسي

١ ما الميل العمودي على مستقيم ميله −٥؟

٢ هل ميلان ٢ و−٢ يدلان على التعامد؟

أتحقق من إجابتي

١) ١ ÷ ٥؛ حاصل ضربهما −١.

٢) لا؛ حاصل ضربهما −٤، وليس −١.

! تغيير الإشارة وحده لا يكفي؛ آخذ المقلوب ثم أغير الإشارة.

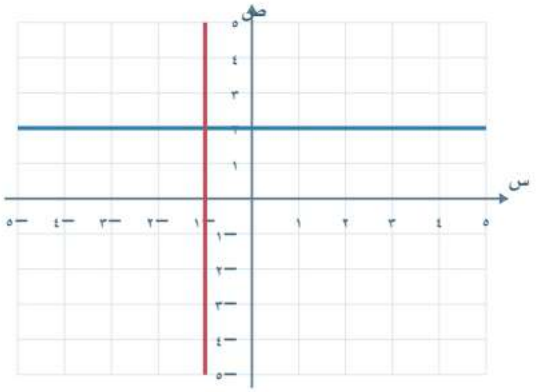
الدوال الخطية

٤ المستقيمات المتوازية والمتعامدة

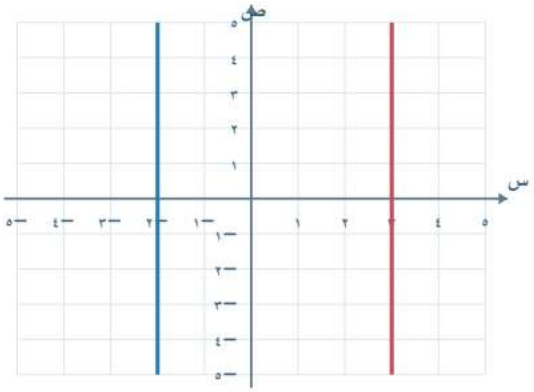
الحالات الخاصة والمقارنة بين المستقيمات

كل مستقيمين رأسيين مختلفين متوازيان، وكذلك كل مستقيمين أفقيين مختلفين. وكل مستقيم أفقي عمودي على كل مستقيم رأسي.

أفقي ورأسي: متعامدان



مستقيمان رأسيان: متوازيان



كيف أقارن؟

أكتب كل معادلة بصيغة يظهر منها الميل. إن تساوى الميلان أفحص هل المستقيمان مختلفان. وإن كان حاصل الضرب −١ فهما متعامدان. وإلا فلا توازٍ ولا تعامد.

أتدرب بنفسي

١ صنف ص = ٥ وس = ٣.

٢ صنف ص = ٤س + ١ وص = −س ÷ ٤ + ٢.

٣ صنف ص = ٢س + ١ وص = ٥س + ١.

أتحقق من إجابتي

١) متعامدان؛ الأول أفقي والثاني رأسي.

٢) متعامدان؛ ٤ × (−١ ÷ ٤) = −١.

٣) متقاطعان؛ لا توازٍ ولا تعامد.

! لا أستعمل قاعدة ضرب الميلين في المستقيم الرأسي؛ أتعامل معه بوصفه حالة خاصة.

الدوال الخطية

مراجعة الفصل الثالث

صيغ المعادلة الخطية

الصيغة	المعادلة	أنسب معطيات
الميل والمقطع	ص = مس + ب	م، ب
الميل ونقطة	ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)	م ونقطة
القياسية	أس + بص = جـ	علاقة خطية بعد التبسيط

أكتب وأتحقق

١ اكتب معادلة مستقيم ميله ٣ ومقطعه −٢.

٢ اكتب المعادلة من النقطة (٢ ، ٥) والميل −١.

٣ اكتب المعادلة من (٠ ، ٢) و(٣ ، ٨).

٤ حول ص + ٢ = ٣(س − ١) إلى الصورة القياسية.

أتحقق من إجابتي

١) ص = ٣س − ٢.

٢) ص − ٥ = −(س − ٢)، أو ص = −س + ٧.

٣) الميل ٢ ؛ ص = ٢س + ٢.

٤) ٣س − ص = ٥.

! أعوض بنقطة معطاة بعد كتابة المعادلة؛ يجب أن يتحقق الطرفان.

الدوال الخطية

مراجعة الفصل الثالث

التوازي والتعامد والتفسير

أراجع المفاهيم

١ مستقيم موازٍ لص = −٢س + ٤ ويمر بـ (١ ، ٣): أوجد معادلته.

٢ مستقيم عمودي على ص = ٢س ويمر بالأصل: أوجد معادلته.

٣ صنف س = −٣ وس = ٤.

٤ في ص = ١٢س + ٣٠٦، ما مقدار زيادة ص إذا زادت س بمقدار ٣؟

٥ صحح: ميل ص = −٣س + ٧ هو ٧.

أتحقق من إجابتي

١) ص = −٢س + ٥.

٢) ص = −س ÷ ٢.

٣) متوازيان؛ مستقيمان رأسيان مختلفان.

٤) ٣٦؛ لأن التغير = الميل × ٣.

٥) الميل −٣، والمقطع الصادي ٧.

أتذكر

توازٍ: الميل نفسه لمستقيمين مختلفين. تعامد: حاصل ضرب الميلين −١ إذا كانا معرفين. أما الأفقي والرأسي فمتعامدان.

المتباينات الخطية

الفصل الرابع

شرح مختصر • أمثلة بخطوات • تدريب ومراجعة

الفصل الرابع

المتباينات الخطية



ماذا سأتعلم؟

- أحل المتباينات وأمثل مجموعات الحل.
- أميز أثر الضرب والقسمة في عدد سالب.
- أحل المتباينات المركبة باستعمال «و» و«أو».
- أحل متباينات القيمة المطلقة وأفسر المسافة.

أقرأ القاعدة، وأتبع المثال، ثم أحل التدريب وأتحقق من الحساب والإشارة والوحدة.

حقيبتي
www.haqibati.net

المتباينات الخطية

١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

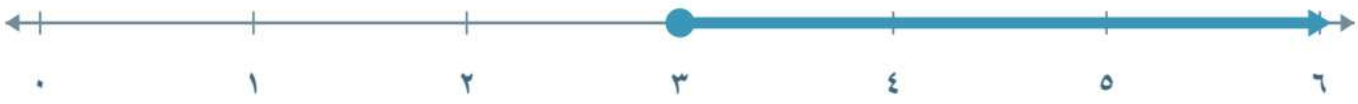
أقرأ المتباينة وأمثل حلها

المتباينة تقارن عبارتين باستعمال: أصغر من، أكبر من، أصغر من أو يساوي، أكبر من أو يساوي. وحلها غالبًا مجموعة أعداد.

الرمز في عبارة	القراءة	النقطة الطرفية
س $>$ ٣	س أصغر من ٣	مفتوحة؛ لا تشمل ٣.
س $\geq$ ٣	س أصغر من أو تساوي ٣	مغلقة؛ تشمل ٣.
س $<$ ٣	س أكبر من ٣	مفتوحة؛ لا تشمل ٣.
س $\leq$ ٣	س أكبر من أو تساوي ٣	مغلقة؛ تشمل ٣.

كيف أرسم؟

الأكبر من: أظلل يمين العدد. الأصغر من: أظلل يساره. ومع علامة المساواة أغلق النقطة.



هذا التمثيل يعني س $\leq$ ٣؛ ويشمل ٣ وكل عدد أكبر منها.

