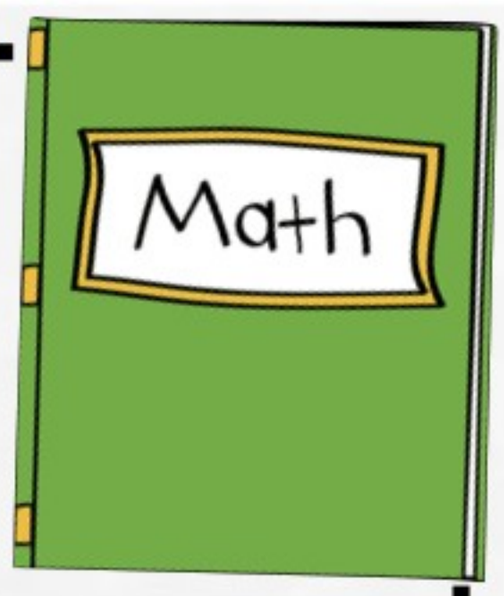
تم تحميل وعرض المادة من :

موقع واجباتي

www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترتقي بمجال التعليم على الإنترنت ويستطيع الطلاب تصفح حلول الكتب مباشرة لجميع المراحل التعليمية المختلفة

حمل التطبيق من هنا



حلول (تحقق من فهمك)
رياضيات ٥

تأليف :
أ. جواهر حمدان العنزي

مراجعة :
أ. هند علي العديني
أ. محمد السحاري

نسخة مجانية لاتباع

أ. جواهر حمدان العنزي
فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
حلول تحقق من فهمك (رياضيات ٥)

رقم الإيداع : 1443/1127

تاريخ : 29/1/1443

هـ ورقم ردمك : 978 – 603 – 03 – 9042 – 7

المقدمة

الحمد الله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذه تعريفيه بمجموعة رفعه

هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة

وهي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام .

وبهدف التيسير والتسهيل لمادة الرياضيات

أقدم لكم حلول لتحقق من فهمك لكتاب رياضيات ٥

كتبتها لطالباتي في جائحة كورونا وأول عام دراسي عن بعد

بهدف الفائدة والتيسير والتسهيل عليهم

ومن باب نشر العلم أحببت اقدمه لكم

وأسأل اللّه أن يجعله خالصاً لوجهه وأن تجدوا فيه الفائده

قناة رياضيات ٥

حسابات مجموعة رفعة الرياضيات

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

الفصل الأول

تحليل الدوال

(1-1)	الدوال
(1-2)	تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات
(1-3)	الإتصال والنهايات
(1-4)	القيم القصوى ومتوسط معدل التغير
(1-5)	الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية
(1-6)	العمليات على الدوال وتركيب دالتين
(1-7)	العلاقات والدوال العكسية

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

الدوال

تحقق من فهمك

اكتب كل من مجموعات الأعداد باستعمال الصفة المميزه للمجموعة :

1A) $\{1,2,3,4.....\}\{x|x \geq 1, x \in N\}$

1B) $x \leq -3 \quad \{x|x \leq -3, x \in R]$

1c) $-1 \leq x \leq 5$

$\{x|-1 \leq x \leq 5, x \in R\}$

اكتب كل من مجموعات الأعداد باستعمال رمز الفترة :

2A) $-4 \leq y < -1 \; [-4,-1)$

2B) $a \geq -3 \quad [-3,\infty)$

2c) $x > 9, x < -2$

$(-\infty,-2) \cup (9,\infty)$

3A) تمثل قيم x كمية الاستهلاك الشهري لأسرة من الكهرباء اما قيم y المبلغ المستحق مقابل الاستهلاك

دالة لأن كل قيمة لـ x بقيمة واحدة ل y اذ لايمكن للإستهلاك الشهري الحصول على قيمتين مختلفتين في شهر واحد

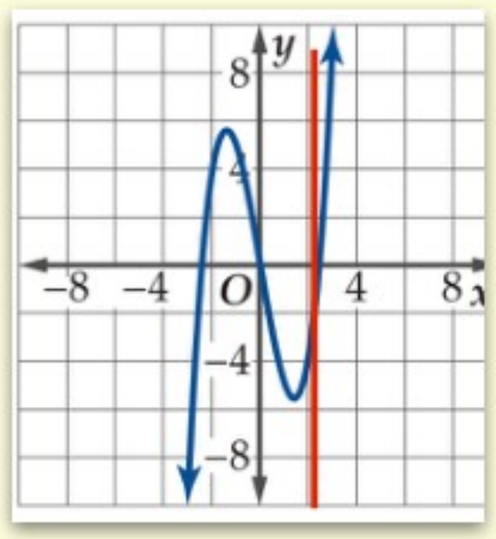
تحقق من فهمك

3B)

x	y
-6	-7
2	3
5	8
5	9
9	22

ليست دالة لأن يوجد x مرتبطه بقيمتين من y وهو العدد 5

3c)



دالة لأن أي خط رأسي يقطع التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط

3D) $3y + 6x = 18$

$3y = 18 - 6x$

$y = \dfrac{18 - 6x}{3}$

$y = 6 - 2x$

دالة لأن كل قيمة لـ x ترتبط بقيمة واحدة فقط لـ y

الدوال

تحقق من فهمك

حدد مجال كل من الدوال الآتيه :

5A) $f(x)=\dfrac{5x-2}{x^2+7x+12}$

تكون الدالة غير معرفة عندما المقام يساوي صفر

$$x^2+7x+12=0$$
$$(x+3)(x+4)=0$$
$$x=-3,x=-4$$
$$D=R-\{-3,-4\}$$

5B) $h(a)=\sqrt{a^2-4}$

تكون الدالة غير معرفة اذا كان المقام أكبر من أو يساوي الصفر

$$a^2-4\geq 0$$
$$a^2\geq 4$$
$$|a|\geq 2$$
$$a\geq +2 \quad or \quad a\leq -2$$

$$D=(-\infty,2]\cup[2,\infty)$$

5c) $g(x)=\dfrac{8x}{\sqrt{2x+6}}$

تكون الدالة غير معرفة اذا كان المقام أكبر من الصفر

$$2x+6>0$$
$$2x>-6$$
$$x>-3$$
$$D=(-3,\infty)$$

تحقق من فهمك

إذا كانت $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-2x+1}$ فأوجد قيمة الدالة في كل مما يأتي:

4A) $f(12)$

$$f(12)=\frac{2(12)+3}{(12)^2-2(12)+1}$$
$$f(12)=\frac{27}{121}$$

4B) $f(6x)$

$$f(6x)=\frac{2(6x)+3}{(6x)^2-2(6x)+1}$$
$$f(6x)=\frac{12x+3}{36x^2-12x+1}$$

4c) $f(-3a+8)$

$$f(-3a+8)=\frac{2(-3a+8)+3}{(-3a+8)^2-2(-3a+8)+1}$$
$$=\frac{-6a+16+3}{9a^2-48a+64+6a-16+1}$$
$$=\frac{-6a+19}{9a^2-42a-49}$$

الدوال

اسئلة تحصيلي

العدد الذي ينتمي الى مجموعة الأعداد الغير نسبية :							
أ	-5	ب	$\sqrt{15}$	ج	$\sqrt{49}$	د	$\sqrt{\frac{9}{4}}$
مجال الدالة : $f(x)=\frac{x-3}{2x-5}$							
أ	R	ب	R-{2}	ج	$R-\left\{\frac{5}{2}\right\}$	د	R-{5}
اذا كان $f(x)=4x^2-8$ فما قيمة $f(x-1)$							
أ	$4x^2-8x-4$	ب	$4x^2-8$	ج	x^2-1	د	$x-1$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

(6)سرعة

اذا كانت سرعة مركبة $v(t)$ بالميل كل ساعة تعطى بالدالة المتعددة التعريف الآتيه حيث الزمن t بالثواني:

$$v(t)=\begin{cases}4t & , \ 0\le t\le 15\\ 60 & , \ 15<t<240\\ -6t+1500 & , \ 240\le t\le 250\end{cases}$$

6A) $v(5)$

$$V(t)=4t$$

$$V(5)=4\times 5=20$$

6B) $v(15)$

$$V(t)=4t$$

$$V(15)=4\times 15=60$$

6c) $v(245)$

$$V(t)=-6t+1500=0$$

$$V(245)=-6(245)+1500$$

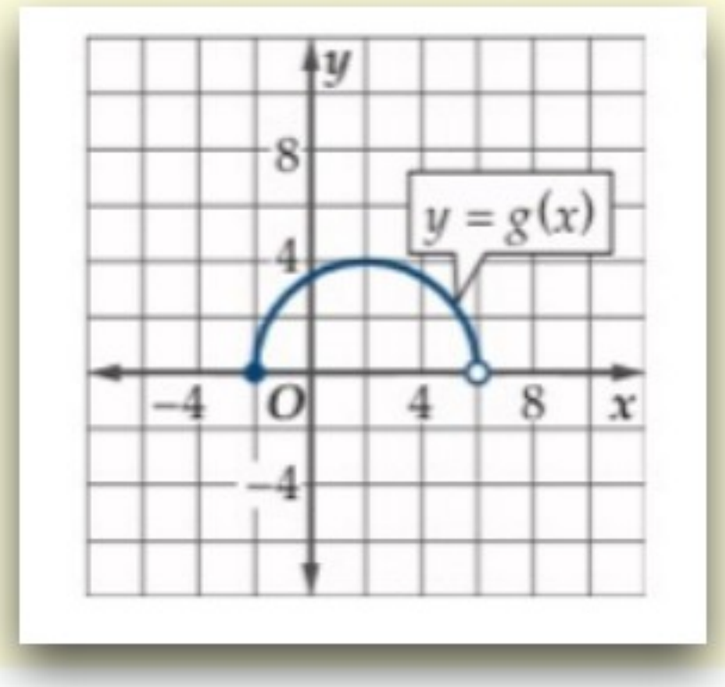
$$=30$$

البداية الجيدة هي نصف الإنجاز🌸🌿

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

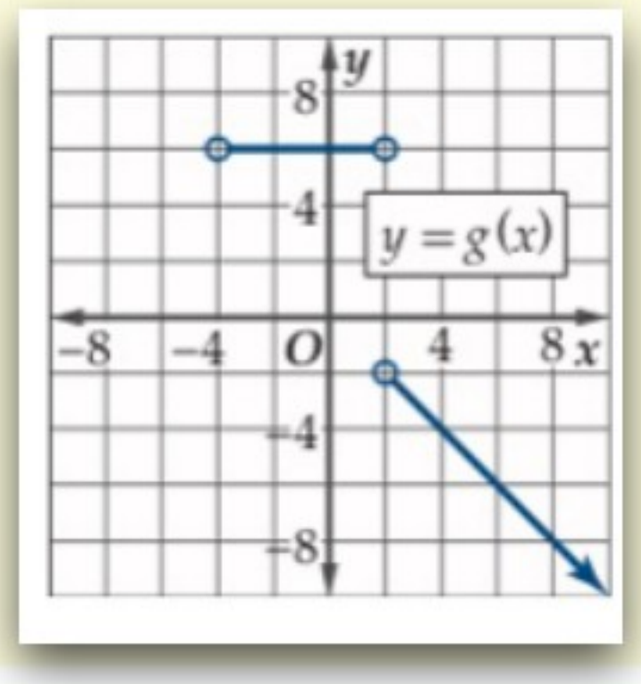
تحقق من فهمك

2A)



$$D_g = [-2,6)$$
$$R_g = [0,4]$$

2B)

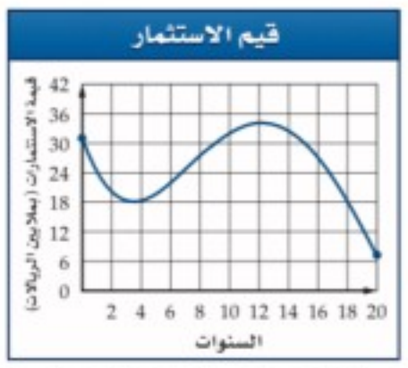


$$D_g = (-4,2)\ U\ (2,\infty)$$
$$R_g = \{6\} \cup (-\infty, -2)$$

تحقق من فهمك

1A)

1) **استثمار،** تمثل الدالة: $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31, 0 \le d \le 20$ تقديرًا لاستثمارات أحد رجال الأعمال في السوق المحلية؛ حيث $v(d)$ قيمة الاستثمارات بملايين الريالات في السنة d.



1A) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة الاستثمارات في السنة العاشرة. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

1B) استعمل التمثيل البياني لتحديد السنوات التي بلغت فيها قيمة الاستثمارات 30 مليون ريال. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

$$v(10) = 0.002(10)^4 - 0.11(10)^3 + 1.77(10)^2 - 8.6(10) + 31$$

$$= 20 - 110 + 177 - 86 + 31 = 32$$

$$= 32 \quad \text{مليون}$$

عند السنة التاسعة والسنة الخامسة عشر

التحقق جبرياً

1B) $v(d) = 0{,}002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31$

$$d = 9$$

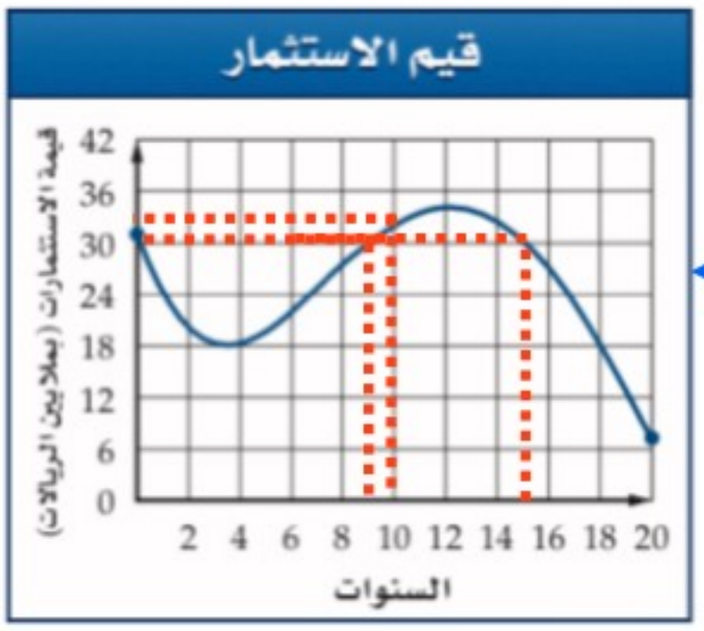
$$v(9) = 0.002(9^4) - 0.11(9^3) + 1.77(9^2) - 8.6(9) + 31$$

$$v(9) = 30$$

$$d = 15$$

$$v(15) = 0.002(15^4) - 0.11(15^3) + 1.77(15^2) - 8.6(15) + 31$$

$$v(15) = 30$$

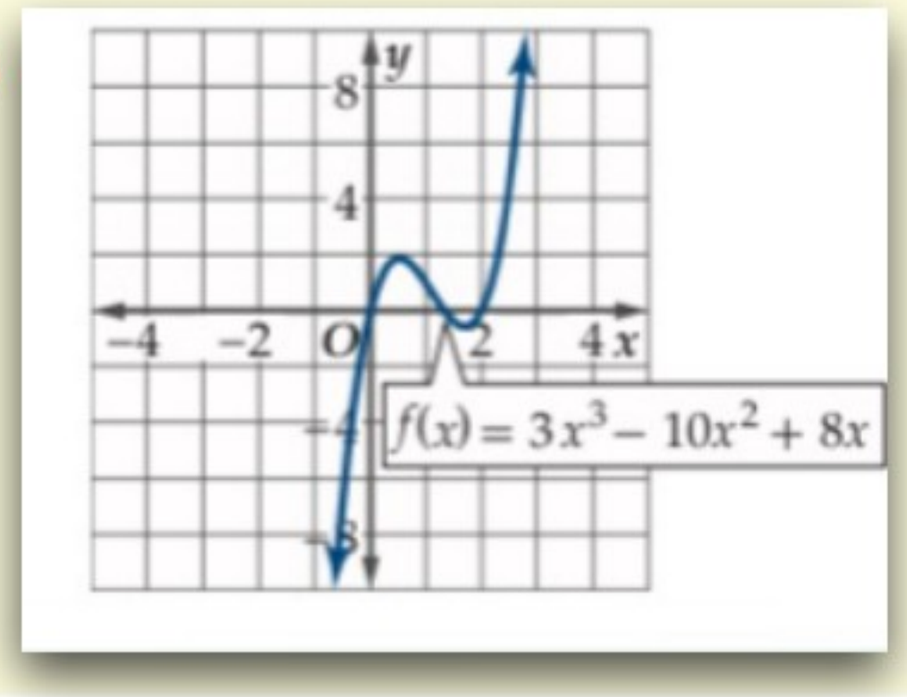


ومن خلال التمثيل البياني نلاحظ أنه مطابق الحل الجبري

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

4A)



