

تم تحميل وعرض المادة من :



موقع واجباتي

www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترقيي ب مجال التعليم على الإنترت ويستطيع الطالب تصفح حلول الكتب مباشرة لجميع المراحل التعليمية المختلفة



حمل التطبيق من هنا



قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

الرياضيات

الصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الأول



قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين



موزع مجاناً وللإسعاد
وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

طبعة ٢٣-١٤٤٥

(ح) وزارة التعليم ، ١٤٤٣ هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم

الرياضيات - المرحلة المتوسطة - الصف الثالث المتوسط - الفصل الدراسي
الأول / وزارة التعليم - الرياض، ١٤٤٣ هـ .
١٥٥ ص؛ ٢١٤ × ٢٧,٥ سم
ردمك : ٩٧٨-٦٠٣-٥١١-٢٠٢-٤

١ - الرياضيات - مناهج - السعودية ٢ - التعليم المتوسط - السعودية -
كتب دراسية. أ - العنوان

١٤٤٣/١٠٠٥١

٣٧٢.٧٣ ديوبي

رقم الإيداع : ١٤٤٣/١٠٠٥١

ردمك : ٩٧٨-٦٠٣-٥١١-٢٠٢-٤

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم

www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"



ien.edu.sa

أعزاءنا المعلمين والمعلمات، والطلاب والطالبات، وأولياء الأمور، وكل من هتم بال التربية والتعليم:
يسعدنا تواصلكم؛ لتطوير الكتاب المدرسي، ومقترحاتكم محل اهتمامنا.



fb.ien.edu.sa



وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢٣ - ١٤٤٥

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





وزارة التعليم

Ministry of Education

2023 - 1445

المقدمة

الحمد لله والصلوة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئة للطالب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي تواليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية؛ وعيًا بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءًا من المرحلة الابتدائية، وتحقيقاً لرؤية المملكة العربية السعودية (٢٠٣٠)، لإعداد مناهج تعليمية متطورة، وسعياً للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلبة، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية في مختلف المجالات العلمية والصحية والمالية والتنمية، وبما يعزز مبدأ رؤية (٢٠٣٠) «نعمل لنعمل».
- تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
- إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
- الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
- الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف استراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
- الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
- الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلبة بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.

ولمواكبة التطورات العالمية في هذا المجال، فإن المناهج المطورة والكتب الجديدة سوف توفر للمعلم مجموعة متكاملة من المواد التعليمية المتنوعة التي تراعي الفروق الفردية بين الطلبة، بالإضافة إلى البرمجيات والمواقع التعليمية، التي توفر للطالب فرصة توظيف التقنيات الحديثة والتواصل المبني على الممارسة، مما يؤكد دوره في عملية التعليم والتعلم.

ونحن إذ نقدم هذه الكتب لأعزائنا الطلبة، لتأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم، وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.



والله ولي التوفيق

الفصل
١

الفهرس

| | |
|---|----------|
| التهيئة للفصل ١ | ١١ |
| المعادلات | ١٢ |
| معلم الجبر، حل المعادلات | ١٨ |
| حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة | ٢٠ |
| معلم الجبر، حل المعادلات المتعددة الخطوات | ٢٦ |
| حل المعادلات المتعددة الخطوات | ٢٧ |
| اختبار منتصف الفصل | ٣٢ |
| حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها | ٤١ |
| حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة | ٥١ |
| اختبار الفصل | ٤٥ |
| الاختبار التراكمي | ٤٦ |

الفصل
٢

| | |
|--|----------|
| العلاقات والدواال الخطية | ٤٩ |
| ١-٢ العلاقات | ٥٠ |
| ٢-٢ الدواال | ٥٦ |
| ٣-٢ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً | ٦٣ |
| اختبار منتصف الفصل | ٧٠ |
| ٤-٢ حل المعادلات الخطية بيانياً | ٧١ |
| ٥-٢ معدل التغير والميل | ٧٦ |
| ٦-٢ المتابعات الحسابية كدواال خطية | ٨٣ |
| اختبار الفصل | ٨٩ |
| الاختبار التراكمي | ٩٠ |