أتدرب بنفسي

١ هل العدد ٣ حل للمتباينة س $>$ ٣؟

٢ هل العدد ٣ حل للمتباينة س $\leq$ ٣؟

أتحقق من إجابتي

١) لا؛ لأن المتباينة صارمة ولا تشمل الطرف.

٢) نعم؛ لأن علامة المساواة تشمل الطرف.

! مجموعة الحل تكتب مثل: {س | س $\leq$ ٣}. الرمز | يقرأ «حيث».

المتباينات الخطية

١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

الجمع والطرح يحافظان على اتجاه المتباينة

أضيف العدد نفسه إلى الطرفين أو أطرحه منهما، فتظل المتباينة صحيحة وبالاتجاه نفسه.

مثال الكتاب: س − ١٢ ≤ ٨

المتباينة ← س − ١٢ ≤ ٨ — أضيف ١٢ إلى الطرفين.

الناتج ← س ≤ ٢٠ — أبسط.



مثال الكتاب: س + ١٩ > ٥٦

المتباينة ← س + ١٩ > ٥٦ — أطرح ١٩ من الطرفين.

الناتج ← س > ٣٧ — أبسط.

الطرف ٣٧ غير مشمول. ٣٦ تحقق المتباينة، و٣٧ لا تحققها، و٣٨ لا تحققها.

أتدرب بنفسي

١ حل س + ٨ ≥ ١٨.

٢ حل س − ٥ > ٩.

أتحقق من إجابتي

١) س ≥ ١٠.

٢) س > ١٤.

! الجمع والطرح، حتى بعدد سالب، لا يعكسان الإشارة. انعكاسها يرتبط بالضرب أو القسمة في عدد سالب.

المتباينات الخطية

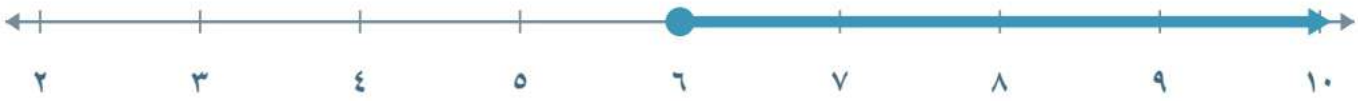
١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

المتغير في الطرفين وكتابة المسألة

مثال الكتاب: ٣س + ٦ ≥ ٤س

المتباينة ← ٣س + ٦ ≥ ٤س — أطرح ٣س من الطرفين.

الناتج ← ٦ ≥ س — أي س ≤ ٦.



مثال الكتاب: سرعة إدخال الكلمات

معدل أحمد ٤٨ كلمة في الدقيقة. اشترطت الوظيفة ٦٤ كلمة في الدقيقة على الأقل. أرمز للزيادة المطلوبة بـ ن.

المتباينة ← ٤٨ + س ≥ ٦٤ — أطرح ٤٨.

الناتج ← س ≥ ١٦ — الزيادة لا تقل عن ١٦ كلمة في الدقيقة.

العبارة اللفظية	الرمز
على الأقل، لا يقل عن	≥
على الأكثر، لا يزيد على	≤
أكثر من	>
أقل من	<

أتدرب بنفسي

١ مع خالد ١٩٥ ريالاً، وثمن قميص ٧٥,٧٥ ريالاً وحزام ٤٢ ريالاً. ما أقصى ثمن لبنطال يستطيع شراءه؟

٢ حل ٥س ≤ س + ١٢ باستعمال الجمع والطرح ثم القسمة.

أتحقق من إجابتي

١) ثمن البنطال ≥ ٧٧,٢٥ ريالاً.

٢) س ≤ ٣.

! أحدد إن كان حد الميزانية مسموحًا؛ كلمة «أقصى» أو «لا يتجاوز» تشمل المساواة.

المتباينات الخطية

٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

الضرب أو القسمة في عدد موجب

إذا ضربت طرفي المتباينة في عدد موجب، أو قسمتهما عليه، بقي اتجاه الإشارة كما هو.

مثال الكتاب: معامل كسري موجب

المتباينة ← $\frac{٣}{٧}$ س > ٢١ — أضرب الطرفين في ٧ ÷ ٣.

الناتج ← س > ٤٩ — المقلوب موجب فلا تتغير الإشارة.



مثال من الكتاب: كسر من عينة

إذا كان ثُمن أفراد العينة أقل من ٨٤، أكتب ن ÷ ٨ > ٨٤، ثم أضرب في ٨ فأجد ن > ٦٧٢.

$\frac{س}{٨}$ > ٨٤

أتدرب بنفسي

١ حل ٦س > ٨.

٢ حل س ÷ ٦ ≥ ٨.

أتحقق من إجابتي

١) س > ٤ ÷ ٣.

٢) س ≥ ٤٨.

١ أضرب في مقلوب المعامل الكسري الموجب، وأحافظ على اتجاه المتباينة.

المتباينات الخطية

٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

أعكس الإشارة عند الضرب أو القسمة في سالب

إذا ضربت الطرفين في عدد سالب أو قسمتهما عليه، أعكس اتجاه المتباينة: $<$ تصبح $>$، و$\geq$ تصبح $\leq$، والعكس.

لماذا أعكسها؟

$$٣ > ٢$$

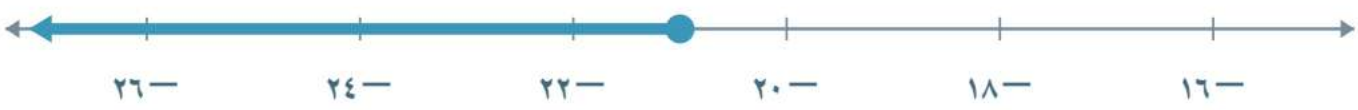
$$-٣ < -٢$$

بعد الضرب في -١ انعكس ترتيب العددين على خط الأعداد.

مثال الكتاب: $-٧س \leq ١٤٧$

المتباينة ← $-٧س \leq ١٤٧$ — أقسم على -٧ وأعكس الاتجاه.

الناتج ← $س \geq -٢١$ — $١٤٧ \div (-٧) = -٢١$.



أتدرب بنفسي

١ حل $-١٢س > -٦٠$.

٢ حل $-٤س \div ٣ > ١٠٠$.

أتحقق من إجابتي

١) $س > ٥$؛ انعكست الإشارة.

٢) $س > -٧٥$؛ أضرب في $-٣ \div ٤$.

! أعكس الاتجاه مرة واحدة عند كل ضرب أو قسمة فعلية في عدد سالب، لا لمجرد رؤية سالب في العبارة.

المتباينات الخطية

٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

أتحقق وأفسر قيود المسألة

التحقق من −٧س ≤ ١٤٧

قيمة س	الطرف −٧س	هل −٧س ≤ ١٤٧؟
−٢٢	١٥٤	نعم؛ داخل الحل.
−٢١	١٤٧	نعم؛ الطرف مشمول.
−٢٠	١٤٠	لا؛ خارج الحل.

مثال الكتاب: زجاجات العطر

ربحت جائزة ٢٥٠ ريالاً، وسعر الزجاجة ٤٥ ريالاً. إذا كان س عدد الزجاجات، فإن ٤٥س ≥ ٢٥٠.

المتباينة ← ٤٥س ≥ ٢٥٠ — أقسم على ٤٥.

الناتج ← $س \geq \frac{٥٠}{٩}$ — الحل العددي يسمح بما لا يزيد على ٥ وهو أتساع.