يتضح من التمثيل البياني ان مقطع المحور x

هي : 0 و 1.3 و 2

التحقق جبرياً

$$f(x) = 3x^3 - 10x^2 + 8x$$

$$x(3x^2 - 10x + 8) = 0$$

$$x = 0, 3x^2 - 10x + 8 = 0$$

$$a = 3, b = -10, c = 8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(3)(8)}}{2(3)}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{6}$$

$$= \frac{10 + \sqrt{4}}{6}, \frac{10 - \sqrt{4}}{6}$$

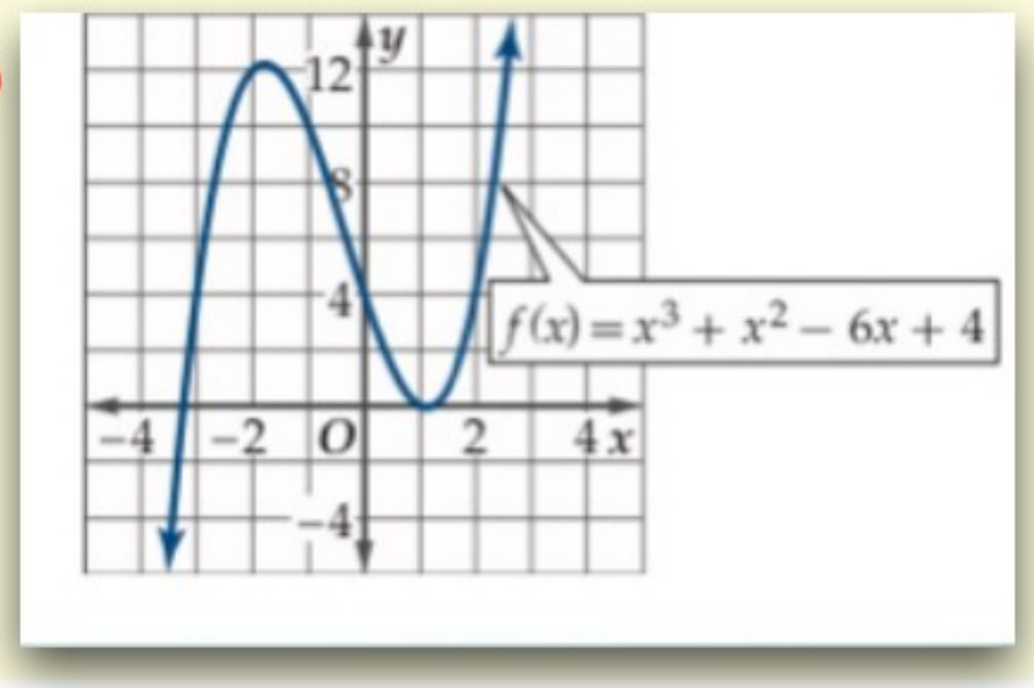
$$= \frac{10 + 2}{6}, \frac{10 - 2}{6}$$

$$2,1 \cdot 3$$

$$x = 0, x = 2, x = 1.3$$

تحقق من فهمك

3A)



يتضح من الشكل أن $f(x)$ يقطع المحور y عند

النقطة $(0,4)$ وعليه فإن المقطع y هو 4

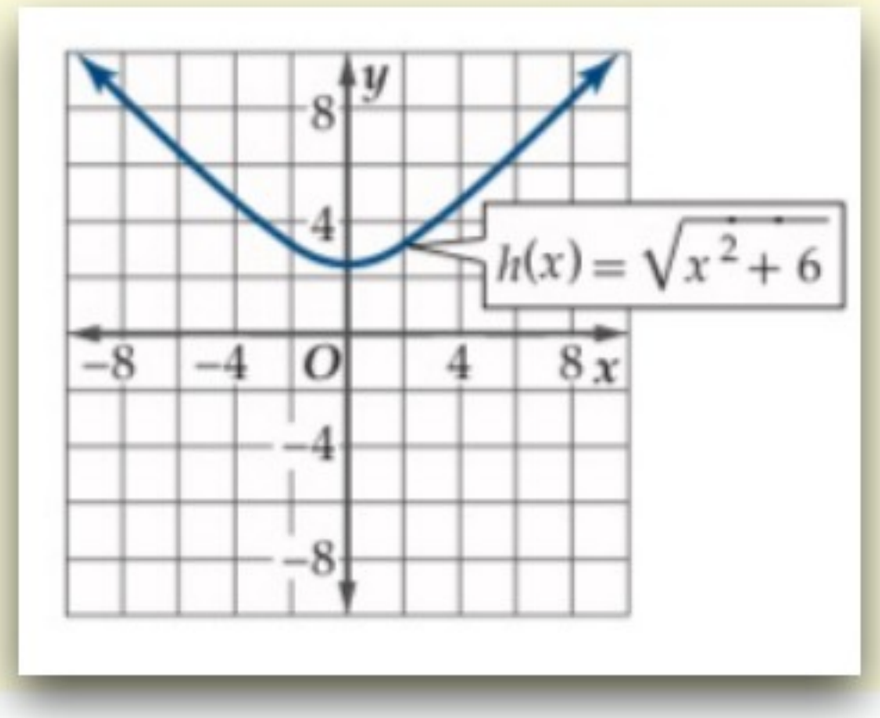
التحقق جبرياً

$$f(x) = x^3 + x^2 - 6x + 4$$

$$f(0) = 0 + 0 - 0 + 4$$

$$(0,4)$$

3B)



يتضح من الشكل أن $h(x)$ يقطع المحور y عند النقطة

$(0,2.4)$ وعليه فإن المقطع y هو 2.4

التحقق جبرياً

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 6}$$

$$h(0) = \sqrt{0 + 6}$$

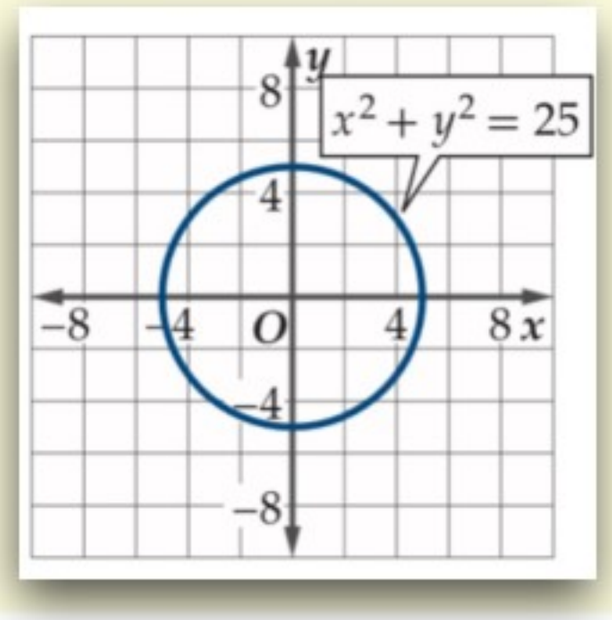
$$h(0) = \sqrt{6}$$

$$h(0) = 2 \cdot 4$$

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

5B)



*المنحنى متماثل حول نقطة الأصل لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x, -y)$

*المنحنى متماثل حول محور x لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(x, -y)$

على نفس المنحنى

* المنحنى متماثل حول محور y لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x, y)$ على نفس المنحنى

* التحقق عددياً :

x	3	−3	4	−4
y	$4\pm$	$4\pm$	$3\pm$	$3\pm$
(x,y)	(3,4) (3,−4)	(−3,4) (−3,−4)	(4,3) (4,−3)	(−4,3) (−4,−3)

التحقق جبرياً

$x^2 + y^2 = 25$

$f(-x, -y) = (-x)^2 + (-y)^2$

$f(-x, -y) = x^2 + y^2$

$= f(x, y)$

التحقق جبرياً

$x^2 + y^2 = 25$

$f(x, -y) = x^2 + (-y)^2$

$f(x, -y) = x^2 + y^2$

$= f(x, y)$

التحقق جبرياً

$x^2 + y^2 = 25$

$f(-x, y) = (-x)^2 + y^2$

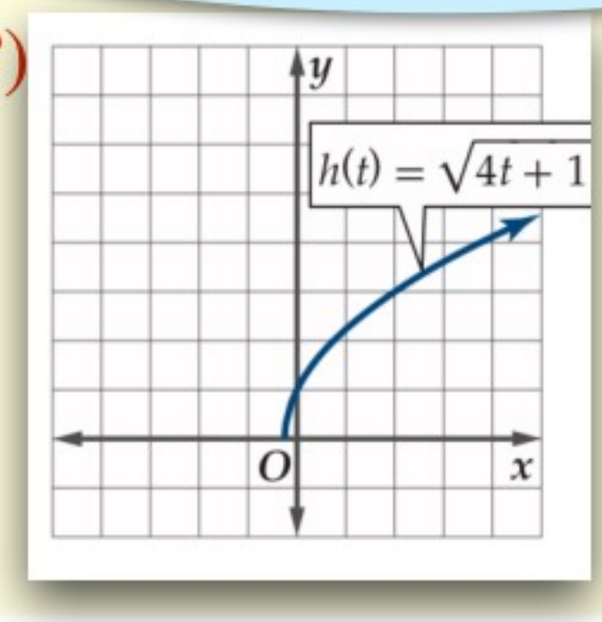
$f(-x, y) = x^2 + y^2$

$= f(x, y)$

المنحنى متماثل حول نقطة الأصل وحول المحور y وحول المحور x

تحقق من فهمك

4B)



يتضح من التمثيل البياني أن مقطع محور x هو $-0,2$

التحقق جبرياً

$h(t) = \sqrt{4t + 1}$

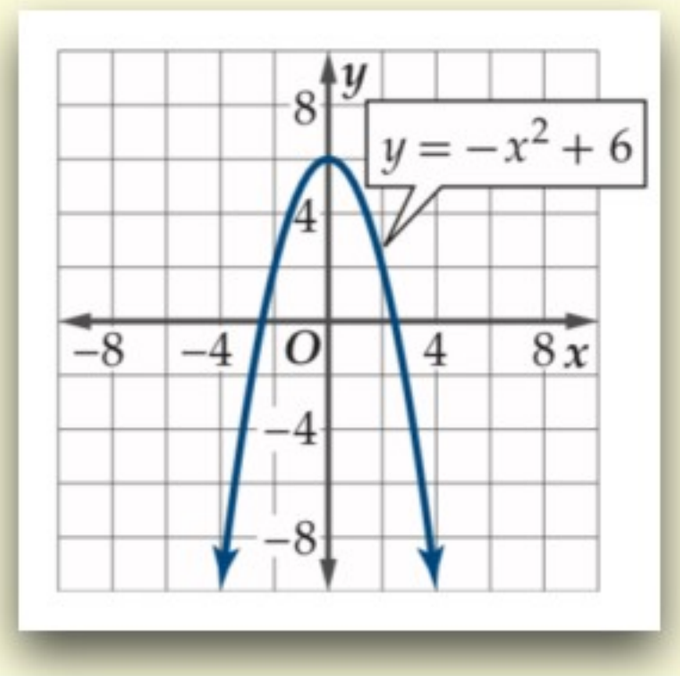
$4t + 1 = 0$

$4t = -1$

$t = -\frac{1}{4}$

$t = -0,2$

5A)



التحقق بيانياً : المنحنى متماثل على محور y لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x, y)$ على نفس المنحنى

التحقق عددياً

x	2	−2	3	−3
y	2	2	−3	−3
(x,y)	(2,2)	(-2,2)	(3,-3)	(-3,-3)

التحقق جبرياً : نعوض بدل x بـ $(-x)$

$y = -x^2 + 6$

$y = -(-x)^2 + 6$

$y = -x^2 + 6$

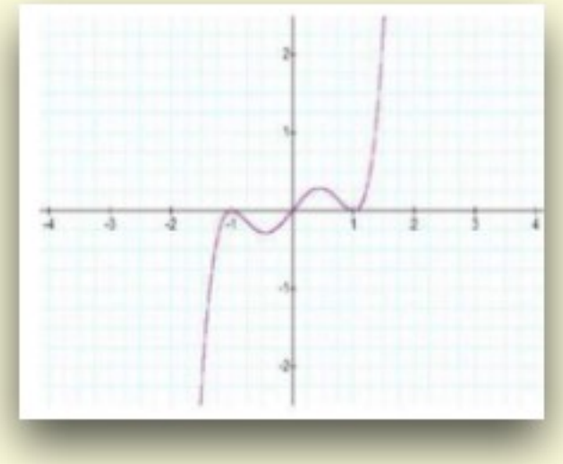
المعادلة لم تتغير

∴ المنحنى متماثل حول محور y

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

6c) $h(x) = x^5 - 2x^3 + x$



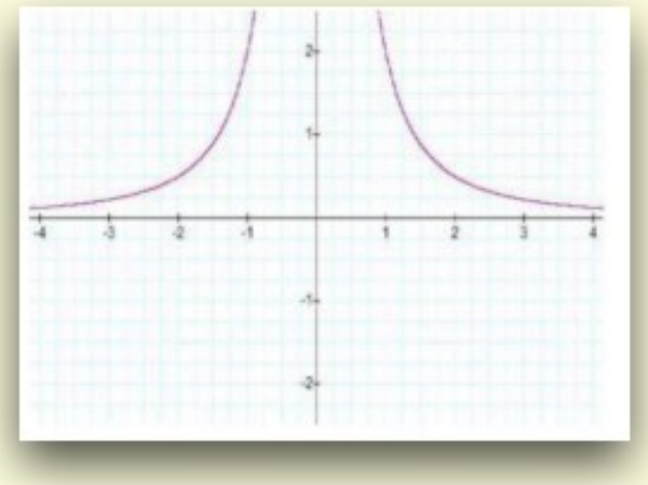
من التمثيل البياني يتضح أن الدالة فردية لأنها متماثلة حول نقطة الأصل

التحقق جبرياً

$$f(-x) = (-x)^5 - 2(-x)^3 + (-x)$$
$$f(-x) = -\left(x^5 - 2x^3 + x\right)$$
$$= -f(x)$$

تحقق من فهمك

6A) $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$

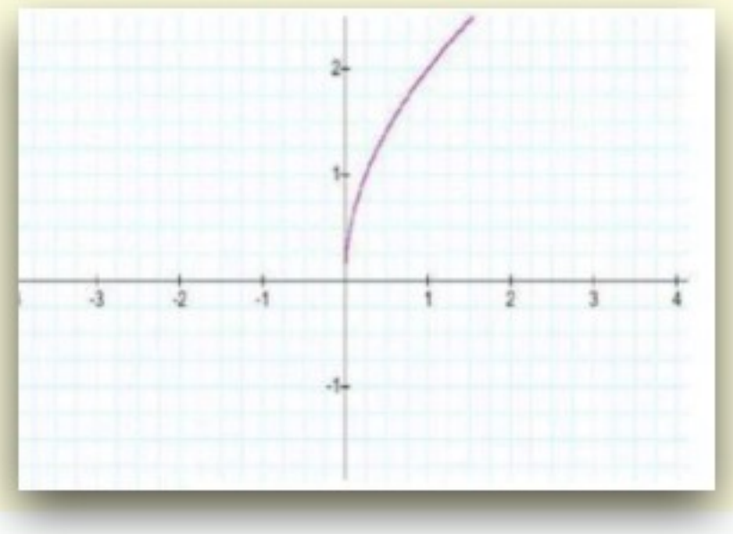


من التمثيل البياني يتضح أن الدالة زوجية لأنها متماثلة حول محور y

التحقق جبرياً

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)^2} = \frac{2}{x^2}$$
$$= f(x)$$

6B) $g(x) = 4\sqrt{x}$



من التمثيل البياني يتضح أن الدالة ليست زوجية ولا فردية

التحقق جبرياً

$$f(-x) = 4\sqrt{-x}$$
$$\neq f(x)$$

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

اسئلة تحصيلي

منحنى الدالة $f(x)=2x^2-5x+3$ يقطع المحور y عند النقطة :							
أ	10	ب	5	ج	3	د	2
مامدى الدالة $f(x)=x^2+1$ اذا كان مجالها $-2<x<3$							
أ	$5<f(x)<9$	ب	$5<f(x)<10$	ج	$1<f(x)<9$	د	$1\le f(x)<10$
منحنى الدالة $f(x)=x^5-6x^3+10x$ متماثل حول :							
أ	محور x	ب	محور y	ج	نقطة الأصل	د	المستقيم $y=x+3$
الدالة $f(x)=x^3+5x^2-x$ هي دالة :							
أ	زوجية	ب	فردية	ج	زوجية وفردية معاً	د	ليست زوجية ولافردية

الثقة بالله ليست مُجرّد - كلمات تجري على اللّسان ؛ بل شعورٌ يغمُرُ القلب مِنْ دون أدنى ذرّةِ شك ؛ أنّ الله حكيمٌ فيما قدّرهُ وقضاه ؛ رحيمٌ بمَنْ التجأ إليه ودعاه 💗🌻.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

الإتصال والنهايات

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت الدالتين متصلتين عن قيم x $2A)$
وحدد نوع الإتصال :

$$x=0, f(x)=\frac{1}{x^2}$$

١) هل $f(0)$ موجودة ؟ غير معرفة $f(0)=\frac{1}{0^2}=$

الدالة غير معرفة عند $x=0$

٢) هل $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة ؟

X	-,1	-,01	-,001	0	,001	,01	,1
f(x)	100	10000	1000000	0	1000000	10000	100

قيم الدالة من اليمين واليسار تقترب من ∞

إذن : غير موجودة $\lim_{x\to 0} f(x)$

الدالة غير متصلة

نوع الدالة : عدم اتصال لانهائي

$2B)$ $x=2, \quad f(x)=\begin{cases} 5x+4 . x>2 \\ 2-x, x\le 2 \end{cases}$

١) هل $f(2)$ موجودة ؟ موجوده $f(2)=2-2=0$

٢) هل $\lim_{x\to 2} f(x)$ موجودة ؟

$2-x$ ← $5x+4$ →

X	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
f(x)	,1	,01	,001	0	14,005	14,05	14,5