الفهرس



الفصل ٣ الدواال الخطية

| | |
|--|-----------|
| التهيئة للفصل ٣ | ٩٣ |
| ١-٣ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانياً | ٩٤ |
| ٢-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع | ١٠٠ |
| اختبار منتصف الفصل | ١٠٧ |
| ٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة | ١٠٨ |
| ٤-٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة | ١١٣ |
| اختبار الفصل | ١١٩ |
| الاختبار التراكمي | ١٢٠ |

الفصل ٤ المتباينات الخطية

| | |
|---|-----------|
| التهيئة للفصل ٤ | ١٢٣ |
| ١-٤ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح | ١٢٤ |
| معلم الجبر؛ حل المتباينات | ١٢٩ |
| ٢-٤ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة | ١٣٠ |
| ٣-٤ حل المتباينات المتعددة الخطوات | ١٣٥ |
| اختبار منتصف الفصل | ١٤١ |
| معلم الجبر؛ قراءة العبارات المركبة | ١٤٢ |
| ٤-٤ حل المتباينات المركبة | ١٤٣ |
| ٥-٤ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة | ١٤٨ |
| اختبار الفصل | ١٥٣ |
| الاختبار التراكمي | ١٥٤ |

ستركز في دراستك هذا العام على عدة موضوعات رياضية، تشمل ما يأتي:

- المعادلات الخطية والتربيعية.
- الدوال الخطية والتربيعية.
- كثيرات الحدود والعبارات الجذرية.
- الإحصاء والاحتمال.

وفي أثناء دراستك، ستعلم طرائق لحل المسائل الرياضية وتمثيلها بصور متعددة وسوف تفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.



كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- اقرأ فقرة **فيما سبق** لتعرف ارتباط هذا الدرس بما درسته من قبل، ولتعرف أفكار الدرس الجديد
اقرأ فقرة **والآن**.
- ابحث عن **المفردات** المظللة باللون الأصفر، واقرأ تعريف كل منها.
- راجع المسائل الواردة في **مثال** والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتوضيح أفكار الدرس الرئيسية.
- ارجع إلى **إرشادات للدراسة** حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- ارجع إلى فقرة **قراءة الرياضيات**؛ لتتذكر نطق بعض الرموز والمصطلحات الرياضية.
- تذكر بعض المفردات التي تعلمتها من قبل، بالرجوع إلى فقرة **مراجعة المفردات**.
- ارجع إلى فقرة **تنبيه!** دائمًا لتعرف الأخطاء الشائعة التي يقع فيها كثير من الطلاب حول بعض المفاهيم الرياضية فتجتنبها.
- ارجع إلى المثال المشار إليه مقابل بعض التمارين في فقرتي **تأكد** و **تدريب و حل المسائل** ليساعدك على حل هذه التمارين وما شابهها.
- استعن بـ **أسئلة تدريب على اختبار** لتعرف بعض أنماط أسئلة الاختبارات.
- ارجع إلى **مراجعة تراكمية** لتراجع أفكار الدروس السابقة.
- استعمل **أسئلة استعد للدرس اللاحق** لمراجعة بعض المهارات والمفاهيم الازمة للدرس التالي.
- **نفذ اختبار الفصل** في نهاية كل فصل، بعد أن تراجع أفكار الدرس مستفيداً مما دوّنته من أفكار في **المسطويات**.
- **نفذ الاختبار التراكمي** في نهاية كل فصل لمراجعة الأفكار الرئيسية للفصل وما قبله من فصول.



الفصل ١

المعادلات الخطية

فيما سبق

درست الأعداد الحقيقية والعمليات عليها.

والآن

- أحل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.
- أحل المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

لماذا؟

قوارب نزهة:  يؤجر منتجع سياحي قوارب للنزهة، ويمكن كتابة معادلة لإيجاد سعر تأجير أي عدد من هذه القوارب.