لأن عدد الزجاجات عدد صحيح غير سالب، فأقصى عدد يمكن شراؤه هو ٥ زجاجات.

أتدرب بنفسي

١ ميزانية ١٠٠ ريال وسعر السلعة ٢٨ ريالاً. كم سلعة كاملة يمكن شراؤها على الأكثر؟

٢ هل −٢٢ يحقق −٧س ≤ ١٤٧؟

أتحقق من إجابتي

١) ٣ سلع؛ لأن ٢٨ × ٣ = ٨٤، و٢٨ × ٤ = ١١٢.

٢) نعم؛ ١٥٤ ≤ ١٤٧.

ℹ لا أقرب الحد الأعلى إلى أقرب عدد صحيح إذا كان التقريب سيتجاوز الميزانية؛ أختار أكبر عدد صحيح مسموح.

المتباينات الخطية

٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

أحل متباينة من عدة خطوات

أبسط، ثم أعكس أثر العمليات كما في المعادلات. وأتذكر عكس الإشارة إذا ضربت أو قسمت في عدد سالب.

مثال الكتاب: راتب وعمولة

راتب عبد المجيد ٦٠٠٠ ريال، وعمولته ١٠٪ من المبيعات. يريد دخلاً لا يقل عن ١٢٠٠٠ ريال. س قيمة المبيعات بالريال.

المتباينة ←	٦٠٠٠ + ٠.١س ≥ ١٢٠٠٠	أطرح ٦٠٠٠.
أحل ←	٠.١س ≥ ٦٠٠٠	أقسم على ٠,١ وهو موجب.
الناتج ←	س ≥ ٦٠٠٠٠	مبيعاته لا تقل عن ٦٠٠٠٠ ريال.

مثال الكتاب: معامل سالب

المتباينة ←	−١١س − ١٣ < ٤٢	أضيف ١٣.
أحل ←	−١١س < ٥٥	أقسم على −١١ وأعكس الاتجاه.
الناتج ←	س > −٥	هذا هو الحل.

أتدرب بنفسي

١ حل ٢٣ ≤ ١٠ − ٢س.

٢ رسوم طباعة ١٣,٥٠ ريالاً، و٤٠٠ نسخة تكلفتها الكلية أقل من ١٣٣,٥٠ ريالاً. ما سعر النسخة؟

أتحقق من إجابتي

١) س ≤ −٦,٥.

٢) س < ٠,٣٠ ريال؛ من ١٣,٥ + ٤٠٠س < ١٣٣,٥.

! في مثال المبيعات ١٠٪ = ٠,١، وليست ١٠. أكتب النسبة بصورة عشرية قبل التعويض.

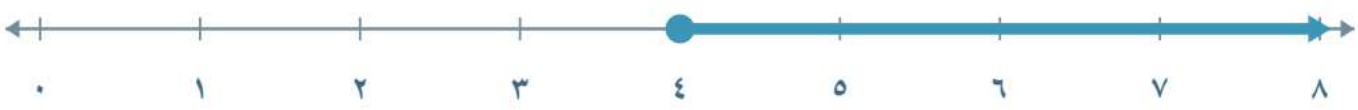
المتباينات الخطية

٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

أوزع وأجمع الحدود المتشابهة

مثال الكتاب: ٤(٣س − ٥) + ٧ ≤ ٨س + ٣

المتباينة ←	٤(٣س − ٥) + ٧ ≤ ٨س + ٣	أوزع ٤.
أحل ←	١٢س − ١٣ ≤ ٨س + ٣	أجمع −٢٠ + ٧.
أحل ←	٤س − ١٣ ≤ ٣	أطرح ٨س من الطرفين.
أحل ←	٤س ≤ ١٦	أضيف ١٣.
الناتج ←	س ≤ ٤	أقسم على ٤.



عندما توجد متغيرات في الطرفين

لجملة «خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثاله زائد ٤٥» أكتب:

المتباينة ←	٥ − ٦س > ٤س + ٤٥	أطرح ٤س ثم أطرح ٥.
أحل ←	−١٠س > ٤٠	أقسم على −١٠ وأعكس الاتجاه.
الناتج ←	س < −٤	الحل أصغر من −٤.

أتدرب بنفسي

١ حل ٦(٥س − ٣) ≥ ٤٢.

٢ حل ٢(س + ٦) < −٣(٨ − س).

أتحقق من إجابتي

١) س ≥ ٢.

٢) س < ٣٦.

! السالب خارج القوس يغير إشارة كل حد يضربه. أراجع التوزيع قبل نقل الحدود.

المتباينات الخطية

٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

جميع الأعداد الحقيقية أم المجموعة الخالية؟

قد تختفي المتغيرات بعد التبسيط. إذا بقيت عبارة صحيحة دائماً فكل عدد حقيقي حل، وإذا بقيت عبارة خاطئة فلا يوجد حل.

مثال الكتاب: لا حل

$٩ - (٥ - ٤س) \geq ٤(س - ٣)$

بالتبسيط: $٤ + ٤س \geq ٤س - ١٢$. وبطرح ٤س ينتج $٤ \geq -١٢$، وهو غير صحيح؛ فمجموعة الحل $\varnothing$.

مثال الكتاب: جميع الأعداد الحقيقية

$٣(٤س + ٦) + ٤٢ \leq ٦(٢س - ٤)$

بالتبسيط: $١٢س + ٦٠ \leq ١٢س - ٢٤$. ينتج $٦٠ \leq -٢٤$، وهي صحيحة؛ فالحل جميع الأعداد الحقيقية.

أتدرب بنفسي

١ حل $٢س + ٣ > ٢س + ١$.

٢ حل $٥س - ٤ \geq ٥س - ٧$.

٣ صحح: إذا اختفى س فالحل صفر دائماً.

أتحقق من إجابتي

١) جميع الأعداد الحقيقية؛ لأن $٣ > ١$.

٢) المجموعة الخالية؛ لأن $-٤ \geq -٧$ غير صحيحة.

٣) أفحص المتباينة العددية؛ قد يكون الحل جميع الأعداد أو لا يوجد حل.

! المجموعة الخالية $\varnothing$ تختلف عن $\{٠\}$: الثانية تحتوي عنصراً واحداً، والأولى لا تحتوي أي عنصر.

المتباينات الخطية

٤ حل المتباينات المركبة

«و» تعني التقاطع

المتباينة المركبة التي تربطها «و» تصح عندما يتحقق الشرطان معًا. أمثل الجزء المشترك من مجموعتي الحل.

مثال الكتاب: $-٢ \geq س - ٣ < ٤$

أضيف ٣ إلى جميع أجزاء المتباينة:

$١ \geq س < ٧$



الحل: س $\geq$ ١ و س $<$ ٧. النقطة ١ مغلقة، والنقطة ٧ مفتوحة.

أختبر بعض القيم

قيمة س	هل تحقق الشرطين؟
٠	لا؛ أصغر من ١.
١	نعم؛ الطرف الأول مشمول.
٤	نعم؛ داخل الفترة.
٧	لا؛ الطرف الثاني غير مشمول.

أتدرب بنفسي

١ حل $١ \geq س + ٢ < ٦$.

٢ حل س ≥ ٢ و س < ٥.

أتحقق من إجابتي

١) $-١ \geq س < ٤$؛ أطرح ٢ من الأجزاء كلها.

٢) $٢ \geq س < ٥$.

! إذا لم يوجد جزء مشترك بين الشرطين في «و»، فمجموعة الحل خالية.