قيم الدالة من اليمين واليسار معرفه ولكنها مختلفه

أي أن $lim_{x\to 2^+}(x) \neq \lim_{x\to 2^-} f(x)$

الدالة غير متصلة

نوع الدالة : عدم اتصال قفزي

تحقق من فهمك

$1A)$ حدد ماإذا كانت الدالتين متصلتين عند $x=0$
ثم برر إجابتك باستعمال اختبار الإتصال

$$f(x)=x^3$$

١) هل $f(0)$ موجودة ؟ $f(0)=0^3=0$ الدالة معرفة
عند $x=0$

٢) هل $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة ؟

X	-,1	-,01	-,001	0	,001	,01	,1
f(x)	−.0001	−,.000001	-.000000001	0	.000000001	.000001	.0001

قيم الدالة من اليمين واليسار تقترب من العدد 0

$$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$$

إذن الدالة متصلة عند النقطة $x=0$

$1B)$ $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}, x<0 \\ x, x\ge 0 \end{cases}$

١) هل $f(0)$ موجودة ؟ الدالة $f(0)=0$
معرفة عند $x=0$

٢) هل $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة ؟

$\frac{1}{x}$ → x ←

X	-,1	-,01	-,001	0	,001	,01	,1
f(x)	-10	-100	-1000	0	,001	,01	,1

قيم الدالة من اليمين واليسار لاتقترب الى نفس القيمة

غير معرفه $\lim_{x\to 0} f(x)$

$$\lim_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$$

إذن الدالة غير متصلة عند النقطة $x=0$

الإتصال والنهايات

تحقق من فهمك

4B) $f(x)=\dfrac{x^2-6}{x+4}$

$[-3,4]$

X	-3	-2	-1	-0	1	2	3	4
f(x)	3	-1	1,67	-1,5	-1	-,33	,43	1,25

بما أن $f(-3)$ موجبة و $f(-2)$ سالبة يوجد صفر للدالة $f(x)$ في الفترة $(-3,-2)$

وكذلك يوجد صفر الدالة في الفترة $(2,3)$

5A) $f(x)=8x^3-2x^2-5x-1$

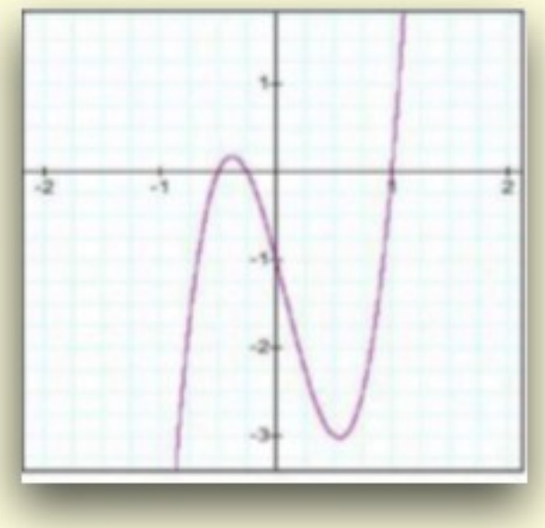
$[-5,5]$

X	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-1026	-525	-220	-63	-6	-1	0	45	182	459	924

من الرسم يتضح يوجد صفرين حقيقين للدالة في الفترة $(-1,0)$

وكذلك عندما $x=1$

للتوضيح ⇐



تحقق من فهمك

3) أعد تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ لتصبح

$x=1$ متصلة عند

$f(1)=\dfrac{1-1}{1-1}=\dfrac{0}{0}$ أي أن $f(1)$ غير معرفة

نبحث عن قيم الدالة عندما تقترب x من 1

X	,9	,99	,999	1	1,001	1,01	1,1
f(x)	,20	1,99	1,999		2,001	2,01	2,1

يظهر من الجدول ان قيم $f(x)$ تقترب من 2 عندما تقترب x من 1

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1}, x=1\\ 2, x=1\end{cases}$$

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الاصفار الحقيقية للدوال الاتيه:

4A) $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$

$[-6,4]$

X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	-93	-32	3	18	19	12	3	-2	3	24	67

بما أن $f(-5)$ سالبة و $f(-4)$ موجبه يوجد صفر للدالة $f(x)$ في الفترة $(-5,-4)$

وكذلك يوجد صفر حقيقي الدالة في الفترة $(0,1)$ و $(1,2)$

الإتصال والنهايات

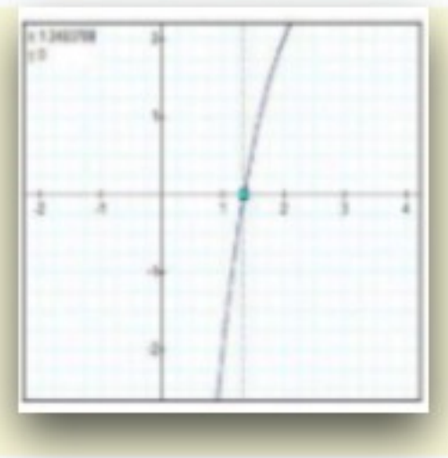
تحقق من فهمك

5B)

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 18x - 14$$

$$[0,4]$$

X	0	1	2	3	4
f(x)	-14	-2	2	4	10

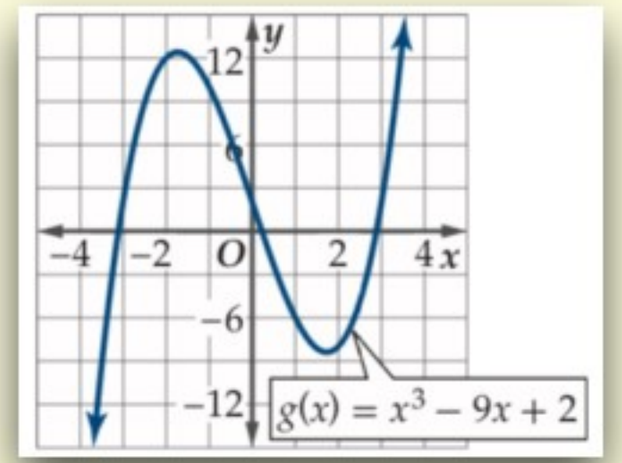


بما أن $f(1)$ سالبة و $f(2)$ موجبة يوجد صفر حقيقي للدالة $f(x)$ في الفترة $(1,2)$

للتوضيح ⇐

استعمل التمثيل البياني للدوال الاتية لوصف سلوك طرفي التمثيل البيانى ثم عزز إجابتك عددياً

6A)



يتضح من التمثيل البياني أن $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$ وأن

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$

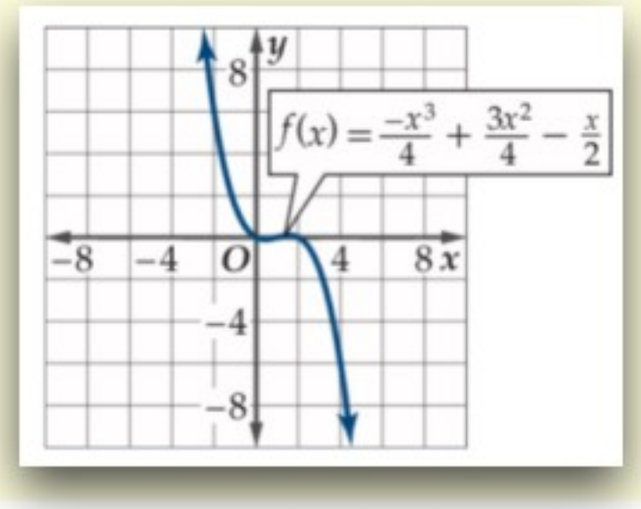
X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	-1.10^{12}	-1.10^{9}	-1.10^{6}	2	1.10^{6}	1.10^{9}	1.10^{12}

نلاحظ انه عندما $x \to \infty$ فإن $g(x) \to \infty$

وانه عندما $x \to -\infty$ فإن $g(x) \to -\infty$

تحقق من فهمك

6B)

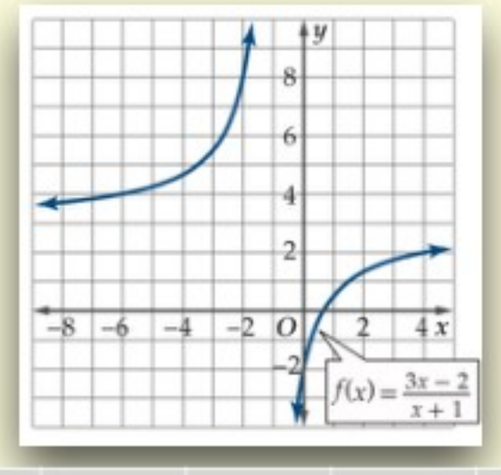


X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	2.10^{11}	2.10^{8}	2.10^{5}	0	-2.10^{5}	-2.10^{8}	-2.10^{11}

نلاحظ انه عندما $x \to \infty$ فإن $f(x) \to -\infty$

وانه عندما $x \to -\infty$ فإن $f(x) \to \infty$

7A)



X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	3,0005	3,005	3,05	-2	2,95	2,99	2,9995

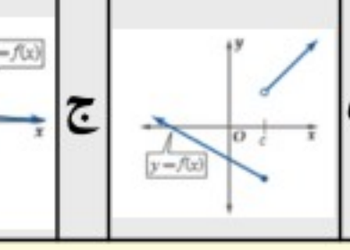
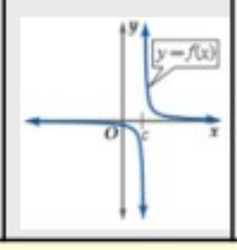
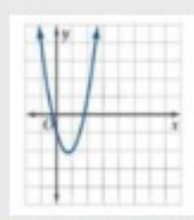
نلاحظ انه عندما $x \to \infty$ فإن $f(x) \to 3$

وانه عندما $x \to -\infty$ فإن $f(x) \to 3$

الإتصال والنهايات

اسئلة تحصيلي

الدالة التي تمثل عدم اتصال لانهائي :

أ		ب		ج		د	
							

اذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} x^2+1, x\geq 2 \\ ax+1, X<2 \end{cases}$ **متصلة عند** 2 **فما قيمة** a

أ		ب		ج		د	
2		-2		1		-1	

الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ **غير متصلة عند :**

أ		ب		ج		د	
X=2		x=-2		x=0		x=4	

النهاية $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^4-2}{5x^4+3x^2-2x}$ **تساوي :**

أ		ب		ج		د	
15		10		5		2	

في أي الفترات يقع صفر الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-6}-6$

أ		ب		ج		د	
[6،7]		[7،8]		[8،9]		[9،10]	

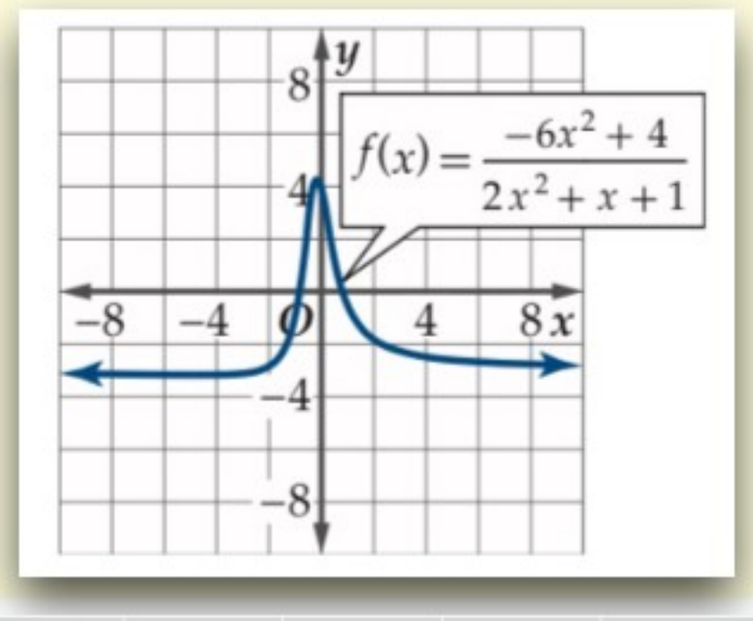
إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

7B)

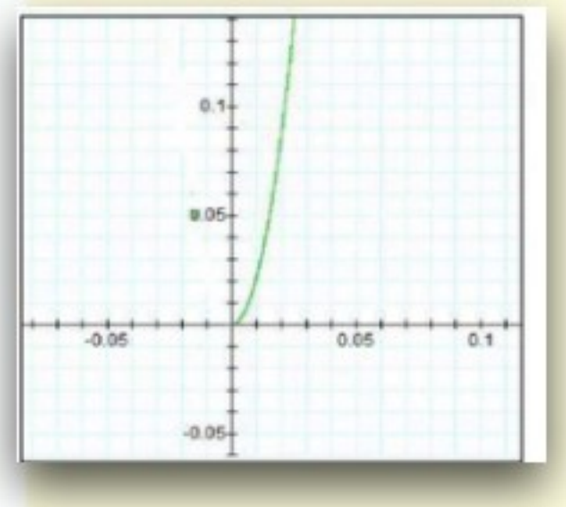


X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	-3,0001	-3,001	-3,01	4	-2,98	-2,99	-2,998

نلاحظ انه عندما $x\to\infty$ فإن $f(x)\to -3$

وانه عندما $x\to-\infty$ فإن $f(x)\to -3$

8) **فيزياء:** الضغط الديناميكي هو قياس الضغط الناتج عن حركة جزيئات الغاز ويعطى بالقاعدة $q(v)=\frac{\rho v^2}{2}$، حيث ρ (ويقرأ روه) كثافة الغاز، و v السرعة التي يتحرك بها الجزيء. ماذا يحدث للضغط الديناميكي لجزيئات الغاز عندما تستمر سرعة الجزيئات في التزايد؟



$q(v)=\dfrac{pv^2}{2}$

حيث p ثابت من التمثيل

البياني انه عندما

$v\to\infty$ فإن

$q(v)\to\infty$

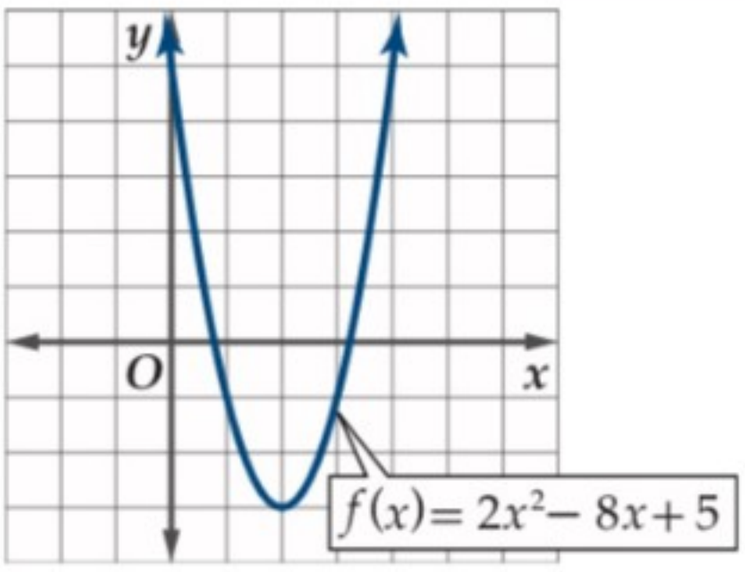
وعندما $v=0$

فإن $q(v)=0$

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

1A) استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الاتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايده او متناقصة أو ثابته ثم عزز إجابتك عدديا



يبين من الرسم البياني ان الدالة $f(x)$ متناقصة من الفترة $(-\infty,2)$ ومتزايده في الفترة $(2,\infty)$

الفترة $(2,\infty)$

x	2	3	4	5
f(x)	-3	-1	5	15

يوضح الجدول كلما تزايدت قيم x تزايدت قيم $f(x)$ اذن هي متزايده في هذه الفترة

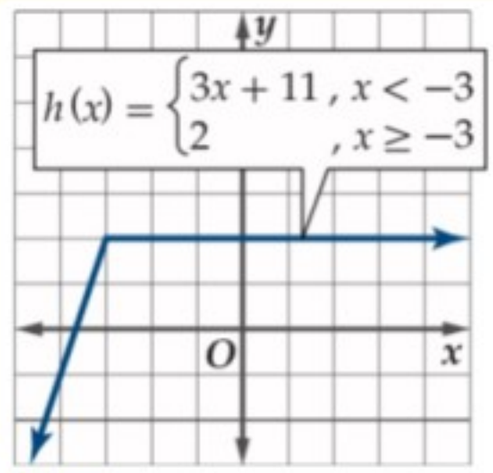
الفترة $(-\infty,2)$

x	-1	0	1	2
f(x)	15	5	-1	-3

ومن الجدول كلما تناقصت قيم x تزايدت قيم $f(x)$ اذن هي متناقصة في هذه الفترة

تحقق من فهمك

1B)



يبين من الرسم البياني ان الدالة $h(x)$ متزايدة من الفترة $(-\infty, -3)$ وثابته في الفترة $(-3,\infty)$