المفردات:

- المعادلة ص (١٢)
- مجموعة الحل ص (١٢)
- مجموعة التعويض ص (١٢)
- المتطابقة ص (١٤)
- المعادلات المتكافئة ص (٢٠)

الـ طويات

منظم أفكار

المعادلات الخطية: أعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المعادلات الخطية، مبتدئاً بثلاث أوراق A4.

٤ سم كل صفحة برقم الدرس، وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.



٣ قص حافة طولها ٥ سم من أسفل الورقة العليا، و ٤ سم من أسفل الورقة الثانية، وهكذا...، ثم اقلب المطوية.



٢ ثبت أنصاف الأوراق الستة معاً لتشكل كتيباً.



١ اطوي كل ورقة من المتتصف عرضياً، ثم قص عند خط الطي.





التهيئة للفصل ١

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

اختبار سريع

مثال ١

أ) أوجد قيمة: $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$

اكتب الأعداد الكسرية على صورة كسور غير فعلية
اضرب في مقلوب الكسر $\left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{9}{4} =$
 $1 \frac{1}{2} = \frac{18}{12}$ بسط

ب) أوجد قيمة: $3 + (2 - 8) \cdot 5$

احسب قيمة ما داخل القوسين $3 + 6 \cdot 5 = 3 + (2 - 8) \cdot 5$

اضرب $3 + 30 =$

اجمع $33 =$

مثال ٢

أوجد محيط الشكل المجاور:



$$ح = ل + ٢ + ض$$

$$ل = 12,8, ض = 5,3 \quad (٥,٣) + (١٢,٨) = ٢ =$$

$$٣٦,٢ = ١٠,٦ + ٢٥,٦ =$$

$$\text{المحيط} = ٣٦,٢ \text{ قدمًا.}$$

مثال ٣

اكتب عبارة جبرية تمثل الجملة الآتية:
"حاصل ضرب ثمانية في س مضافة إلى تسعة".

$$8 \times س + ٩$$

$$\text{العبارة هي: } س + ٨ + ٩$$

احسب قيمة كل مما يأتي: (مهارة سابقة)

(١) $\frac{2}{3} \times 6$ (٢) $2,7 \div 5,13$

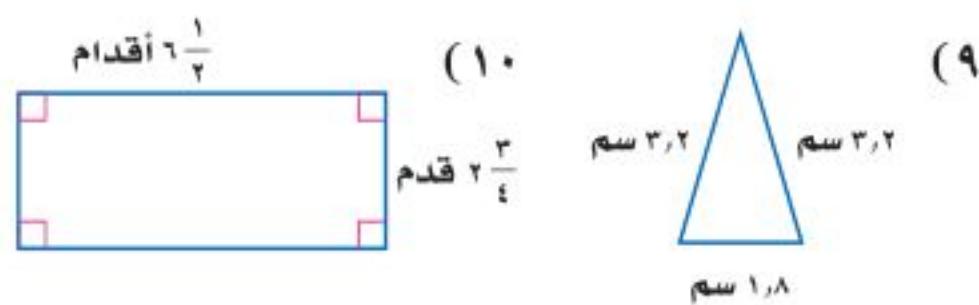
(٣) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times 2,8$ (٤) $0,2 \times 2,8$

(٥) $3 + 2(4 - 9) \div 2^3$ (٦) $2 \div 12 - (8)^3$

(٧) $2 \div (1 - 3) + [8 + 2(3 - 5)]$

(٨) **نَجَارَة:** يُراد قص لوح خشبي طوله ٧,٢ م إلى ثلاثة قطع متساوية. فما طول القطعة الواحدة؟

أوجد محيط كل شكل مما يأتي: (مهارة سابقة)



(١١) **سِيَاج:** ي يريد خالد وضع سياج حول حديقة مستطيلة بُعداها ٦ م، ٤ م. فكم متراً من السياج يحتاج؟

اكتب عبارة جبرية لكل مما يأتي: (مهارة سابقة)

(١٢) أقل من ثلاثة أمثال العدد بأربعة.