المتباينات الخطية

٤ حل المتباينات المركبة

«أو» تعني الاتحاد

المتباينة المركبة التي تربطها «أو» تصح إذا تحقق أحد الشرطين على الأقل. أمثل كل نقاط الحل في أي من المجموعتين.

مثال الكتاب: شرط في كل جانب

س ≥ −٣ أو س > ٥



تشمل المجموعة −٣ وما يسارها، وتشمل الأعداد الأكبر من ٥. القيم بين −٣ و٥ لا تنتمي للحل.

مثال الكتاب: التردد الذي لا يسمعه الإنسان

في المدى المعطى بالكتاب: التردد المسموع من ٢٠ إلى ٢٠٠٠٠ هرتز شاملاً الطرفين. لذا يمثّل الخارج عنه بتردد أقل من ٢٠ أو أكبر من ٢٠٠٠٠ هرتز.

أتدرب بنفسي

١ حل س + ١ > ٤ أو س − ٢ ≥ −٣.

٢ هل العدد ٥ يحقق س ≥ −٣ أو س > ٥؟

أتحقق من إجابتي

١) س > ٣ أو س ≥ −١.

٢) لا؛ لا يحقق أيًا من الشرطين.

! «أو» لا تعني ضرورة تحقق شرط واحد فقط؛ إذا حقق العدد الشرطين فهو مقبول أيضاً.

المتباينات الخطية

٤ حل المتباينات المركبة

أقارن بين التقاطع والاتحاد

أداة الربط	ما آخذ من الرسم؟	متى يكون العدد حلاً؟
و	التقاطع	عندما يحقق الشرطين معاً.
أو	الاتحاد	عندما يحقق أحد الشرطين أو كليهما.

مثالان بالشرطين نفسيهما

س > −١، س < ٣:

مع «و»: −١ < س < ٣، وهي الفترة المشتركة.



مع «أو»: جميع الأعداد الحقيقية؛ كل عدد يحقق واحداً منهما على الأقل.



أتدرب بنفسي

١ حل س > ٤ و س < ٢.

٢ حل س ≤ ٤ أو س > ٤.

٣ اكتب مدى طول جهاز لا يقل عن ١١,٢ سم ولا يزيد على ١١,٤ سم.

أتحقق من إجابتي

١) لا يوجد حل؛ الشرطان لا يتقاطعان.

٢) جميع الأعداد الحقيقية.

٣) ١١,٢ ≤ س ≤ ١١,٤.

قبل رسم المتباينة المركبة أحل كل جزء، ثم أحدد التقاطع أو الاتحاد بحسب أداة الربط.

٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

الأصغر من: حل بين طرفين

إذا كانت ك موجبة، فإن |عبارة| < ك تعني أن العبارة بين −ك وك. أستعمل «و» لأن المسافة أقل من الحد في الاتجاهين.

مثال الكتاب: |س + ٢| < ١١

$|س + ٢| < ١١$

أكتبها بين طرفين:

$-١١ < س + ٢ < ١١$

أطرح ٢ من الأجزاء كلها:

$-١٣ < س < ٩$



مجموعة الحل هي تقاطع الشرطين س > −١٣ وس < ٩.

مع ≥ أشمل الطرفين

|س − ٨| ≥ ٢ تعني: −٢ ≥ س − ٨ ≥ ٢. بإضافة ٨ أحصل على ٦ ≥ س ≥ ١٠.

أتدرب بنفسي

١ حل |س − ١| < −٢.

٢ حل |س − ٨| ≥ ٢.

أتحقق من إجابتي

١) لا يوجد حل؛ قيمة مطلقة غير سالبة لا تكون أقل من −٢.

٢) ٦ ≥ س ≥ ١٠.

! قبل تطبيق قاعدة «بين طرفين» أتحقق أن الطرف الآخر موجب، وأن رمز القيمة المطلقة معزول.

المتباينات الخطية

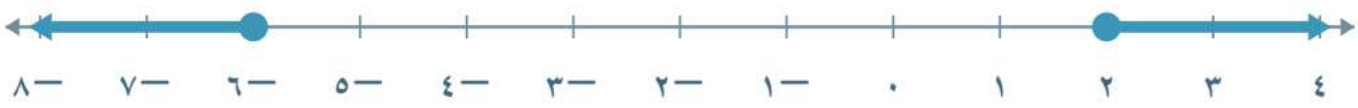
٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

الأكبر من: حل خارج الطرفين

إذا كانت ك موجبة، فإن |عبارة| > ك تعني: العبارة أكبر من ك أو أصغر من −ك. أستعمل «أو» لأن المسافة أكبر من الحد في أحد الاتجاهين.

مثال الكتاب: |٣س + ٦| ≤ ١٢

الجانب الموجب	الجانب السالب
المتباينة	المتباينة
٣س + ٦ ≤ ١٢	٣س + ٦ ≥ −١٢
أطرح ٦ ثم أقسم على ٣.	أطرح ٦ ثم أقسم على ٣.
الناتج	الناتج
س ≤ ٢	س ≥ −٦
الحل إلى اليمين.	الحل إلى اليسار.



الحل: س ≥ −٦ أو س ≤ ٢. الطرفان مشمولان بسبب علامة المساواة.

أتدرب بنفسي

١ حل |٢س + ١| ≤ ٧.

٢ حل |س| > ٣.

أتحقق من إجابتي

١) س ≥ −٤ أو س ≤ ٣.

٢) س < −٣ أو س > ٣.

! لا أربط حل «أكبر من» بـ «و»؛ لا يمكن أن تكون العبارة أكبر من ك وأصغر من −ك معًا.

المتباينات الخطية

٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

التطبيقات والحالات الصفرية والسالبة

مثال الكتاب: هامش الخطأ

في المثال المدرسي كانت النسبة المقدرة ٩٠٪، وهامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية. إذا كانت س النسبة الفعلية:

$|س - ٩٠| \leq ٣$

إذن $٨٧ \leq س \leq ٩٣$؛ أي من ٨٧٪ إلى ٩٣٪ شاملاً الطرفين.



الحالة	الحل
$\|س\| < ٠$ أو $\|س\| \geq$ عدد سالب	لا يوجد حل.
$\|س\| \geq ٠$	س = ٠ فقط.
$\|س\| >$ عدد سالب أو $\|س\| \leq ٠$	جميع الأعداد الحقيقية.
$\|س\| < ٠$	جميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر.

أتدرب بنفسي

١ حل $|س - ٦| \leq -٥$.

٢ حل $|س + ٢| \geq ٠$.

٣ درجة مرجعية ٠°، والتغير ضمن ١°. اكتب مدى درجات الحرارة.

أتحقق من إجابتي

١) جميع الأعداد الحقيقية.

٢) س = −٢ فقط.

٣) $-١ \leq س \leq ١$.

! أعزل القيمة المطلقة أولاً. فالمعامل السالب خارجها قد يعكس المتباينة عند القسمة عليه.

المتباينات الخطية

مراجعة الفصل الرابع

قواعد المتباينات

الخطوة	أثرها في الإشارة
جمع العدد نفسه أو طرحه	لا يتغير الاتجاه.
الضرب أو القسمة في موجب	لا يتغير الاتجاه.
الضرب أو القسمة في سالب	ينعكس الاتجاه.
المساواة ضمن الرمز ≥ أو ≤	نقطة مغلقة على خط الأعداد.

أحل وأمثل

١ حل س − ٧ > −٢.