الفترة $(-\infty, -3)$

x	-6	-5	-4	-3
h(x)	-7	-4	-1	2

يوضح الجدول كلما تناقصت قيم x تناقصت قيم $h(x)$ اذن هي متزايده في هذه الفترة

الفترة $(-3,\infty)$

x	-3	-2	-1	0
h(x)	2	2	2	2

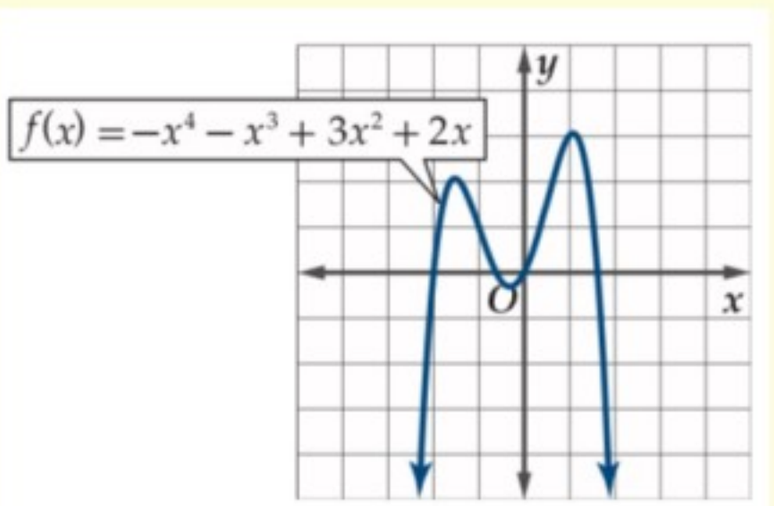
وفي الجدول وكلما تزايدت قيم x اصبحت قيم $h(x)$ ثابته اذن هي ثابته في هذه الفترة

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة فيها قيم قصوى وأوجد قيم الدالة عندها وبين نوع القيم القصوى ثم عززإجابتك عددياً

2A)



يوضح التمثيل البياني أن للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = -1.5$ ومقدارها 2

كما توجد قيمة صغرى محلية عند $x = -0.5$ ومقدارها -0.3

كما توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 1$ ومقدارها 3

التعزيز عددياً

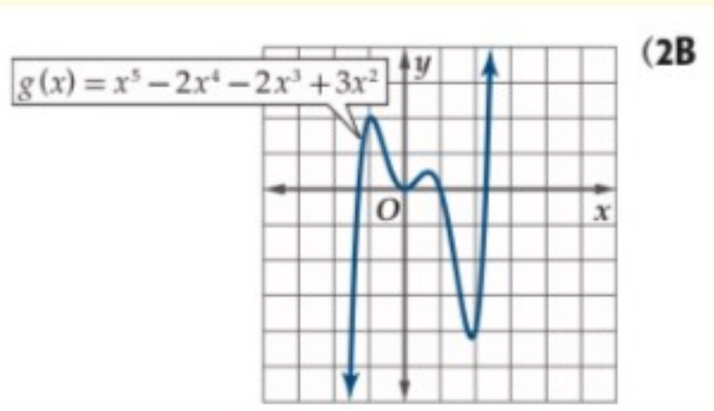
x	-100	-2	-1.5	-0.5	1	100
f(x)	-98970200	0	2	-0.3	3	-1009698

يتضح من الجدول القيمة العظمى المحليه عند $x = -1.5$

والقيمة العظمى المطلقه عند $x = 1$ والقيمة الصغرى المحلية عند $x = -0.5$ كما تبين في التمثيل البياني

تحقق من فهمك

2B)



يوضح التمثيل البياني ان الدالة $g(x)$ لها قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ ومقدارها 2

وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$ ومقدارها 0

وقيمة عظمى محلية عند $x = 0.5$ ومقدارها 0.4

وقيمة صغرى محلية عند $x = 2$ ومقدارها -4

ولا يوجد قيمة عظمى مطلقة ولا قيمة صغرى مطلقة

x	-100	-1	0	0.5	2	100
g(x)	-1.01×10^{10}	2	0	0.4	-4	979803000

يتضح من الجدول القيمة العظمى المحليه عند $x = -1$ وقيمة عظمى محلية عند $x = 0.5$

والقيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 2$ كما تبين في التمثيل البياني

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

4) **صناعة:** يرغب صاحب مصنع زجاج في إنتاج كأس أُسطوانية الشكل مفتوحة من أعلى مساحتها الكلية $10\pi\ in^2$. أوجد طول نصف قطر الكأس وارتفاعه اللذين يجعلان حجمها أكبر ما يمكن.

$$M = 2rh\pi + r^2\pi$$

$$10\pi = 2rh\pi + r^2h\pi \Rightarrow 10 = 2rh + r^2h$$

$$h = \frac{10 - r^2}{2r}$$

$$V(r) = r^2h\pi \Rightarrow = r^2\pi\left(\frac{10 - r^2}{2r}\right) \Rightarrow = \frac{1}{2}r\pi(10 - r^2)$$

$$V'(r) = \pi\left(5 - \frac{3}{2}r^2\right) \Rightarrow r = \pm\sqrt{\frac{10}{3}}, r \simeq 1.83in$$

$$h = \frac{10 - (1.83)^2}{2(1.83)}, h \simeq 1.83in$$

M المساحة الكلية
r نصف القطر
h الارتفاع
V الحجم

اوجد متوسط معدل التغير للدوال الاتيه في كل من الفترات المجاورة لها :

5A) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2, [2,3]$

$$m = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$$

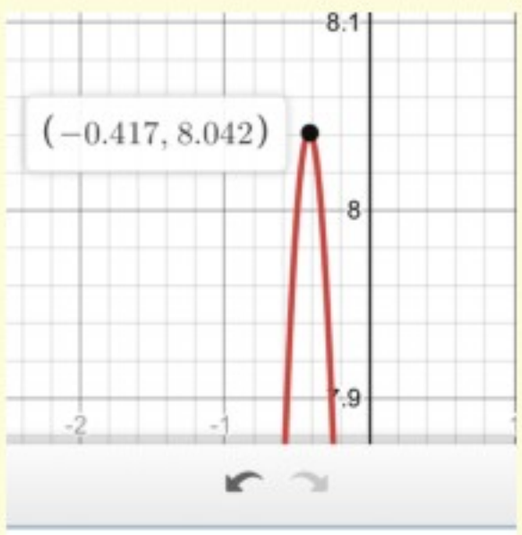
$$= \frac{2 - (-4)}{3 - 2}$$

$$= \frac{6}{1} = 6$$

تحقق من فهمك

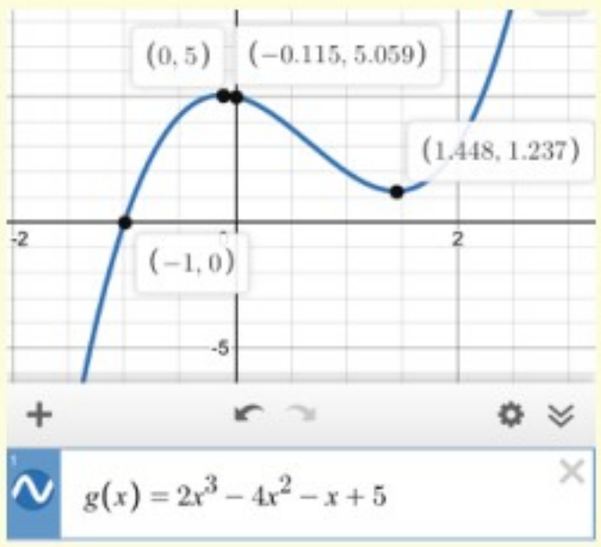
استعمل الحاسبة البيانية لتحديد القيم القصوى المحلية والمطلقة لكل من الدوال وحدد قيم x التي تكون عندها هذه القيم

3A) $h(x) = 7 - 5x - 6x^2$



يتضح من الرسم البياني أنه يوجد قيمة عظمى مطلقة للدالة عند النقطة $(-0.42, 8.04)$

3B) $g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 5$



يتضح من الرسم البياني أنه يوجد قيمة عظمى محلية بـ 5.06 وتكون عند

$x = -0.12$

وقيمة صغرى محلية بـ 1.24 عند النقطة

$x = 1.45$

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

اسئلة تحصيلي

القيمة العظمى للدالة $f(x) = x^3 + 12x$ على الفترة $[-1,1]$ تساوي :							
أ	33	ب	23	ج	13	د	0
متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2 - 3x - 4$ في الفترة $[3,5]$:							
أ	3	ب	4	ج	5	د	6

لا تأتي الأمور على قدر حلمك .. إنما تأتي على قدر سعيك إليها .. 🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

5B) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x, [-5, -3]$

$$m = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{f(-3) - f(-5)}{-3 - (-5)}$$

$$= \frac{15 - (455)}{-3 + 5}$$

$$= \frac{-440}{2} = -220$$

فيزياء: قُذِفَ جسم إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض، فإذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض يُعطى بالدالة $d(t) = -16t^2 + 20t + 4$، حيث t الزمن بالثواني بعد قذفه و$d(t)$ المسافة التي يقطعها، إذا أهملت مقاومة الهواء، فأوجد السرعة المتوسطة للجسم في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية.

6) $d(t) = -16t^2 + 20t + 4, [0.5, 1]$

$$m = \frac{d(t_2) - d(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{d(1) - d(0.5)}{1 - 0.5}$$

$$= \frac{8 - (10)}{0.5}$$

$$= \frac{-2}{0.5} = -4$$

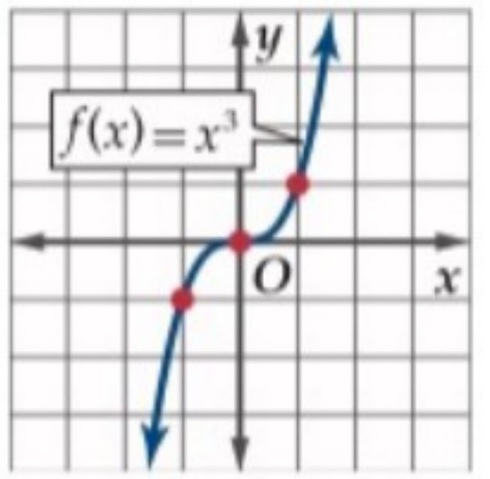
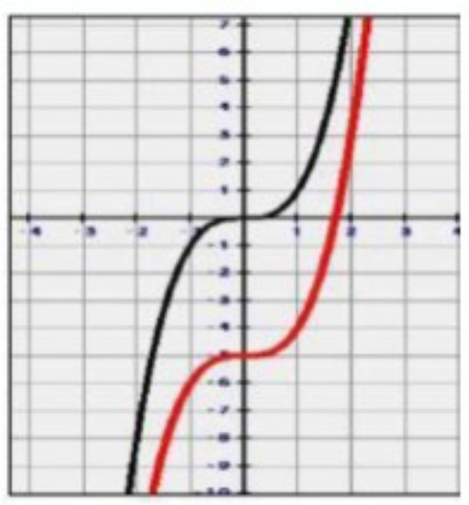
سرعة الجسم تتناقص في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية

الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

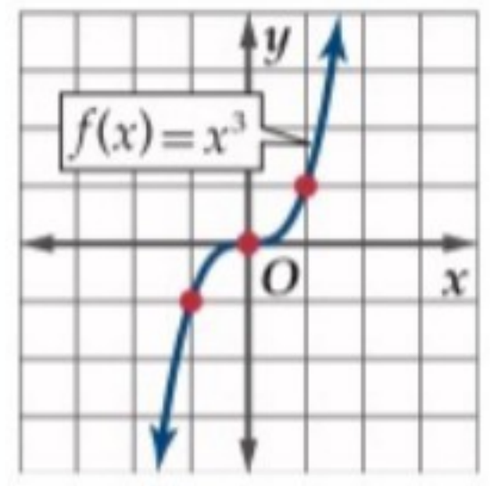
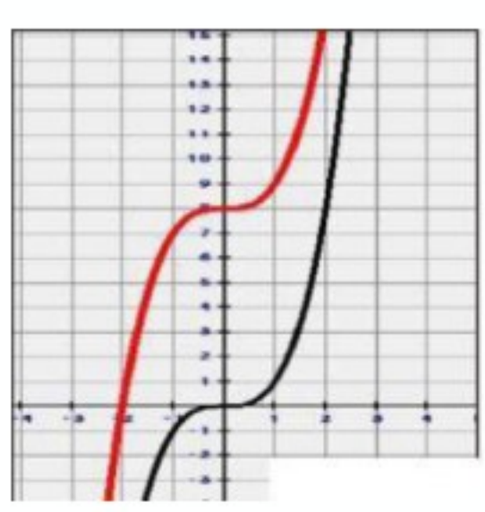
تحقق من فهمك

استعمل منحنى الدالة الرئيسية الام $f(x) = x^3$ لتمثيل كل دالة من الدوال الاتيه بيانياً :

2A) $h(x) = x^3 - 5$

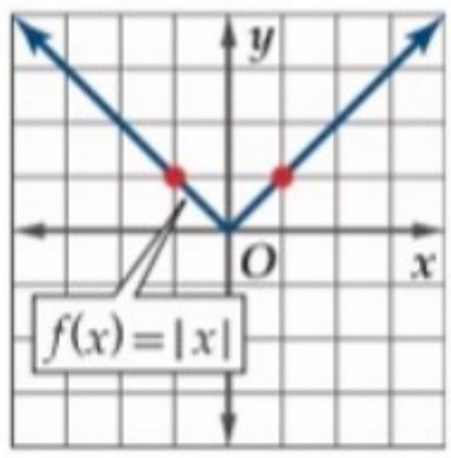
الدالة الرئيسية الأم	حدث لها انسحاب 5 وحدات للأسفل
	

2B) $h(x) = 8 + x^3$

الدالة الرئيسية الأم	حدث لها انسحاب 8 وحدات للأعلى
	

تحقق من فهمك

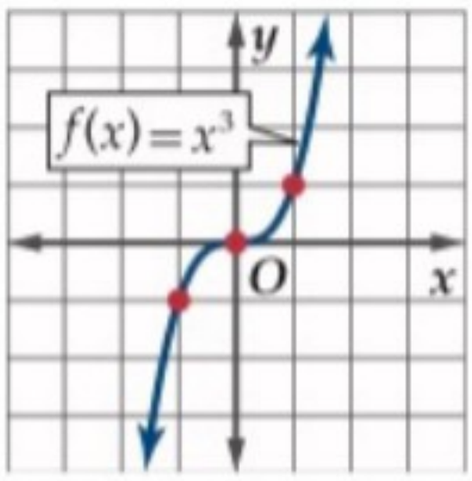
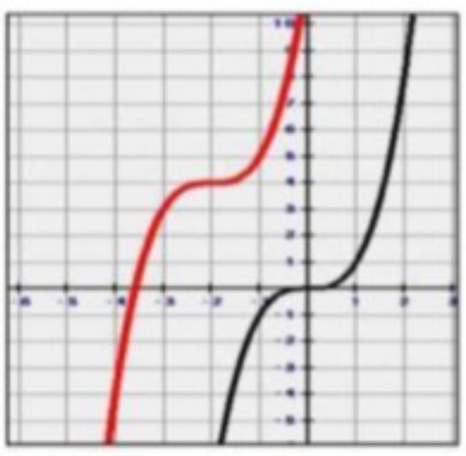
1) ارسم الدالة المعطاة وحدد المجال والمدى والمقطع x والمقطع y والتماثل والاتصال وسلوك طرفي التمثيل البياني وفترات التزايد والتناقص : $f(x) = |x|$

المطلوب	الحل
الرسم	
المجال	D=R
المدى	R= $[0,\infty)$
مقطع x،y	للمنحنى مقطع واحد (0،0)
الاتصال	متصلة عند جميع قيم المجال
سلوك طرفي التمثيل البياني	يبدأ المنحنى عند x=0 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
فترات التزايد والتناقص	متناقصة من $(-\infty,0)$ متزايدة من $(0,\infty)$
التماثل	دالة زوجية متماثله حول محور y

الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

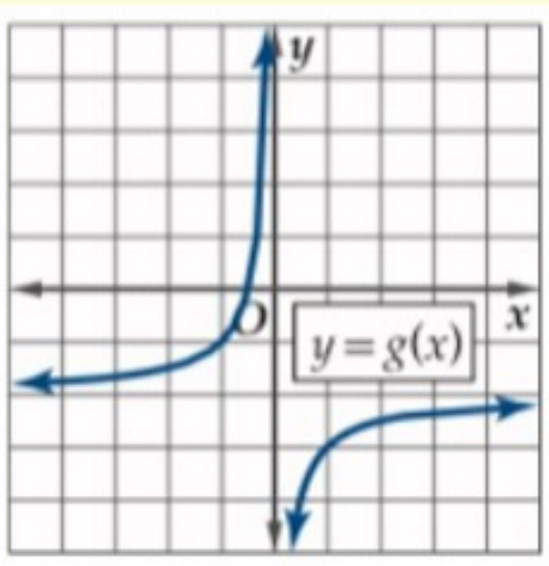
تحقق من فهمك

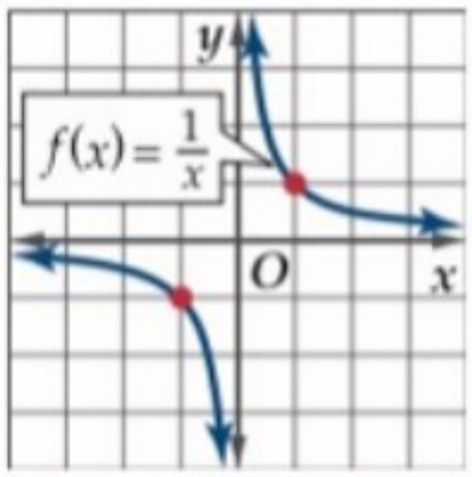
2c) $h(x) = (x+2)^3 + 4$

الدالة الرئيسية الأم	حدث لها انسحاب وحدتين لليسار و 4 وحدات للأعلى
	

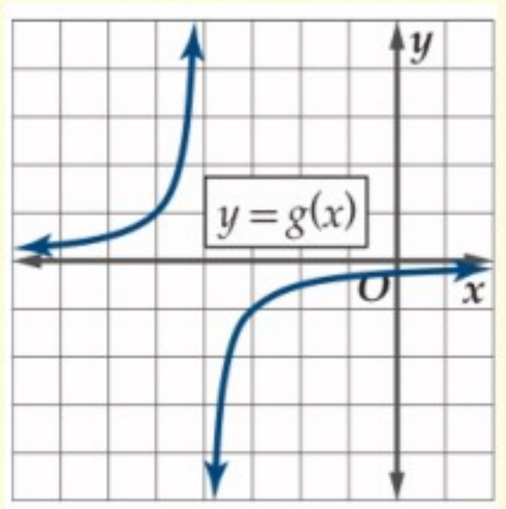
صف العلاقة بين منحنيي $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة $g(x)$ في كل من السؤالين الاتيين :

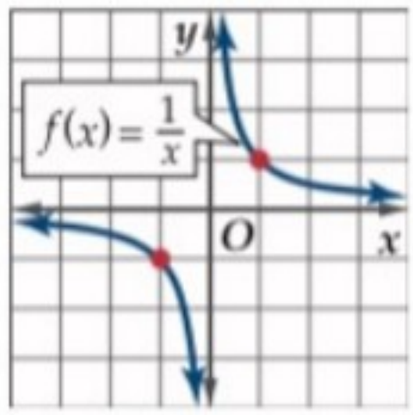
3A)



الدالة الرئيسية الأم	العلاقة بين المنحنيين ومعادلة المنحنى $g(x)$
	انعكاس حول محور x وانسحاب 4 وحدات لليسار $g(x) = -\frac{1}{x+4}$

3B)



الدالة الرئيسية الأم	العلاقة بين المنحنيين ومعادلة المنحنى $g(x)$
	انعكاس حول محور x وانسحاب 4 وحدات لليسار $g(x) = -\frac{1}{x+4}$

تحقق من فهمك

عين الدالة الرئيسية الأم $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كل مما يأتي ثم صف العلاقة بين المنحنيين:

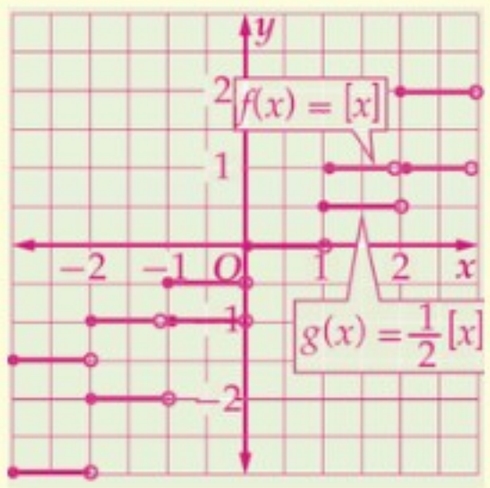
4A) $g(x) = \frac{1}{2}[x]$

منحنى الدالة $g(x)$ هو تضيق رأسي لمنحنى الدالة

$f(x) = [x]$

$g(x) = \frac{1}{2}[x]$

$= \frac{1}{2} f(x)$



الدالة الرئيسية الأم	العلاقة بين المنحنيين ومعادلة المنحنى $g(x)$
	انعكاس حول محور x وانسحاب وحدتين للأسفل $g(x) = -\frac{1}{x} - 2$

الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

تحقق من فهمك

6) **كهرباء:** إذا كانت شدة التيار $I(x)$ بالأمبير الذي يمر بجهاز DVD تعطى بالدالة $I(x)=\sqrt{\frac{x}{11}}$، حيث x القدرة بالواط والعدد 11 هو المقاومة بالأوم.

A) صف التحويلات التي تمت على الدالة $f(x)=\sqrt{x}$ للحصول على الدالة $I(x)$.

B) اكتب دالة تصف مرور تيار في مصباح مقاومته 15 أوم.

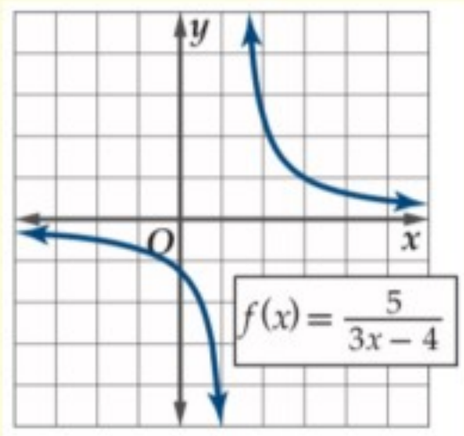
A) منحنى الدالة $f(x)$ هو توسع أفقي لمنحنى الدالة $f(x)=\sqrt{x}$

B) عندما تكون المقاومة 15 فإن

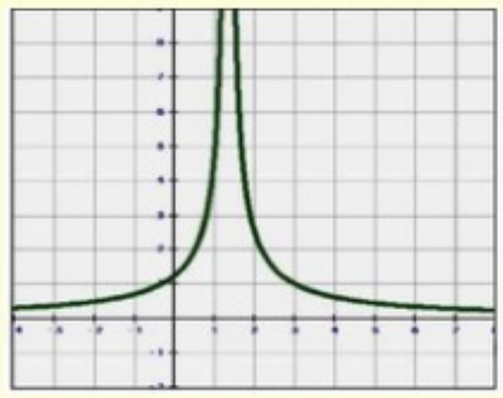
$$I(x)=\sqrt{\frac{x}{15}}$$

استعمل منحنى الدالة $f(x)$ في كل من الشكلين ادناه لتمثيل كل من الدالتين $g(x)=|f(x)|$ و $h(x)=f(|x|)$ بيانياً :

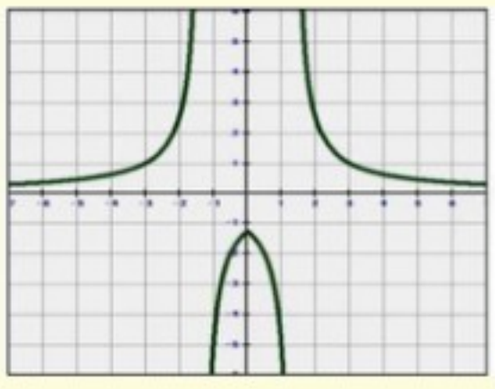
7A)



$g(x)=|f(x)|$

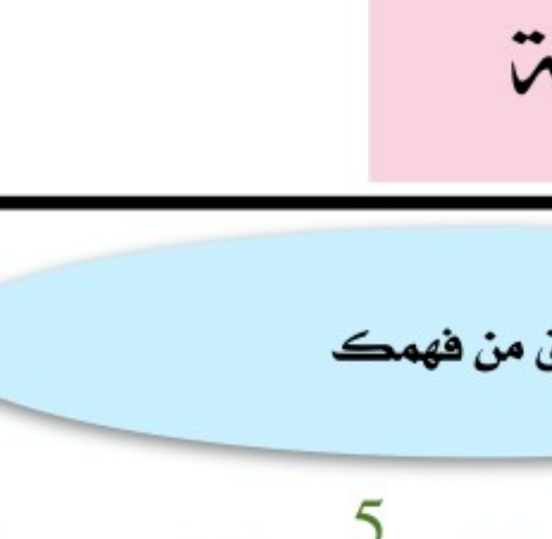


$g(x)=f(|x|)$



تحقق من فهمك

4B) $g(x)=\frac{5}{x}+3$



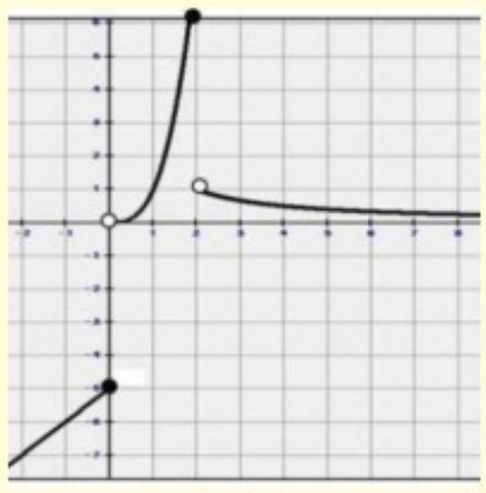
$f(x)=\frac{1}{x}$

منحنى $g(x)$ هو توسع رأسي بمقدار خمس وحدات وانسحاب ثلاث وحدات للأعلى

مثل الدوال الآتيه بيانياً :

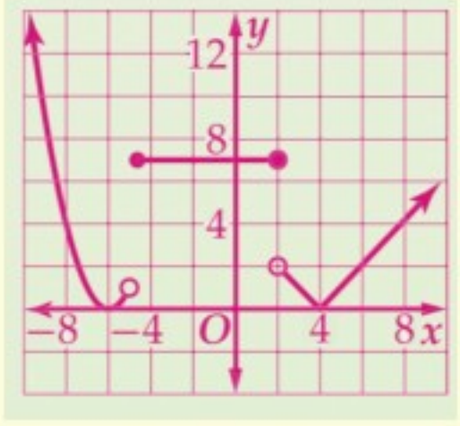
5A)

$$g(x)=\begin{cases}x-5, x\le 0\\ x^3, 0<x\le 2\\ \frac{2}{x}, x>2\end{cases}$$



5B)

$$h(x)=\begin{cases}(x+6)^2, x<-5\\ 7, -5\le x\le 2\\ |x-4|, x>2\end{cases}$$



الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

اسئلة تحصيلي

مدى الدالة $f(x) = [x]$ هو :

أ	N	ب	W	ج	R	د	Z

اذا كان منحنى $g(x)$ ينتج من منحنى $f(x) = \sqrt{x}$ بانسحاب وحدتين لليسار ثم انعكاس حول محور x ثم انسحاب ثلاث وحدات للأسفل فأي مما يأتي يمثل الدالة $g(x)$

أ	ب	ج	د
$g(x) = \sqrt{-x+2} - 3$	$g(x) = -\sqrt{x+2} - 3$	$g(x) = -\sqrt{x-2} + 3$	$g(x) = \sqrt{x+2} - 3$

مامدى الدالة $f(x) = |x-2| + 3$

أ	ب	ج	د
$(0,\infty)$	$[3,\infty)$	$(2,\infty)$	$(1,\infty)$

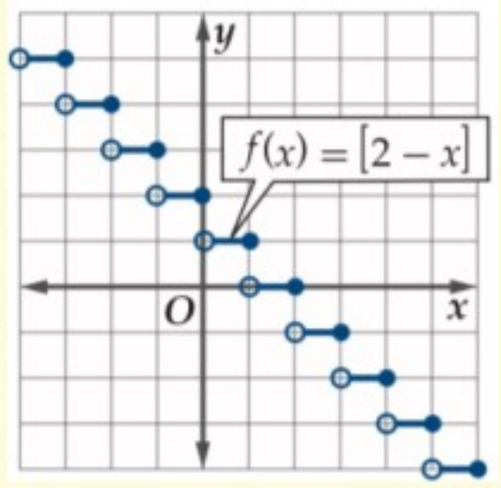
إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

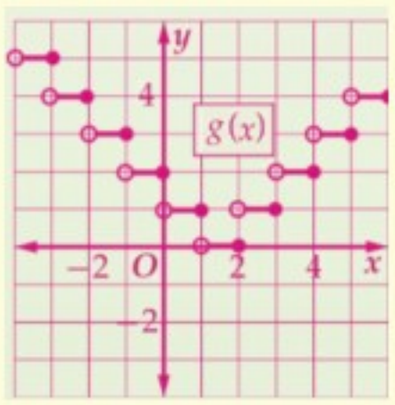
العودة للفهرس

تحقق من فهمك

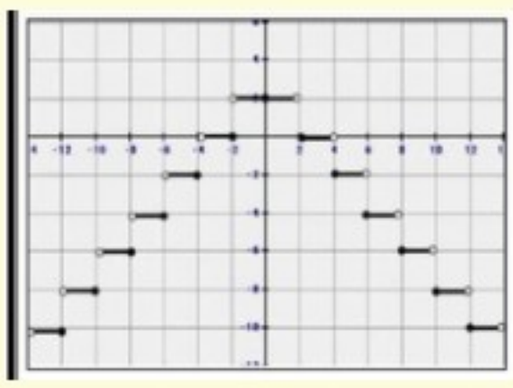
7B)



$g(x) = |f(x)|$



$g(x) = f(|x|)$



لا تنطفئ
ربُّ الحياةِ
معك ..

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

تحقق من فهمك

أوجد $(f+g)(x), (f-g)(x)\ (f\cdot g)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$

في كل مما يأتي ثم أوجد مجال الدوال الناتجة ؟

1A) $f(x) = x - 4$

$g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

$D_f = R$

$9 - x^2 \geq 0$

$-x^2 \geq -9$

$x^2 \leq 9$

$-3 \leq x \leq 3$

$Dg = [-3,3]$

$(F+g)(x) = x - 4 + \sqrt{9 - x^2}$

$D_{f+g} = [-3,3]$ تقاطع المجالين

$(F-g)(x) = x - 4 - \sqrt{9 - x^2}$

$D_{f-g} = [-3,3]$ تقاطع المجالين

$(f\cdot g)(x) = (x-4)\left(\sqrt{9-x^2}\right)$

$= x\sqrt{9-x^2} - 4\sqrt{9-x^2}$

$D_{F\cdot g} = [-3,3]$ تقاطع المجالين

$\frac{f}{g}(x) = \frac{x-4}{\sqrt{9-x^2}}$

$9 - x^2 > 0$ ← المجال

$-x^2 > -9$

$x^2 < 9$

$-3 < x < +3$

$\frac{D_f}{g} = (-3,3)$

تحقق من فهمك

1B) $f(x) = x^2 - 6x - 8$

$g(x) = \sqrt{x}$

$D_f = R$

$X \geq 0$

$D_g = [0,\infty)$

$f_{+g}(x) = x^2 - 6x - 8 + \sqrt{x}$

$D_{F+g} = [0,\infty)$ تقاطع المجالين

$F - g(x) = x^2 - 6x - 8 - \sqrt{x}$

$D_{F-g} = [0,\infty)$ تقاطع المجالين

$f\cdot g(x) =$

$x^2\sqrt{x} - 6x\sqrt{x} - 8\sqrt{x}$

$D_{f\cdot g} = [0,\infty)$ تقاطع المجالين

$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2 - 6x - 8}{\sqrt{x}}$

$\frac{D_f}{g} = (0,\infty)$ ← المجال

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

تحقق من فهمك

حدد مجال الدالة fog ثم أوجد fog في كل من الحالتين الاتيتين:

3A) $f(x) = \sqrt{x+1}$

$g(x) = x^2 - 1$

$f \circ g(x) = f\left(g(x)\right)$

$= f\left(x^2 - 1\right)$

$= \sqrt{x^2 - 1 + 1} = \sqrt{x^2}$

$= |x|$

$D_{fog} = R$

3B) $f(x) = \frac{5}{x}$

$g(x) = x^2 + x$

الدالة $f(x)$ غير معرفة عند $x = 0$

$f \circ g(x) = f\left(x^2 + x\right)$

$= \frac{5}{x^2 + x}$ ← المجال

$x^2 + x = 0$

$x(x+1) = 0$

$x = 0, x = -1$

$D_{fog} = \mathbb{R} - \{0, -1\}$

تحقق من فهمك

أوجد $[f \circ g](x), [g \circ f](x), [f \circ g](3)$ في كل مما يأتي :

2A) $f(x) = 3x + 1, g(x) = 5 - x^2$

$[fog](x) = f[g(x)]$

$= 3\left(5 - x^2\right) + 1$

$= 15 - 3x^2 + 1$

$= 16 - 3x^2$

$[g \circ f](x) = g[f(x)]$

$= g(3x+1)$

$= 5 - (3x+1)^2$

$= 5 - \left(9x^2 + 6x + 1\right)$

$= 4 - 9x^2 - 6x$

$[f \circ g](3) =$

$[16 - 3x^2](3) =$

$16 - 3(3)^2 = -11$

2B) $f(x) = 6x^2 - 4, g(x)x + 2$

$[f \circ g](x) = f[g(x)]$

$= f(x+2)$

$= 6(x+2)^2 - 4$

$= 6\left(x^2 + 4x + 4\right) - 4$

$= 6x^2 + 24x + 24 - 4$

$= 6x^2 + 24x + 20$

$[g \circ f](x) = g[f(x)]$

$= g\left(6x^2 - 4\right)$

$= 6x^2 - 4 + 2$

$= 6x^2 - 2$

$[f_o g](3) =$

$[6x^2 + 24x + 20](3) =$

$6(3)^2 + 24(3) + 20$

$= 146$

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

اسئلة تحصيلي

اذا كان $f(x)=x^2+2, g(x)=x-3$

ماهي النقطة التي تجعل $(fog)(x)=(gof)(x)$

أ	x=1	ب	x=-1	ج	x=2	د	x=-2

اذا كان $f(3)=4, g(2)=5$

$f(2)=3, g(3)=2$

فما قيمة $[fog](3)$

أ	2	ب	3	ج	4	د	5

لايصل الإنسان إلى حديقة النجاح من دون أن يمر بمحطات التعب والفشل .. وصاحب الإرادة القوية لايطيل الوقوف عند هذا المحطات..🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x)=[fog](x)$

على الا تكون أي منهما الدالة المحايدة :

4A) $h(x)=x^2-2x+1$

$h(x)=(x-1)(x-1)$

$=(x-1)^2$

$f(x)=x^2, g(x)=x-1$

للتأكد

$f\circ g(x)=f(g(x))$

$=f(x-1)$

$=(x-1)^2$

$=x^2-2x+1=h(x)$

4B) $h(x)=\dfrac{1}{x+7}$

$f(x)=\dfrac{1}{x}$

$g(x)=x+7$

للتأكد

$f\circ g(x)=f(g(x))$

$=f(x+7)$

$=\dfrac{1}{x+7}=h(x)$

5) **أعمال:** اعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن اجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

5A) عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d .