(١٣) الفرق بين مثلي العدد ب وأحد عشر.





المعادلات

لماذا؟



سجل المنتخب السعودي لكرة القدم ٣ أهداف في إحدى مبارياته في الشوط الأول، وانتهى اللقاء لصالحه بـ ٤ أهداف مقابل صفر.

يمكن أن تمثل التغيير في عدد الأهداف بالجملة:

$$س + ٣ = ٤$$

ويتمثل العدد ١ حالاً لها؛ أي أن المنتخب سجل هدفاً واحداً في الشوط الثاني.

١ - ١

فيما سبق

درست العبارات الجبرية وتبسيطها.

والآن

- أحل معادلات ذات متغير واحد.
- أحل معادلات ذات متغيرين.

المفردات

الجملة المفتوحة

المعادلة

حل الجملة المفتوحة

مجموعة الحل

المجموعة

العنصر

مجموعة التعويض

المتطابقة

حل المعادلة: الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموز تسمى **جملة مفتوحة**، وإذا احتوت على إشارة المساواة (=) فإنها تسمى **معادلة**.

$$\text{معادلة} \rightarrow ١٣ = ٧ + ٣ \quad \leftarrow \text{عبارة جبرية}$$

وعملية إيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة تُسمى **حل الجملة المفتوحة**.

وتمثل كل قيمة منها أحد الحلول. ومجموعة هذه الحلول تُسمى **مجموعة الحل**.

المجموعة هي تجمع أشياء أو أعداد تُكتب غالباً بين القوسين {}, ويفصل بين كل منها (،)، ويُسمى كل منها **عنصراً**.

أما **مجموعة التعويض** فهي مجموعة الأعداد التي نعرض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.

مثال ١ استعمال مجموعة التعويض

أوجد مجموعة حل المعادلة $٢ك + ٥ = ١٣$ إذا كانت مجموعة التعويض هي {٦، ٥، ٤، ٣، ٢}.

| صحيح أم خطأ؟ | $١٣ = ٥ + ٢ك$ | $ك$ |
|--------------|-----------------|-----|
| خطأ | $١٣ = ٥ + (٢)٢$ | ٢ |
| خطأ | $١٣ = ٥ + (٣)٢$ | ٣ |
| صحيح | $١٣ = ٥ + (٤)٢$ | ٤ |
| خطأ | $١٣ = ٥ + (٥)٢$ | ٥ |
| خطأ | $١٣ = ٥ + (٦)٢$ | ٦ |

استعمل الجدول المجاور لتجد الحل.

عُوض عن $ك$ في المعادلة $٢ك + ٥ = ١٣$ بجميع قيم مجموعة التعويض. بما أن المعادلة صحيحة عندما $ك = ٤$ ، فإن حل المعادلة $٢ك + ٥ = ١٣$ هو $ك = ٤$ وتكون مجموعة الحل: {٤}.

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {١، ٠، -١}.

(أ) $m - ٧ = ١٧$

(ب) $٤(١ + ٥٣) = ٢٨$

(أ) $m - ٧ = ١٧$

(ب) $٤(١ + ٥٣) = ٢٨$

يمكنك أحياناً استعمال ترتيب العمليات لحل المعادلات.

مثال ٢ من اختبار

ما حلُّ المعادلة: $6 + (5 - 2) \div 2 = b$ ؟

- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٣ (د) ١٦

اقرأ فقرة الاختبار:

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على العبارة لحل المعادلة وإيجاد قيمة ب.