٢ حل −٣س ≥ ١٢.

٣ حل ٢(س + ٣) < ١٤.

٤ حل ٣س + ١ ≤ س + ٩.

أتحقق من إجابتي

١) س > ٥.

٢) س ≤ −٤.

٣) س < ٤.

٤) س ≤ ٤.

أختبر عدداً داخل الحل وعدداً خارجه، وأفحص الطرف عند وجود المساواة.

المتباينات الخطية

مراجعة الفصل الرابع

المركبة والقيمة المطلقة

أختبر فهمي

١ حل $-٣ < س + ١ \geq ٥$.

٢ حل س $- ٢ > -٤$ أو $س + ١ \leq ٦$.

٣ حل $|س - ٣| < ٤$.

٤ حل $|س + ١| \leq ٣$.

٥ قال طالب: $-٢س < ٨$ إذن $س > -٤$. صحح.

أتحقق من إجابتي

١) $-٤ < س \geq ٤$.

٢) $س > -٢$ أو $س \leq ٥$.

٣) $-١ < س > ٧$.

٤) $س \geq -٤$ أو $س \leq ٢$.

٥) الصحيح $س > -٤$؛ يجب عكس الإشارة عند القسمة على -٢.

زبدة الفصل

«و»: التقاطع. «أو»: الاتحاد. القيمة المطلقة الأصغر من حد موجب: داخل فترة. الأكبر من حد موجب: خارج فترة.

حقيبتي
www.haqibati.net

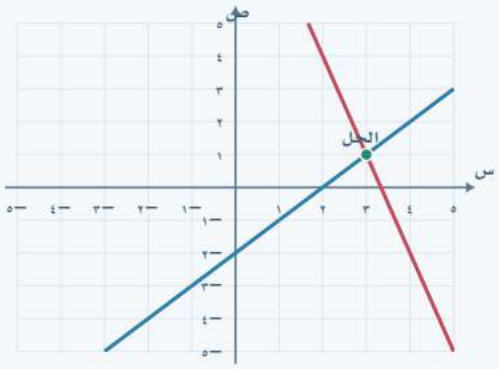
أنظمة المعادلات الخطية

الفصل الخامس

شرح مختصر • أمثلة بخطوات • تدريب ومراجعة

الفصل الخامس

أنظمة المعادلات الخطية



ماذا سأتعلم؟

- أحدد عدد حلول النظام من التمثيل البياني.
- أحل بالتعويض وبالحذف.
- أختار الطريقة المناسبة للمعاملات.
- أكتب نظاماً لمسألة وأفسر الزوج المرتب.

أقرأ القاعدة، وأتبع المثال، ثم أحل التدريب وأتحقق من الحساب والإشارة والوحدة.

ملخص الفصل الخامس

أنظمة المعادلات الخطية

١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

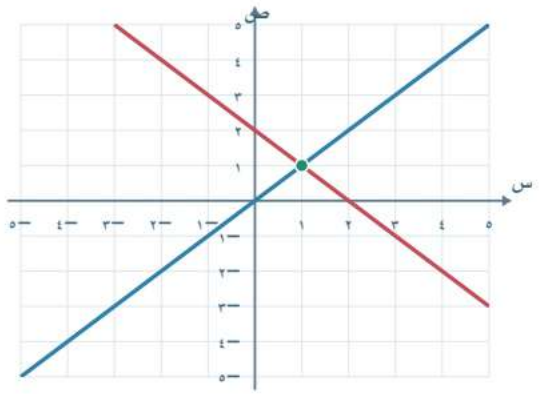
حل النظام يحقق المعادلتين معًا

نظام المعادلات الخطية مكون من معادلتين أو أكثر. وحل النظام من معادلتين هو زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين، ويظهر عند تقاطع المستقيمين.

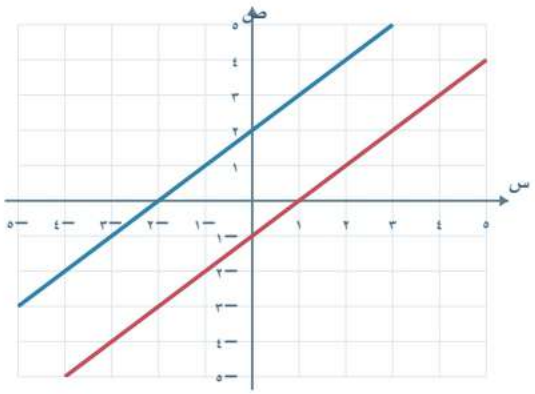
أحدد عدد الحلول

المستقيمان	عدد الحلول	تصنيف النظام
متقاطعان في نقطة واحدة	حل واحد	متسق ومستقل
منطبقان	عدد لا نهائي من الحلول	متسق وغير مستقل
متوازيان مختلفان	لا يوجد حل	غير متسق

حل واحد



لا حل



أتدرب بنفسي

١ صنف النظام ص = ٢س + ١، وص = ٢س − ٣.

٢ صنف النظام ص = ٢س + ١، و٢ص = ٤س + ٢.

أتحقق من إجابتي

١) غير متسق؛ لا يوجد حل.

٢) متسق وغير مستقل؛ عدد لا نهائي من الحلول.

! النقطة التي تحقق معادلة واحدة فقط لا تكفي لتكون حلاً للنظام.

أنظمة المعادلات الخطية

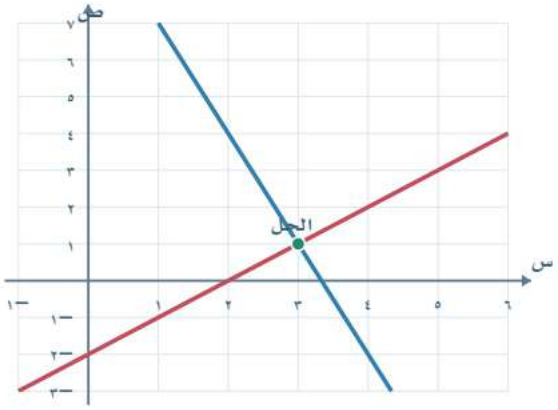
١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

أمثل المعادلتين في المستوى نفسه

مثال الكتاب: حل بالتمثيل البياني

ص = −٣س + ١٠

ص = س − ٢



نقطة التقاطع هي (٣ ، ١)؛ إذن س = ٣ وص = ١.

أتحقق في كل معادلة

١ = −٣٣ + ١٠

١ = ٣ − ٢

النقطة تحقق المعادلتين، فهي حل النظام.

أتدرب بنفسي



١ أوجد حل ص = س + ٢، وص = −س + ٤.

٢ هل (٣ ، ١) تحقق ص = س − ٢؟

أتحقق من إجابتي

١) الحل (٣ ، ١).

٢) نعم؛ ١ = ٣ − ٢.

إذا كان التقاطع بين تدريجين فقد تكون القراءة تقريبية؛ أستخدم الجبر لإيجاد قيمة دقيقة.