5B) أوجد $[c\circ d](x)$ و $[d\circ c](x)$. وماذا يعني كلٌّ منهما؟

5C) أي التركيبين $c\circ d$ أو $d\circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.

5A) $C(x)=x-100$

$d(x)=.85x$

5B) $[cod](x)=c(d(x))$

$=c(\cdot 85x)$

$=.85x-100$

تمثل سعر الحاسوب بالاستفادة أولاً من الخصم

$[doc](x)=d(c(x))$

$=d(x-100)$

$=.85(x-100)$

$=.85x-85$

تمثل سعر الحاسوب بالاستفادة من القسيمة أولاً ثم الخصم

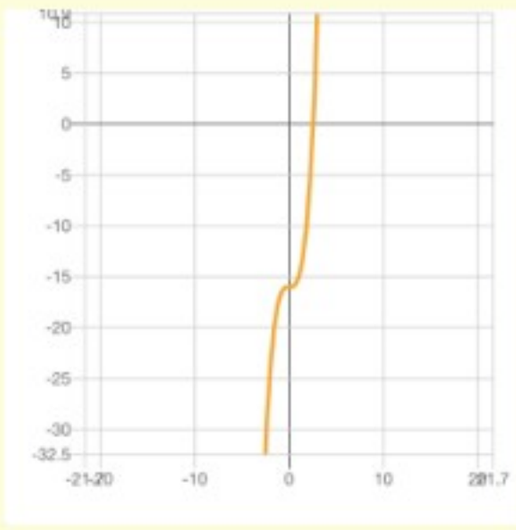
5c) $[cod](x)$ الاستفادة من الخصم أولاً ثم القسيمة او يجعل السعر أقل ..

العلاقات والدوال العكسية

تحقق من فهمك

f^{-1} في كل مما يأتي أوجد الدالة العكسية إن امكن وحدد مجالها واذا لم يكن ذلك فاكتب غير موجوده

2A) $f(x) = -16 + x^3$



يتضح من الرسم أن لها معكوس لأن الخط الأفقي يقطع الدالة في نقطة واحده

$$y = -16 + x^3$$

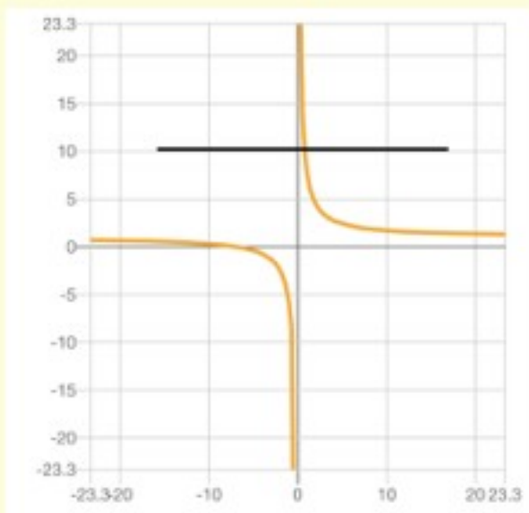
$$x = -16 + y^3$$

$$y^3 = 16 + x$$

$$y = \sqrt[3]{16 + x}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{16 + x}$$

2B) $f(x) = \dfrac{x+7}{x}$



يتضح من الرسم أن لها معكوس لأن الخط الأفقي يقطع الدالة في نقطة واحده

$$f(x) = 1 + \frac{7}{x}$$

$$y = 1 + \frac{7}{x}$$

$$x = 1 + \frac{7}{y}$$

$$x - 1 = \frac{7}{y}$$

$$y(x-1) = 7$$

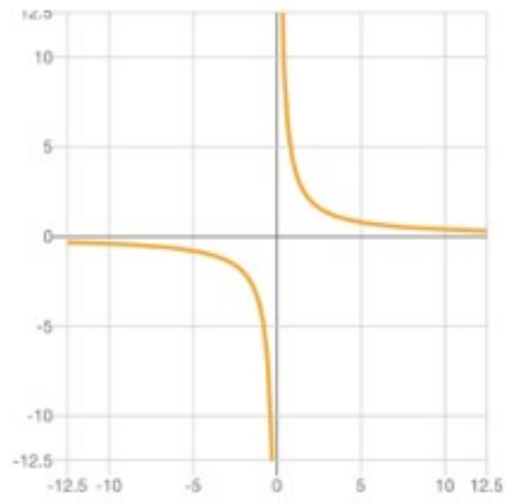
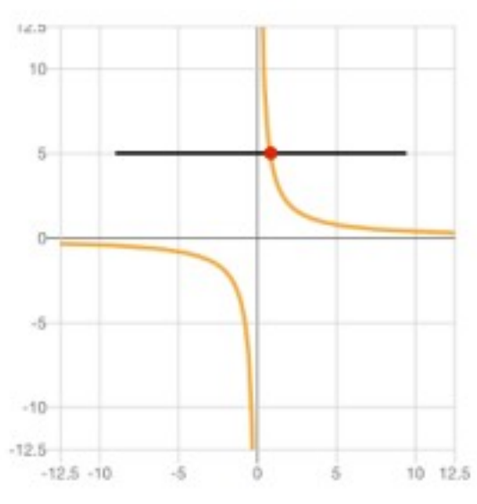
$$y = \frac{7}{x-1}$$

$$f(x)^{-1} = \frac{7}{x-1}, x \neq 1$$

تحقق من فهمك

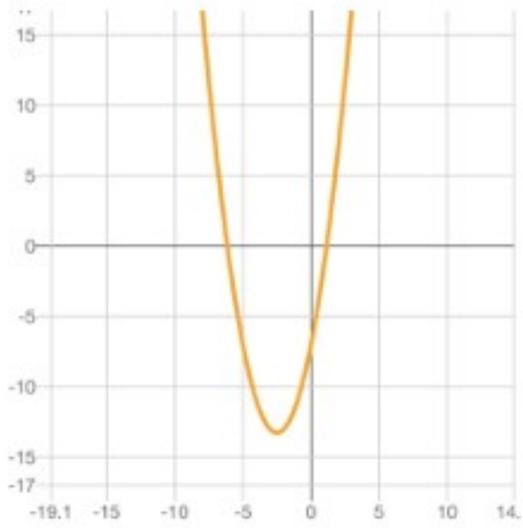
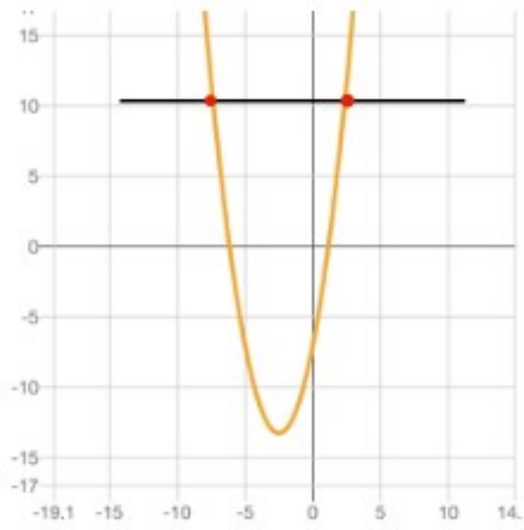
مثل كل من الدوال الاتيه بيانياً ثم طبق اختبار الخط الأفقي لتحديد ان كانت الدالة العكسية موجودة ام لا :

1A) $h(x) = \dfrac{4}{x}$

رسم الدالة	تطبيق الخط الافقي على الدالة
	

نعم لها معكوس لأن الخط الافقي يقطع الدالة بنقطة واحدة فقط

1B) $f(x) = x^2 + 5x - 7$

رسم الدالة	تطبيق الخط الافقي على الدالة
	

ليس لها معكوس لأن الخط الافقي يقطع الدالة بأكثر من نقطة .

العلاقات والدوال العكسية

تحقق من فهمك

$3B)$ $f(x) = x^2 + 10$

$g(x) = \sqrt{x - 10}$

$$f \circ g(x) = f\left(\sqrt{x-10}\right)$$
$$= \left(\sqrt{x-10}\right)^2 + 10$$
$$= x - 10 + 10$$
$$= x$$

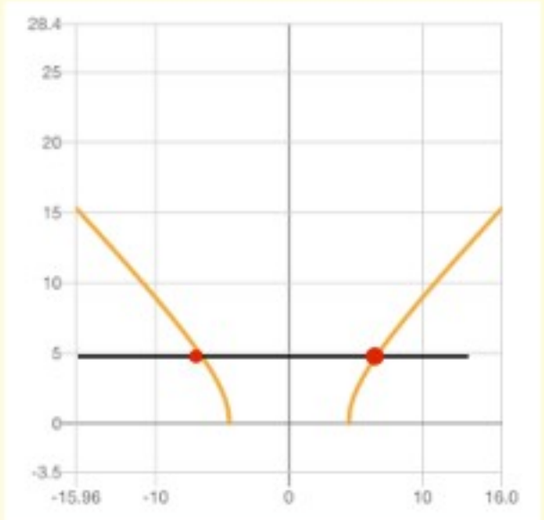
$$g \circ f(x) = g\left(f(x)\right)$$
$$= g\left(x^2 + 10\right)$$
$$= \sqrt{x^2 + 10} - 10$$
$$= \sqrt{x^2} = x$$

$$f \circ g(x) = g \circ f(x) = x$$

كل دالة عكسية للأخرى.

تحقق من فهمك

$2c)$ $f(x) = \sqrt{x^2 - 20}$



يتضح من الرسم أن
الدالة ليس معكوس لأن
الخط الافقي قطع
الدالة بأكثر من نقطة .

اثبت جبرياً كلاً من الدالتين f, g تمثل دالة عكسية للأخرى في كل مما يأتي :

$3A)$ $f(x) = 18 - 3x$

$g(x) = 6 - \frac{x}{3}$

$$f \circ g(x) = f\left(6 - \frac{x}{3}\right)$$
$$= 18 - 3\left(6 - \frac{x}{3}\right)$$
$$= 18 - 18 + x$$
$$= x$$

$$g \circ f(x) = g(18 - 3x)$$
$$= 6 - \frac{18 - 3x}{3}$$
$$= 6 - \frac{3(6 - x)}{3}$$
$$= 6 - 6 + x$$
$$= x$$

$$f \circ g(x) = g \circ f(x) = x$$

كل دالة عكسية للأخرى.

العلاقات والدوال العكسية

تحقق من فهمك

توفير، يتبقى لاحمد بعد سداد أقساط منزله وبعض الالتزامات 65% من راتبه الشهري، فإذا خصّص منها 1800 ريال لنفقات المعيشة، وقدّر أن بإمكانه توفير 20% من المبلغ المتبقي تقريبًا، فإن مقدار التوفير الشهري يعطى بالدالة: $f(x) = 0.2(0.65x - 1800)$، حيث x الراتب الشهري.

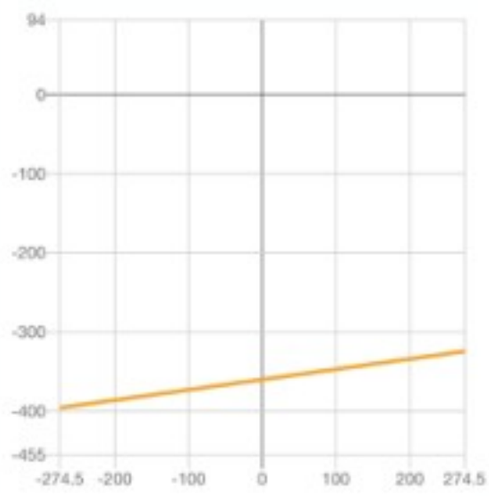
5A) أثبت أن $f^{-1}(x)$ موجودة، ثم أوجدها.

5B) ماذا تمثّل كل من $f^{-1}(x), x$ في الدالة العكسية؟

5C) حدد أية قيود على كل من مجال $f(x), f^{-1}(x)$ إن وجدت. وبرّر إجابتك.

5D) إذا وفّر أحمد 500 ريالًا في الشهر، فأوجد راتبه الشهري.

يحقق منحنى الدالة اختبار الخط الافقي لذا فإن الدالة لها معكوس



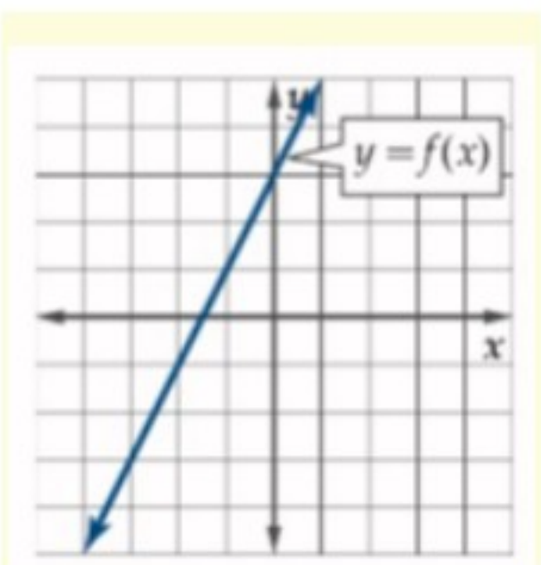
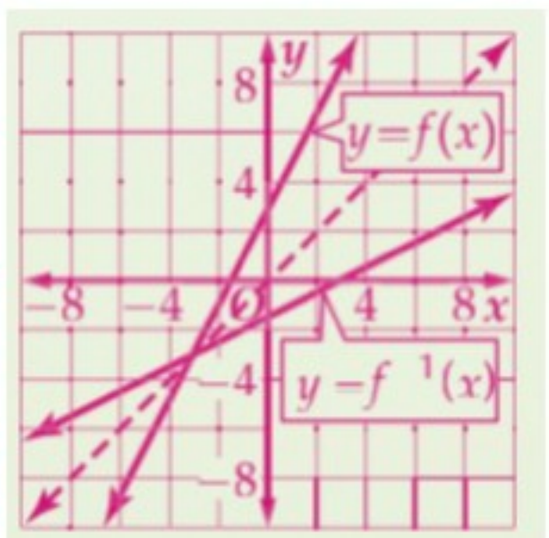
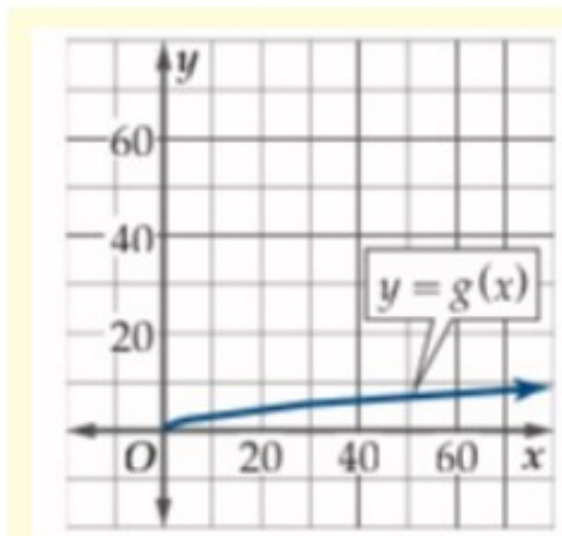
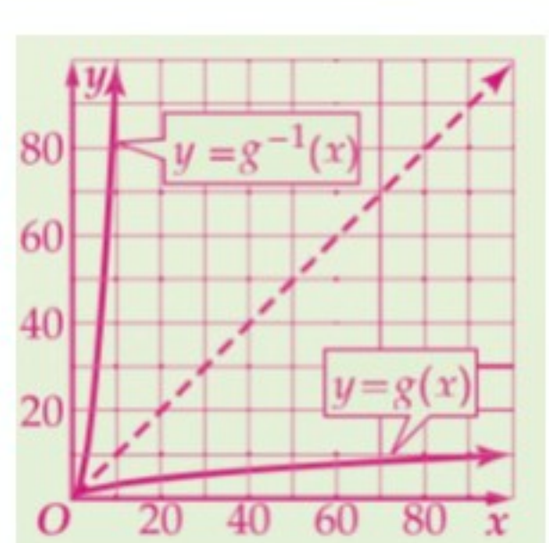
5A)

$$y = 0.2\left(0 \cdot 65x - 1800\right)$$
$$x = 0.2\left(0 \cdot 65y - 1800\right)$$
$$x = 0.13y - 360$$
$$0 \cdot 13y = x + 360$$
$$y = \frac{x + 360}{0.13}$$
$$f(x)^{-1} = \frac{x + 360}{0.13}$$

5B) في الدالة العكسية تمثل x مقدار التوفير الشهري تمثل $f^{-1}(x)$ الراتب الشهري

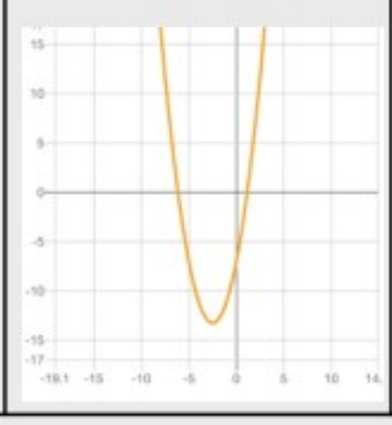
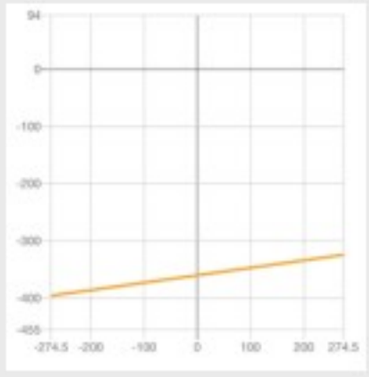
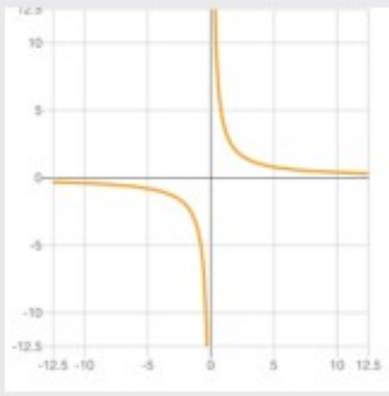
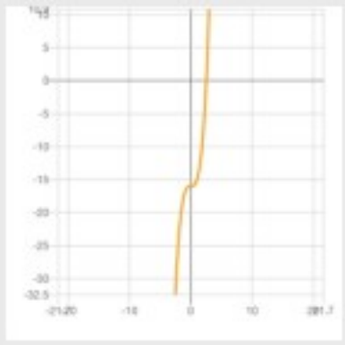
تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$ لتمثيل $f^{-1}(x)$

4A)	نمثل بيانياً المستقيم y=x ونعين بعض النقاط على المنحنى f(x) ثم نجد صور النقاط بالانعكاس
	
4B)	نمثل بيانياً المستقيم y-x ونعين بعض النقاط على المنحنى f(x) ثم نجد صور النقاط بالانعكاس
	

العلاقات والدوال العكسية

اسئلة تحصيلي

معكوس الدالة : $f(x) = 3x - 1$							
أ	$f^{-1}(x) = 3x + 1$	ب	$f^{-1}(x) = -3x + 1$	ج	$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$	د	$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{3}$
الدالة التي ليس لها معكوس :							
أ		ب		ج		د	

اغرس بذور الأمل والفأل في روحك، وحافظ على جذورها ريّانةً دائمًا، حتّى إذا ما داهمتك أعاصيرٌ وعواصف كنت كشجرةٍ باسقةٍ مورقة 💌🎈🤍

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

الفصل الثاني

العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

(2–1)	الدوال الأسية
(2-2)	حل المعادلات والمتباينات الأسية
(2-3)	اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية
(2-4)	خصائص اللوغاريتمات
(2-5)	حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية
(2-6)	اللوغاريتمات العشرية

إعداد : أ/ جواهر العنزي

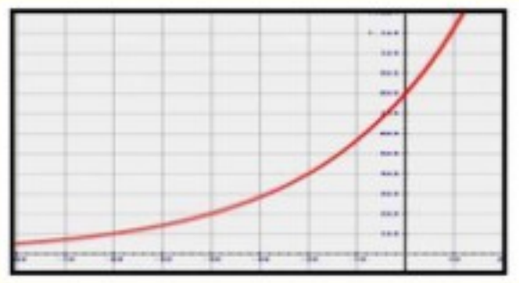
@Jwaher_H5

الدوال الأسيـــة

تحقق من فهمك

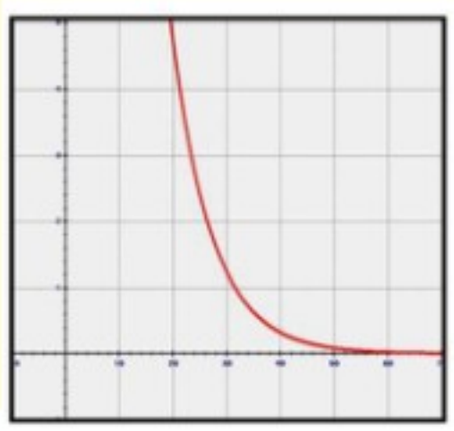
3) **ثقافة مالية،** يتوقع أن يزداد إنفاق عائلة بما نسبته 8.5% سنويًا، إذا كان إنفاق العائلة عام 1430 هـ هو 80000 ريال، فأوجد معادلة أسية تمثّل إنفاق العائلة منذ عام 1430 هـ ، ثم مثّلها بيانيًا باستعمال الحاسبة البيانية.

$$y = a(1+r)^t$$
$$a = 8000$$
$$r = 8.5\% = 0.085$$
$$y = 8000(1+0.085)^t$$
$$y = 8000(1.085)^t$$



4) يحتوي كوب من الشاي الأسود على $68mg$ من الكافايين. أوجد معادلة أسية تمثّل كمية الكافايين المتبقية في جسم شخص يافع بعد شربه كوبًا من الشاي الأسود، ومثّلها بيانيًا مستعملًا الحاسبة البيانية، ثم قدّر كمية الكافايين المتبقية في جسمه بعد ساعتين من شربه الكوب.

$$y = a(1-r)^t$$
$$= 68(1-0.125)^t$$
$$= 68(0.875)^t$$



كمية الكافيين بعد ساعتين:

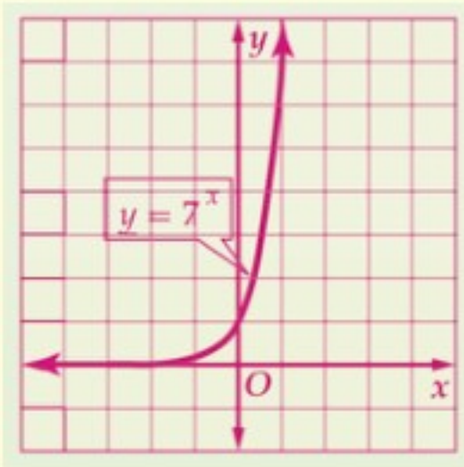
$$A(2) = 68(0.875)^2$$
$$= 52.06mg$$

تحقق من فهمك

مثل الدالة بيانياً واوجد المقطع المحور y وحدد مجالها ومداها ثم استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $7^{0.5}$

1A) $y = 7^x$

X	7^x	y
-2	$7^{-2} = 0.02$	0.02
-1	$7^{-1} = 0.1$	0.1
0	$7^0 = 1$	1
1	$7^1 = 7$	7
2	$7^2 = 49$	49



$R = y > 0, \quad D = R$

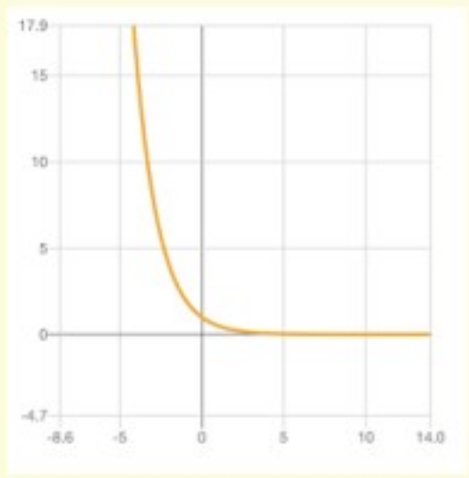
المحور : y

$y = 7^0 = 1$

1B) $7^{0.5} = 2.6$

2A) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

X	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	y
-2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$	4
-1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$	2
0	$\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1$	1
1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 0.5$	0.5
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 0.25$	0.25



$R = y > 0, \quad D = R$

المحور : y

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

2B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2.5} \simeq 5.6$

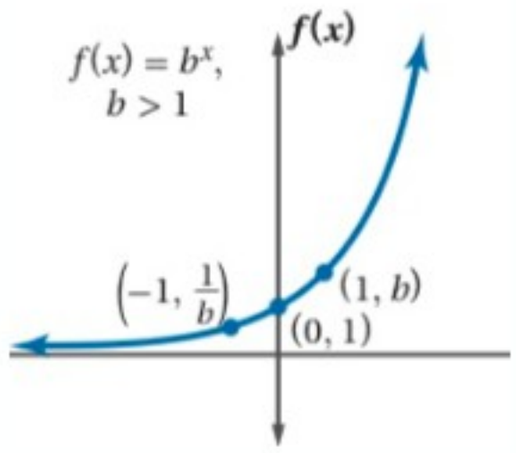
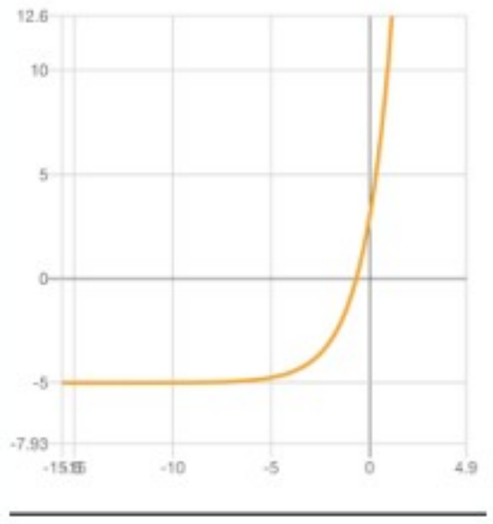
الدوال الأسيـــة

تحقق من فهمك

مثل كل دالة بيانياً وحدد مجالها ومداها :

5A) $y = 2^{x+3} - 5$

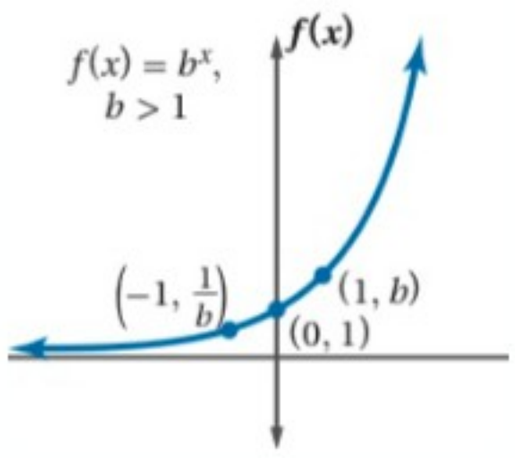
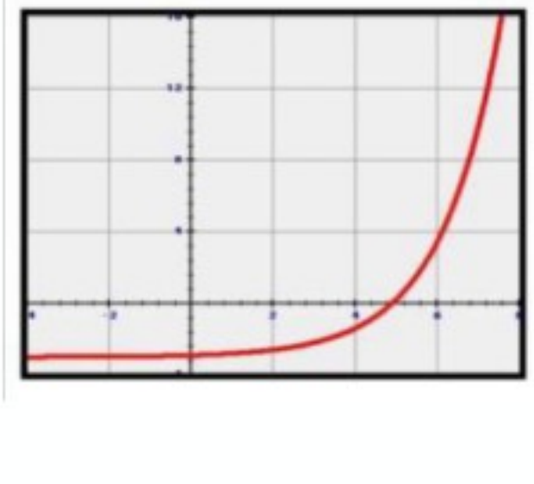
التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 2^x$ بإزاحة 3 وحدات لليسار و5 وحدات للأسفل

الدالة الأم	الدالة بعد التحويل
	

المجال : $D = R$ المدى : $R = y > -5$

5B) $y = 0.1(6)^x - 3$

التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 6^x$ تضيق رأسي معامله 0.1 وانسحاب 3 وحدات للأسفل

الدالة الأم	الدالة بعد التحويل
	

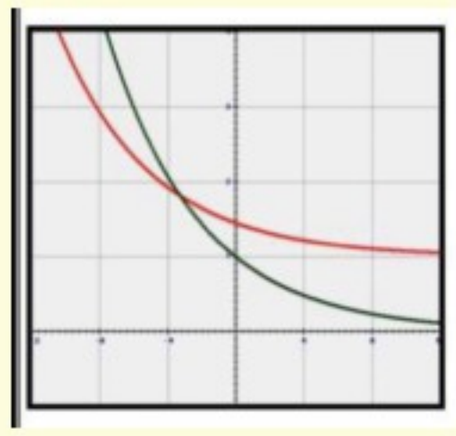
المجال : $D = R$ المدى : $R = y > -3$

6) $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$

التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = = \left(\frac{5}{6}\right)^x$

$\frac{3}{8}$ تضيق رأسي معامله

وانسحاب وحدة لليمين ووحدة للأعلى



المجال : $D = R$ المدى : $R = y > 1$

اسئلة تحصيلي

مجال الدالة $f(x) = 2^x + 3$							
أ	I	ب	Q	ج	R	د	Z

عندما تتغير الحياة لتصبح أصعب غير نفسك لتكون أقوى .. 🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

حل المعادلات والمتباينات الاسية

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 12% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

$$P = 100000$$
$$r = 0.12, n = 24$$
$$t = 5$$
$$A = 100000\left(1 + \frac{0.12}{24}\right)^{24 \times 5}$$
$$= 181939.67$$

حل كل متباينة مما يأتي :

4A) $3^{2x-1} \geq \frac{1}{243}$

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{3^5}$$
$$3^{2x-1} \geq 3^{-5}$$
$$2x - 1 \geq -5$$
$$2x \geq -5 + 1$$
$$2x \geq -4$$
$$x \geq -2$$

4B) $2^{x+2} > \frac{1}{32}$

$$2^{x+2} > \frac{1}{2^5}$$
$$2^{x+2} > 2^{-5}$$
$$x + 2 > -5$$
$$x > -5 - 2$$
$$x > -7$$

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي :

1A) $4^{2n-1} = 64$

$$4^{2n-1} = 4^3$$
$$2n - 1 = 3$$
$$2n = 3 + 1$$
$$2n = 4$$
$$n = 2$$

1B) $5^{5x} = 125^{x+2}$

$$5^{5x} = 5^{3(x+2)}$$
$$5x = 3(x + 2)$$
$$5x = 3x + 6$$
$$5x - 3x = 6$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

2) **إعادة تصنيع:** أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

2A) مفترضًا أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادة التصنيع عام 1481 هـ؟

2A) $y = ab^x$

$$420000 = 3200000b^4$$
$$0.13 = b^4$$
$$\sqrt[4]{0.13} = \sqrt[4]{b^4}$$
$$b = 0.6$$
$$y = 3200000\,(.6)^x$$

2B) $y = 3200000(0.6)^{45}$

صفر تقريباً

حل المعادلات والمتباينات الاسية

اسئلة تحصيلي

اذا كانت $3^{x-1} = 27$ فإن قيمة x هي :

أ	x=4	ب	x=3	ج	x=2	د	x=1

اذا كان $3^x \leq 9$ فإن حل المتباينة :

أ	$x \leq 9$	ب	$x \leq 2$	ج	$x \geq 2$	د	$x = 2$

تظن أن الأمر صعب ويفوق تحمُّلك و استطاعتك، حتى إذا وضِعت في مواجهة أمامه، فتِحَت لك نوافذ لا تعلمها، واستحال عُسره يُسرًا، والقاسي منه ليّنًا، وما تخشاه بردًا وسلامًا ☕💕.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

اكتب كل معادلة لوغاريتمية على الصورة الاسية :

1A) $log_4 16 = 2 \Rightarrow 4^2 = 16$

1B) $log_3 729 = 6 \Rightarrow 3^6 = 729$

اكتب كل معادلة اسية على الصورة اللوغاريتيمية:

2A) $4^3 = 64 \Rightarrow log_4 64 = 3$

2B) $125^{\frac{1}{3}} = 5 \Rightarrow \log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

دون استعمال الالة الحاسبة اوجد قيمة مايلي:

3A) $log_3 81$

$\log_3 81 = y$

$3^y = 81$

$3^y = 3^4$

$y = 4$

$\log_3 81 = 4$

3B) $\log_{\frac{1}{2}} 256$

$log_{\frac{1}{2}} 256 = y$

$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 256$

$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 2^8$

$2^{-y} = 2^s$

$y = -8$

$log_{\frac{1}{2}} 256 = -8$

تحقق من فهمك

دون استعمال الالة الحاسبة اوجد قيمة مايأتي :

4A) $log_9 81$

$log_9 81 = log_9 9^2 = 2$

4B) $3^{log_3 1} \Rightarrow 3^0 = 1$

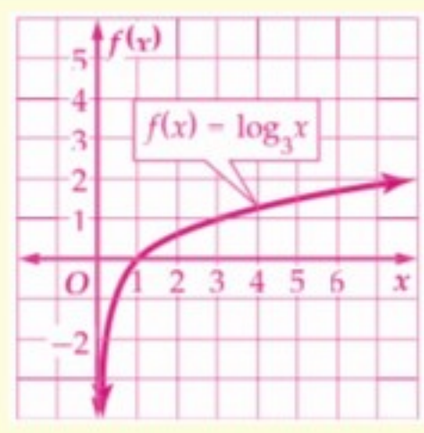
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً :

5A) $f(x) = log_2 x$

$b = 2$ نحدد الاساس

$2 > 1$

x	$log_2 x$	y
$\frac{1}{2}$	-1	$(\frac{1}{2}, -1)$
1	0	(1,0)
2	1	(2,1)



اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

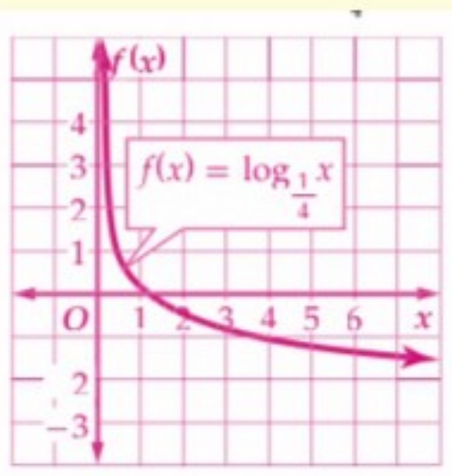
تحقق من فهمك

5B) $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$

نحدد الاساس $b = \frac{1}{8}$

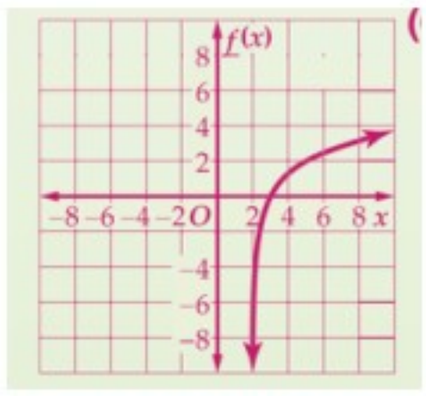
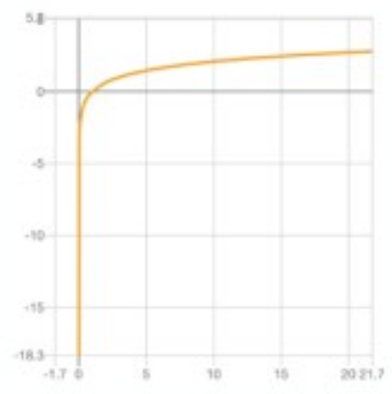
$0 < \frac{1}{8} < 1$

X	$\log_{\frac{1}{8}} x$	y
$\frac{1}{8}$	1	$(\frac{1}{8},1)$
1	0	(1,0)
8	-1	(8,-1))



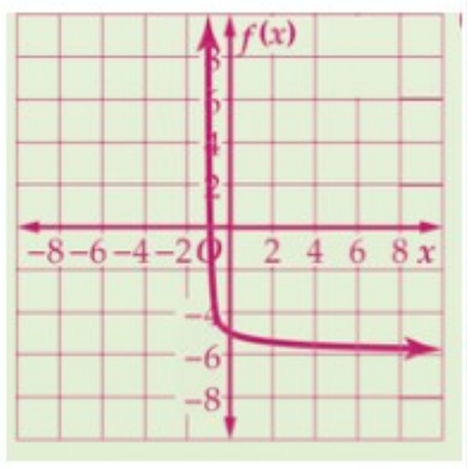
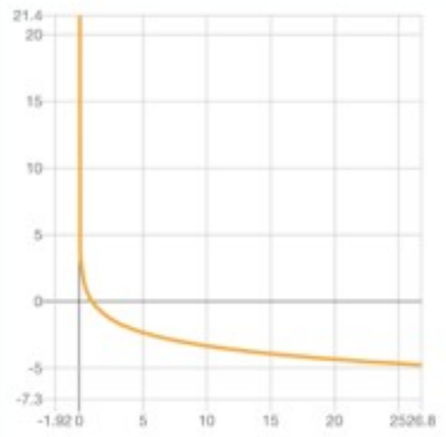
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

6A) $f(x) = 2log_3(x-2)$

حدث لها توسع راسي وانسحاب وحدتين لليمين	الدالة الام
	

تحقق من فهمك

6B) $f(x) = \frac{1}{4}\log_{\frac{1}{2}}(x+1) - 5$

حدث لها تضيق رأسي وانسحاب وحده لليسار و 5وحدات للأسفل	الدالة الام
	

اوجد الدالة العكسية:

7) $y = 0.5^x$

$x = 0.5^y$

$\log_{0.5} x = y$

اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

اسئلة تحصيلي

المعادلة اللوغاريتمية $log_2 8 = 3$ تكون صورتها الأسية :							
أ	$8^3 = 2$	ب	$3^2 = 8$	ج	$2^3 = 8$	د	$3^8 = 2$
ماقيمة x في المعادلة $log_8 16 = x$:							
أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{3}{4}$	ج	$\frac{4}{3}$	د	2

الطف شيء عِندما تفخّر بإنجاز بَسيط ، عنّدما تفرح عِندما تتطور أو تصعد خُطوة نحو الحلم ، تغير شيئاً ما بداخلك ذلك شيء رائع جداً ✨.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

خصائص اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

(4)

اذا كان $log_3 7 = 1.7712$ فقرب قيمة $log_3 49$:

$$\log_3 49 = \log_3 7^2$$
$$\simeq 2\log_3 7$$
$$= 2(1 \cdot 7712)$$
$$\simeq 3.5424$$

دون استعمال الحاسبة اوجد مايلي:

5A) $log_6 \sqrt[3]{36}$

$$\log_6 \sqrt[3]{36} = \log_6 36^{\frac{1}{3}}$$
$$= \log_6 (6^2)^{\frac{1}{3}}$$
$$= \log_6 6^{\frac{2}{3}}$$
$$= \frac{2}{3}(1) = \frac{2}{3}$$

تحقق من فهمك

1- استعمل $log_4 2 = 0.5$ لايجاد قيمة $log_4 32$

$$\log_4 32 = \log_4 (2 \times 16)$$
$$= \log_4 2 + \log_4 16$$
$$= log_4 2 + \log_4 4^2$$
$$= 0.5 + 2$$
$$= 2.5$$

2- استعمل $log_3 2 = 0.63$ لتقريب $log_3 4.5$:

$$\log_3 4.5 = \log_3 \left(\frac{9}{2}\right)$$
$$\simeq \log_3 9 - \log_3 2$$
$$= \log_3 3^2 - 0.63$$
$$= 2 - 0.63$$
$$= 1.37$$

ملحوظه

$$\frac{45}{10} = \frac{9}{2}$$

3- استعمل $log_3 2 = 0.63$ لتقريب $log_3 4.5$:

$$PH = \log_{10} \frac{1}{H}$$
$$2 \cdot 1 = \log_{10} \frac{1}{H}$$
$$2 \cdot 1 = \log_{10} 1 - \log_{10} H$$
$$2 \cdot 1 = -\log_{10} H$$
$$-2 \cdot 1 = \log_{10} H$$
$$10^{-2 \cdot 1} = H$$

خصائص اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

اكتب كل عباره بالصورة المختصرة :

7A) $-5log_2(x+1)+3log_2(6x)$

$$= \log_4 (x+1)^{-5} + \log_2 (6x)^3$$

$$= \log_2 \left(\frac{6^3 x^3}{(x+1)^5} \right)$$

$$= \log_2 \frac{216x^3}{(x+1)^5}$$

7B) $\log_3 (2x-1) - \frac{1}{4}\log_3 (x+1)$

$$\log_3 (2x-1) - \log_3 (x+1)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \log_3 (2x-1) - \log_3 \sqrt[4]{x+1}$$

$$= \log_3 \left(\frac{2x-1}{\sqrt[4]{x+1}} \right)$$

تحقق من فهمك

5B) $log_7 \sqrt[6]{49}$

$$\log_7 \sqrt[6]{49} = \log_7 49^{\frac{1}{6}}$$

$$\log_7 (7^2)^{\frac{1}{6}} = \log_7 7^{\frac{2}{6}}$$

$$\frac{2}{6}(1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

اكتب كل عبارة لوغاريتمية بالصورة المطولة:

6A) $log_{13} 6a^3 bc^4$

$= log_{13}6 + log_{13}a^3 + log_{13}b + log_{13}c^4$

$= log_{13}6 + 3log_{13}a + log_{13}b + 4log_{13}c$

6B) $log_6 5x^3 y^7 z^{0.5}$

$= log_6 5 + log_6 x^3 + log_6 y^7 + log_6 z^{0.5}$

$= log_6 5 + 3log_6 x + 7log_6 y + 0.5log_6 z$

6c) $\log_4 \frac{\sqrt[3]{1-x}}{2x+1}$

$$= \log_4 \sqrt[3]{1-x} - \log_4 (2x+1)$$

$$= \log_4^{\frac{1}{3}} (1-x) - \log_4 (2x+1)$$

$$= \frac{1}{3}\log_4 (1-x) - \log_4 (2x+1)$$

خصائص اللوغاريتمات

اسئلة تحصيلي

ماقيمة $\log_6 \sqrt[3]{36}$							
أ	6	ب	1	ج	$\frac{1}{3}$	د	$\frac{2}{3}$
الصورة المختصرة للمقدار $3log_5x - 4log_5y + 2log_5z$							
أ	$log_5\frac{x^3z^2}{y^4}$	ب	$\frac{x^3z^2}{y^4}$	ج	$\log_5 x^3y^4z^2$	د	$\log_5 \frac{x^2y^4}{z^2}$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

الحياة فرص والأمل لا يموت والطرق تتسع لا تضيق ، وأنت وحدك صاحب القرار ، فاختر مايليق بطموحك

🌿"💛

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

حل المعادلات التالية

3A) $2log_7 x = log_7 27 + log_7 3$

$\log_7 x^2 = log_7 (27 \times 3)$

$x^2 = 81$

$x = \pm 9$

$x = 9$ ← الحل الصحيح

$x = -9$ ← الحل الدخيل

لان اللوغاريتمات لايمكن ان تكون سالبة مجالها الاعداد الحقيقية الموجبة

3B) $log_6 x + log_6 (x+5) = 2$

$\log_6 x(x+5) = 2$

$x(x+5) = 36$

$x^2 + 5x - 36 = 0$

$(x+9)(x-4) = 0$

$x = -9$ ← الحل الدخيل

$x = 4$ ← الحل الصحيح

تحقق من فهمك

حل المعادلات الاتية :

1A) $\log_9 x = \frac{3}{2}$

$x = 9^{\frac{3}{2}}$

$x = (3^2)^{\frac{3}{2}}$

$x = 3^3$

$x = 27$

1B) $\log_{16} x = \frac{5}{2}$

$x = 16^{\frac{5}{2}}$

$x = (4^2)^{\frac{5}{2}}$

$x = 4^5$

$x = 1024$

حل المعادلة

2) $log_3(x^2 - 15) = log_3 2x$

$x^2 - 15 = 2x$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$x = 5$ ← الحل الصحيح

$x = -3$ ← الحل الدخيل

لان اللوغاريتمات لايمكن ان تكون سالبة مجالها الاعداد الحقيقية الموجبة

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

اسئلة تحصيلي

حل المعادلة $log_2(x^2-4)=log_2 3x$							
أ	4	ب	2	ج	-1	د	-2

وإن لك في الغيب فرحاً
أبيضاً، سيسكبه الله
لك مطراً ،يروي منه
أطرافك وينبت به زهراً
"💛'💛🌿

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل المتباينات التالية :

3A) $\log_4 x \geq 3$

$x \geq 4^3$

$x \geq 64$

$\{x | x \geq 64, x \in R\}$

3B) $\log_2 x < 4$

$x < 2^4$

$x < 16$

$\{x | 0 < X < 16, x \in R\}$

نأخذ فقط الاعداد الموجبة لان اللوغاريتمات السالبة غير معرفة

اوجد مجموعة حل المتباينة

$\log_5 (2x+1) \leq \log_5 (x+4)$

$2x+1 \leq x+4$

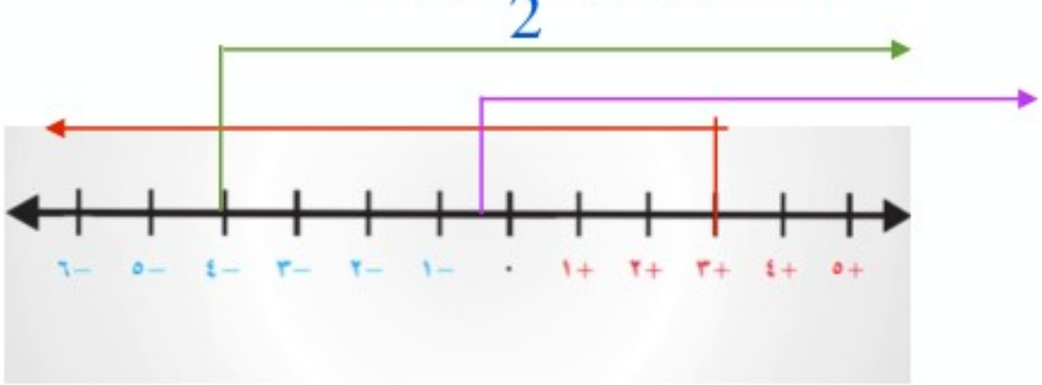
$2x - x \leq 4 - 1$

$x \leq 3$

ثم نستثن قيم x التي تجعل $2x+1 \leq 0, x+3 \leq 0$

$2x+1 > 0, x+4 > 0$

$x \geq \frac{-1}{2}, x \geq -4$



مجموعة الحل $[x | -\frac{1}{2} < x \leq -3, x \in R]$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

اللوغاريتمات العشرية

تحقق من فهمك

استعمل الحاسبة لايجاد قيمة مما يأتي مقرباً الى اقرب جزء من عشرة الاف :

1A) $log7 = 0.8451$

1B) $log0.5 = -0.3010$

2) **هزات أرضية :** ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لتجد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 9 درجات على مقياس ريختر.

$$\log E = 11 \cdot 8 + 1 \cdot 5M$$
$$\log E = 11 \cdot 8 + 1 \cdot 5(9)$$
$$\log E = 11.8 + 13.5$$
$$\log E = 25 \cdot 3$$
$$E = 10^{25.3}$$
$$E = 2 \times 10^{25}$$

حل المعادلات الاتيه وقرب الى اقرب جزء من عشرة الاف :

3A) $3^x = 15$

$$\log 3^x = \log 15$$
$$x \log 3 = \log 15$$
$$x = \frac{log15}{log3}$$
$$x = 2.4650$$

تحقق من فهمك

3B) $6^x = 42$

$$\log 6^x = \log 42$$
$$x \log 6 = \log 42$$
$$x = \frac{log42}{\log 6}$$
$$x = 2.0860$$

اوجد مجموعة حل المتباينات التالية :

4A) $3^{2x} \geq 6^{x+1}$

$$2x \log 3 \geq (x+1)\, 1_8 g 6$$
$$2x \log 3 \geq x \log 6 + \log 6$$
$$2x \log 3 - x \log 6 \geq \log 6$$
$$x\left(2 \log 3 - \log 6\right) \geq \log 6$$
$$x \geq \frac{log6}{2 \log 3 - \log 6}$$
$$x \geq 4.4190$$
$$\{x \mid x \geq 4.4190\}$$

اللوغاريتمات العشرية

تحقق من فهمك

4B) $4^y < 5^{2y+1}$

$$\log 4^y < \log 5^{2y+1}$$
$$y \log 4 < (2y+1) \log 5$$
$$y \log 4 < 2y \log 5 + \log 5$$
$$y \log 4 - 2y \log 5 < \log 5$$
$$y(\log 4 - 2 \log 5) < \log 5$$
$$y < \frac{1095}{\log 4 - 2 \log 5}$$
$$y > -0.8782$$
$$\{y \mid > -0.8782\}$$

اكتب $log_6 8$ بدلالة اللوغاريتم العشري ثم أوجد قيمته مقرباً الى اقرب جزء من عشرة الاف

$$\log_6 8 = \frac{\log_{10} 8}{log 6}$$
$$10$$
$$\simeq 1.1606$$

تحقق من فهمك

6) حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 160خطوة

$$R = \log_2 (160)$$
$$\simeq \frac{\log 160}{\log 2}$$
$$= 7 \cdot 32$$

حافِظ على قابليتك ، شغفك ، مزاجك ، وإصرارك على الحياة ، أحبّ ما أنت عليه، لِتحسِن التغيير بسهولة.. اغمر روحك بالحُب الذاتي ولا تفكر كثيراً فيما لا يعينك 💛🌱.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

المراجع

رياضيات ٥ التعليم الثانوي نظام المقررات (مسار العلوم الطبيعية)
وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٣٩ هـ

دليل المعلم " الرياضيات للصف الثالث الثانوي
وزارة التعليم - الرياض - الطبعة المعدلة ١٤٣٥ هـ

العبدالكريم ، ناصر عبدالعزيز الناصر
التحصيلي للتخصصات العلمية - بنين وبنات / ناصر عبدالعزيز ناصر
عبدالكريم - ط٥ - الرياض ، ١٤٤٠ هـ

جميع الحقوق محفوظة