أنظمة المعادلات الخطية

١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

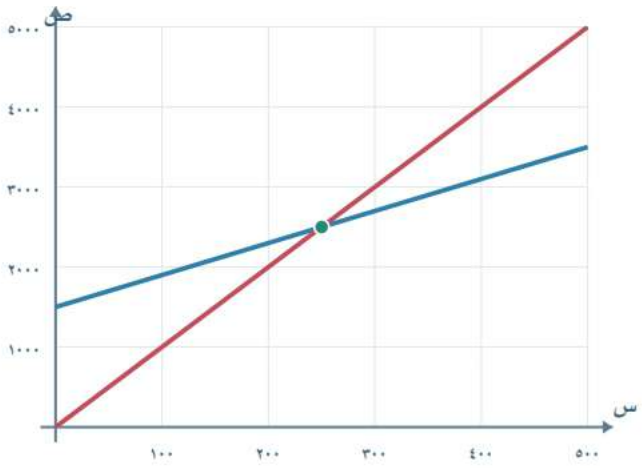
أفسر نقطة التعادل في المسألة

مثال الكتاب: إنتاج الأقراص المدمجة

تكلفة الإعداد ١٥٠٠ ريال، وتكلفة إنتاج القرص ٤ ريالات، وسعر بيعه ١٠ ريالات. س عدد الأقراص وص القيمة بالريال.

ص = ٤س + ١٥٠٠

ص = ١٠س



عند (٢٥٠ ، ٢٥٠٠) تتساوى التكلفة والإيراد. وبعد بيع أكثر من ٢٥٠ قرصاً يتجاوز الإيراد التكلفة ويبدأ الربح.

أتدرب بنفسي

١ تحقق من نقطة التعادل في المثال.

٢ إذا بيع ٣٠٠ قرص، فما الربح؟

أتحقق من إجابتي

١) ٤ × ٢٥٠ + ١٥٠٠ = ٢٥٠٠، و١٠ × ٢٥٠ = ٢٥٠٠.

٢) ٣٠٠ ريال؛ الإيراد ٣٠٠٠ والتكلفة ٢٧٠٠.

! الإحداثي السيني يجيب «كم قرصاً؟»، والصادي يبين المبلغ عند نقطة التعادل.

أنظمة المعادلات الخطية

٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

أعوض بعبارة مكان المتغير

التعويض مناسب إذا كان أحد المتغيرين منفرداً، أو كان معامل أحدهما ١ أو −١. أعوض بالعبارة كاملة وأستعمل الأقواس.

مثال الكتاب: ص = ٢س + ١، و٣س + ص = −٩

ص = ٢س + ١

٣س + ص = −٩

أحذف	٣س + (٢س + ١) = −٩ ←	؛ أعوض عن ص.
أعوض	٥س + ١ = −٩ ←	؛ أجمع الحدود.
أعوض	س = −٢ ←	؛ أطرح ١ ثم أقسم على ٥.
أعوض	ص = ٢ − ٢ + ١ ←	= −٣؛ أعوض في الأولى.
الحل	(−٢، −٣) ←	؛ أكتب الحل بالترتيب (س، ص).

أتحقق

الأولى: −٣ = ٢(−٢) + ١. الثانية: ٣(−٢) + (−٣) = −٩.

أتدرب بنفسي

١ حل ص = ٤س − ٦، وص = ٣س − ١.

٢ لماذا أضع قوسين حول ٢س + ١ عند التعويض بها؟

أتحقق من إجابتي

١) س = ٥، ص = ١٤؛ الحل (٥، ١٤).

٢) لأنها تحل محل ص كاملة؛ خاصة عند ضربها أو طرحها.

! أكتب س أولاً ثم ص في الزوج المرتب، مهما كانت قيمة المتغير الذي وجدته أولاً.

أنظمة المعادلات الخطية

٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

أعزل المتغير أولاً إذا احتجت

مثال الكتاب: س + ٢ص = ٦، و٣س − ٤ص = ٢٨

س + ٢ص = ٦

٣س − ٤ص = ٢٨

أحذف	← س = ٦ − ٢ص	؛ أعزل س من الأولى.
أعوض	← ٣(٦ − ٢ص) − ٤ص = ٢٨	؛ أعوض في الثانية.
أعوض	← ١٨ − ١٠ص = ٢٨	؛ أوزع وأجمع الحدود.
أعوض	← ص = −١	؛ أطرح ١٨ ثم أقسم على −١٠.
الحل	← س = ٦ − ٢ − ١	= ٨؛ أعوض.

التحقق

٨ + ٢(−١) = ٦، و٣(٨) − ٤(−١) = ٢٨؛ إذن (٨، −١) صحيح.

أتدرب بنفسي

١ حل ٤س + ٥ص = ١١، وص − ٣س = −١٣.

٢ حل س − ٣ص = −٩، و٥س − ٢ص = ٧.

أتحقق من إجابتي

١) الحل (٤، −١).

٢) الحل (٣، ٤).

! إذا أعطت إحدى المعادلتين س مباشرة أستفيد منها، ثم أعوض في الأخرى.

أنظمة المعادلات الخطية

٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

الحالات الخاصة وتطبيق لفظي

نتيجة التعويض بعد التبسيط	معناها
٠ = ٠ أو مساواة صحيحة دائمًا	المعادلتان تصفان المستقيم نفسه؛ حلول غير منتهية.
٠ = عدد غير صفر	مستقيمان متوازيان مختلفان؛ لا حل.

مثال الكتاب: أجهزة وسماعات

بيع ١٢٥ جهاز تسجيل وسماعة؛ ثمن الجهاز ١٠٤,٩٥ ريالاً والسماعة ١٨,٩٥ ريالاً. المبلغ الكلي ٦٩٢٦,٧٥ ريالاً. أجعل س عدد الأجهزة وص عدد السماعات.

س + ص = ١٢٥

١٠٤.٩٥ س + ١٨.٩٥ ص = ٦٩٢٦.٧٥

أعوض س = ١٢٥ − ص، فأحصل على −٨٦ص = −٦١٩٢؛ لذا ص = ٧٢، وس = ٥٣. إذن بيع ٥٣ جهازًا و٧٢ سماعة.

أتدرب بنفسي

١ حل ص = ٢س − ٤، و−٦س + ٣ص = −١٢.

٢ حل ص = ٢س − ٤، و−٦س + ٣ص = −٩.

أتحقق من إجابتي

١) عدد لا نهائي من الحلول؛ الثانية ثلاثة أمثال الأولى بعد ترتيبها.

٢) لا يوجد حل؛ بالتعويض ينتج −١٢ = −٩.

! أفسر القيم في سياق السؤال: الأجهزة والسماعات أعداد صحيحة غير سالبة.

٣ الحذف باستعمال الجمع أو الطرح

الحذف باستعمال الجمع

أرتب حدود المتغيرات في صفين. إذا كان معاملا أحد المتغيرين متعاكسين جمعيًا، أجمع المعادلتين فيحذف ذلك المتغير.

مثال الكتاب: معاملا ص متعاكسان

٤س + ٦ص = ٣٢

٣س − ٦ص = ٣

أحذف ← ٧س = ٣٥ ؛ أجمع المعادلتين: ٦ص − ٦ص = ٠.

أعوض ← س = ٥ ؛ أقسم على ٧.

أعوض ← ٥٤ + ٦ص = ٣٢ ؛ أعوض في الأولى.

أعوض ← ص = ٢ ؛ أطرح ٢٠ ثم أقسم على ٦.

الحل ← (٥، ٢) ؛ هذا هو الحل.

التحقق

٤(٥) + ٦(٢) = ٣٢، و٣(٥) − ٦(٢) = ٣.

أتدرب بنفسي

١ حل −٤س + ٢ص = −٣، و٤س − ٥ص = ٥.

٢ حل س + ص = ٧، وس − ص = ١.

أتحقق من إجابتي

١) س = ٥ ÷ ١٢، ص = −٢ ÷ ٣.

٢) الحل (٤، ٣).

! أجمع الطرف الأيسر مع الأيسر والأيمن مع الأيمن. لا أجمع حدوداً غير متشابهة.

٣ الحذف باستعمال الجمع أو الطرح

الحذف باستعمال الطرح

إذا كان معاملا المتغير المراد حذفه متساويين، أطرح إحدى المعادلتين من الأخرى. أطرح كل حدود المعادلة الثانية مع ثابتها.

مثال الكتاب: ٥س + ٢ص = ٦، و٩س + ٢ص = ٢٢

٥س + ٢ص = ٦

٩س + ٢ص = ٢٢

أحذف ← −٤س = −١٦ ؛ الأولى ناقص الثانية.

أعوض ← س = ٤ ؛ أقسم على −٤.

أعوض ← ٢٠ + ٢ص = ٦ ؛ أعوض س = ٤.

أعوض ← ص = −٧ ؛ أطرح ٢٠ ثم أقسم على ٢.

الحل ← (٤، −٧) ؛ أكتب الحل.

طريقة آمنة للطرح

يمكن بدل الطرح ضرب المعادلة الثانية كلها في −١ ثم الجمع. هذا يساعد على تذكر تغيير إشارات جميع الحدود.

أتدرب بنفسي

١ حل ٨س + ٢ص = ١١، و٨س + ٧ص = ٧.

٢ حل ٥س − ص = ٧، و٧س − ص = ١١.

أتحقق من إجابتي

١) س = ٦٣ ÷ ٤٠، ص = −٤ ÷ ٥.

٢) الحل (٢، ٣).

! عند طرح −ص من −ص يكون الناتج صفراً؛ أستعمل أقواساً إذا التبست الإشارات.

أنظمة المعادلات الخطية

٣ الحذف باستعمال الجمع أو الطرح

أكتب نظامًا لمسألة عددين

مثال الكتاب: عددان ومعاملان متعاكسان

سالب ثلاثة أمثال العدد الأول مضافًا إليه خمسة أمثال الثاني يساوي −١١. وثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه سبعة أمثال الثاني يساوي −١.

$$-٣س + ٥ص = -١١$$
$$٣س + ٧ص = -١$$

أحذف ← $١٢ص = -١٢$ ؛ أجمع لإلغاء س.

أعوض ← $ص = -١$ ؛ أقسم على ١٢.

أعوض ← $٣س - ٧ = -١$ ؛ أعوض ص في الثانية.

أعوض ← $س = ٢$ ؛ أضيف ٧ ثم أقسم على ٣.

الحل ← العددان ٢ و−١؛ وأتحقق من الجملتين.

أتدرب بنفسي

١ عددان مجموعهما −١، وثلاثة أمثال الأول ناقص الثاني تساوي ٢٩. أوجدهما.

٢ مجموع عددين ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢.

أتحقق من إجابتي

١) الأول ٧، والثاني −٨.

٢) الأول ٦، والثاني ١٨.

أعرف كل متغير بجملة واضحة قبل كتابة النظام. «العدد الأول» يختلف عن «ثلاثة أمثاله».

٤ الحذف باستعمال الضرب

أضرب معادلة واحدة قبل الحذف

إذا لم يتساو معاملا أي متغير ولم يكونا متعاكسين، أضرب معادلة كاملة في عدد يجعل أحد المعاملين مناسبًا للحذف.

مثال الكتاب: ٥س + ٦ص = −٨، و٢س + ٣ص = −٥

٥س + ٦ص = −٨

٢س + ٣ص = −٥

أحذف ← −٤س − ٦ص = ١٠ ؛ أضرب الثانية في −٢.

أعوض ← س = ٢ ؛ أجمعها مع الأولى فيحذف ص.

أعوض ← ٤ + ٣ص = −٥ ؛ أعوض في المعادلة الثانية الأصلية.

أعوض ← ص = −٣ ؛ أطرح ٤ ثم أقسم على ٣.

الحل ← (٢، −٣) ؛ أتحقق في المعادلتين.

أتدرب بنفسي

١ حل ٦س − ٢ص = ١٠، و٣س − ٧ص = −١٩.

٢ حل ٦س + ٢ص = ٢، و٤س + ٣ص = ٨.

أتحقق من إجابتي

١) الحل (٣، ٤)؛ يمكن ضرب الثانية في −٢ ثم الجمع.

٢) الحل (−١، ٤).

! أضرب جميع حدود المعادلة والثابت في العدد نفسه؛ لا أضرب معامل المتغير وحده.

أنظمة المعادلات الخطية

٤ الحذف باستعمال الضرب

أضرب المعادلتين عند الحاجة

مثال الكتاب: ٤س + ٢ص = ٨، و٣س + ٣ص = ٩

٤س + ٢ص = ٨

٣س + ٣ص = ٩

أحذف	← ١٢س + ٦ص = ٢٤	؛ أضرب الأولى في ٣.
أعوض	← −١٢س − ١٢ص = −٣٦	؛ أضرب الثانية في −٤.
أعوض	← −٦ص = −١٢	؛ أجمع المعادلتين.
أعوض	← ص = ٢	؛ أقسم على −٦.
الحل	← س = ١	؛ أعوض بص = ٢ في الأصلية.

اختيار المضاعف

يمكن حذف ص أيضًا: أضرب الأولى في ٣ والثانية في −٢، فيصبح المعاملان ٦ و−٦. أختار الحساب الأقل تعقيداً.

أتدرب بنفسي

١ حل ٢س − ص = ٤، و٧س + ٣ص = ٢٧.

٢ أي مضاعفين مناسبان لحذف ص إذا كان معاملاها ٤ و٦؟

أتحقق من إجابتي

١) الحل (٣، ٢).

٢) أضرب الأولى في ٣ والثانية في −٢؛ فيصبحان ١٢ و−١٢.

! الحل نفسه مهما اخترت المتغير المحذوف، بشرط تطبيق العمليات على المعادلة كاملة.

٤ الحذف باستعمال الضرب

أطبق الحذف على السرعة والزمن

مثال الكتاب: الطائرة والريح

قطعت الطائرة مسافة ٥٢٠ ميلاً في اتجاه الريح خلال ٤ ساعات، وعادت المسافة نفسها في ٥ ساعات. أجعل س سرعتها في الهواء الساكن، وص سرعة الريح، بوحدة ميل/ساعة.

$$٤(س + ص) = ٥٢٠$$

$$٥(س - ص) = ٥٢٠$$

أقسم الأولى على ٤ والثانية على ٥، فأجد س + ص = ١٣٠، وس − ص = ١٠٤. بالجمع: ٢س = ٢٣٤؛ فيكون س = ١١٧، وص = ١٣.

سرعة الطائرة في الهواء الساكن ١١٧ ميلاً/ساعة، وسرعة الريح ١٣ ميلاً/ساعة.

أفحص الوحدات

المسافة = السرعة × الزمن. لا أساوي سرعتين إذا كان المطلوب تساوي المسافتين.

أتدرب بنفسي

١ قارب يقطع ٤ أميال مع التيار في ساعة، ويعود المسافة نفسها في ساعة ونصف. أوجد سرعته في الماء الساكن.

٢ تحقق من المسافة في رحلتي الطائرة.

أتحقق من إجابتي

١) ١٠ ÷ ٣ ميل/ساعة؛ سرعة التيار ٢ ÷ ٣ ميل/ساعة.

٢) الذهاب: ٤(١١٧ + ١٣) = ٥٢٠ ميلاً. والعودة: ٥(١١٧ − ١٣) = ٥٢٠ ميلاً.

١ أرتب المعادلتين وفق المعطيات الدقيقة ثم أحل؛ لا أبدل بين سرعة الطائرة وسرعتها بالنسبة إلى الأرض.

أنظمة المعادلات الخطية

٥ تطبيقات على أنظمة المعادلات الخطية

أختار أفضل طريقة للحل

شكل المعطيات	طريقة مناسبة
نحتاج تقديراً أو تفسير التقاطع	التمثيل البياني
متغير منفرد أو معامله ١ أو −١	التعويض
معاملان متعاكسان	الحذف بالجمع
معاملان متساويان	الحذف بالطرح
نحتاج مضاعفات لتساوي المعاملات أو تعاكسها	الحذف باستعمال الضرب

مثال الكتاب: اختيار التعويض

$$٤س - ٤ص = ٨$$
$$-٨س + ص = ١٩$$

معامل ص في الثانية ١؛ لذا أعزل ص: ص = ١٩ + ٨س. أعوض في الأولى: ٤س − ٤(١٩ + ٨س) = ٨.

$$-٢٨س = ٨٤$$
$$س = -٣$$
$$ص = -٥$$

الحل (−٣ ، −٥).

أتدرب بنفسي

١ اختر طريقة ثم حل: ٥س + ص = ٢، و٣س + ٢ص = ٩.

٢ ما الطريقة المناسبة إذا كان معاملا س هما ٧ و−٧؟

أتحقق من إجابتي

١) التعويض مناسب؛ الحل ($-\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٣٩}{٧}$)؛ س = −٥ ÷ ٧ وص = ٣٩ ÷ ٧.

٢) الحذف بالجمع.

قد تنجح عدة طرق. «أفضل طريقة» تعني هنا التي تقلل خطوات الحساب وتوضح الحل.

٥ تطبيقات على أنظمة المعادلات الخطية

أكتب نظاماً وأفسر المتغيرين

أعرف المتغيرين، وأبحث عن علاقتين مستقلتين، وأكتب نظاماً، وأحله، ثم أتحقق من المعطيات والوحدات.

مثال الكتاب: طولا نوعين من البطاريق

مجموع طولي بطريق الإمبراطور والجالاباجوس ١٦٩ سم. طول الإمبراطور أكبر بـ ٢٢ سم من مثلي طول الجالاباجوس.
س طول الإمبراطور، وص طول الجالاباجوس.

س + ص = ١٦٩

س = ٢ ص + ٢٢

بالتعويض: ٢ص + ٢٢ + ص = ١٦٩، ومنه ٣ص = ١٤٧، فص = ٤٩ سم. إذن س = ١٢٠ سم.

التحقق: ١٢٠ + ٤٩ = ١٦٩، و٢(٤٩) + ٢٢ = ١٢٠.

من المعطى إلى المعادلة

المعلومة	الترجمة
مجموع كميتين	س + ص = المجموع
الأولى تزيد على الثانية بمقدار	س − ص = الفرق
الأولى أكبر من مثلي الثانية بـ ٢٢	س = ٢ص + ٢٢

أتدرب بنفسي

١ الطلاب ٤٤ ألفاً، والابتدائي أكثر من المتوسط بـ ١٨ ألفاً. أوجد عدد طلاب كل مرحلة.

٢ عددان مجموعهما ٣١، والأول يساوي خمسة أمثال الثاني ناقص ٥.

أتحقق من إجابتي

١) الابتدائي ٣١ ألفاً، والمتوسط ١٣ ألفاً.

٢) الأول ٢٥، والثاني ٦.

! المجموع وحده لا يكفي لتحديد عددين. أحتاج معلومة ثانية مستقلة.

٥ تطبيقات على أنظمة المعادلات الخطية

خطوات حل المسألة والتحقق من منطقها

مثال الكتاب: العمل التطوعي

جمعت آمنة ٥٠ ساعة. ستضيف ٣ ساعات كل أسبوع. وتخطط متطوعة جديدة لإضافة ٥ ساعات كل أسبوع. س عدد الأسابيع وص مجموع الساعات.

ص = ٥٠ + ٣س

ص = ٥س

بالمساواة: ٥٠ + ٣س = ٥س، فيكون س = ٢٥ أسبوعًا، وص = ١٢٥ ساعة.

أربعة أسئلة قبل اعتماد الناتج

أفحص	مثال للتحقق
هل حقق المعادلتين؟	٥٠ + ٣(٢٥) = ١٢٥، و٥(٢٥) = ١٢٥.
هل الوحدات صحيحة؟	الأسابيع لس، والساعات لص.
هل القيم منطقية؟	الزمن غير سالب.
هل أجبت عن المطلوب؟	بعد كم أسبوعًا، وكم مجموع الساعات؟

أتدرب بنفسي

١ نموذجا تكلفة: ص = ١٠٠ + ٢٠س، وص = ٣٠س. متى تتساوى التكلفتان؟

٢ لو أعطى نموذج لمسألة عدد أجهزة س = −٣، فهل أعتمده؟

أتحقق من إجابتي

١) عند س = ١٠، والتكلفة ٣٠٠.

٢) لا؛ أراجع صياغة المعادلات والحساب، لأن عدد الأجهزة لا يكون سالبًا.

١ نجاح الحساب وحده لا يكفي؛ أراجع معنى كل متغير والمطلوب الأصلي.

أنظمة المعادلات الخطية

مراجعة الفصل الخامس

أحل النظام بالطريقة المناسبة

أطبق وأتحقق

١ حل ص = ٣س − ٢، وص = س + ٤.

٢ حل ٢س + ص = ٩، و٣س − ص = ١١.

٣ حل ٥س + ٢ص = ٦، وس + ٢ص = −٢.

٤ حل ٣س + ٢ص = ١٢، و٢س + ٣ص = ١٣.

أتحقق من إجابتي

١) بالتعويض: الحل (٣، ٧).

٢) بالجمع: الحل (٤، ١).

٣) بالطرح: الحل (٢، −٢).

٤) بالحذف بعد الضرب: الحل (٢، ٣).

أراجع خطوات الحذف

✓ رتبت المتغيرات. ✓ ضربت كل حدود المعادلة. ✓ حذفت متغيراً. ✓ أوجدت الآخر. ✓ عوضت في المعادلتين الأصليتين.

أنظمة المعادلات الخطية

مراجعة الفصل الخامس

عدد الحلول والتطبيق

أراجع وأفسر

١ صنف ص = ٢س + ٣، و٢ص = ٤س + ٦.

٢ صنف ص = −س + ٤، وص = −س − ١.

٣ مجموع ثمني كتاب وقلم ٢٦ ريالاً، والكتاب يزيد على القلم بـ ١٨ ريالاً. أوجد الثمنين.

٤ لماذا لا أعتمد نقطة تحقق إحدى معادلتي النظام فقط؟

أتحقق من إجابتي

١) متسق وغير مستقل؛ عدد لا نهائي من الحلول.

٢) غير متسق؛ لا حل.

٣) الكتاب ٢٢ ريالاً، والقلم ٤ ريالات.

٤) لأن حل النظام يجب أن يحقق المعادلتين معًا.

زبدة الفصل

حل النظام زوج مرتب. التقاطع يعطي حلاً واحداً، والتوازي يعطي عدم وجود حل، والانطباق يعطي عدداً لا نهائياً من الحلول. أختار الطريقة ثم أتحقق في الأصل.