حل فقرة الاختبار:

| | |
|-----------------------------|--------------------------|
| المعادلة الأصلية | $6 + (5 - 2) \div 2 = b$ |
| حساب القوى | $2^5 - 2^2 + 6 = b$ |
| طرح 5 من 25 | $25 - 2^5 + 6 = b$ |
| قسمة 25 على 2 | $25 \div 2^5 + 6 = b$ |
| اجمع، إذن الحل الصحيح هو د. | $10 + 6 = b$ $b = 16$ |

تحقق من فهتمك

(٢) ما حلُّ المعادلة: $t = 29 \div (2 - 5)$ ؟

- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٤,٢ (د) ٢٧

بعض المعادلات لها حلٌّ وحيد، وبعض المعادلات لا حلٌّ لها.

مثال ٣ حلول المعادلات

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

$$(أ) 7 - (10 - 24) + n = 10$$

المعادلة الأصلية

$$10 - (10 - 24) + n = 10$$

حساب القوى

$$10 - (10 - 16) + n = 10$$

طرح 10 من 16

$$10 - 6 + n = 10$$

طرح 6 من 10

$$10 - 6 = 4$$

القيمة الوحيدة لـ n التي تجعل المعادلة صحيحة هي 9 . لذا يكون لهذه المعادلة حلٌّ وحيد هو 9 .

$$(ب) n(3 + 2) + 6 = 5n + (10 - 3)$$

المعادلة الأصلية

$$n(3 + 2) + 6 = 5n + (10 - 3)$$

اجمع $2 + 3$ ، اطرح 3 من 10

$$n(5) + 6 = 5n + 7$$

خاصية الإبدال في الضرب

$$5n + 6 = 5n + 7$$

لاحظ أنه عند تعويض أي عدد حقيقي بدلاً من n ، سيكون الطرف الأيمن للمعادلة أقل من الطرف الأيسر بواحد دائمًا. لذا لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة، وبالتالي فإنه لا يوجد حل لها.



قراءة الرياضيات

لا يوجد حل

الرمز الذي يمثل عدم وجود حل للمعادلة هو \emptyset ويقرأ «فاني».

تحقق من فهتمك حُلَّ كُلُّا من المعادلتين الآتيتين:

$$(أ) 18(4 + 5) + m = (3 - 5)m$$

$$(ب) 8(4 \times 9 + 5 \times 6) = 4(36 - 4)$$

المتطابقة:
هي معادلة طرفاها متكافئان دائمًا.

مثال ٤ المتطابقات

$$\begin{array}{ll}
 \text{حُلّ المعادلة: } (2 \times 5 - 8)(8 - 2h) = [2(6 + h) - 6] . & \\
 \text{المعادلة الأصلية} & 2[6 + h] = [2(6 + h) - 6] \\
 \text{اضرب } 2 \times 5 & 2[6 + h] = [12 + 2h] - 6 \\
 \text{طرح } 8 \text{ من } 10 & 2[6 + h] = 12 + 2h - 6 \\
 \text{خاصية التوزيع} & 2[6 + h] = 12 + 2h \\
 \text{اجمع } 2h + h & 2[6 + h] = 12 + 2h \\
 \text{خاصية التوزيع} & 12 + 2h = 12 + 2h
 \end{array}$$

بما أن الطرف الأيمن للمعادلة يساوي الطرف الأيسر لها، فليس مهمًا أن تتعوض أي قيمة بدلًا من h ؛ لذا فالمعادلة دائمًا صحيحة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقة.

تحقق من فهتمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$4(b) 5 - \frac{1}{3}(b - 6) = 4 \quad 14(3b + 1) - 5 = 3b - 2$$

حل معادلات بمتغيرين: تحتوي بعض المعادلات على متغيرين؛ لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني، إذا علمت قيمة المتغير الأول.

معادلات تحتوي متغيرين**مثال ٥**

اتصالات: يدفع حمزة ٣٥ ريالاً شهرياً رسوم اشتراك في خدمة الهاتف الجوال، بالإضافة لـ ٢٥ ريال لكل دقيقة اتصال. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الذي سيدفعه هذا الشهر إذا علمت أنه اتصل مدة ٨٠ دقيقة.

رسم اشتراك الخدمة مقدار ثابت، والتغيير هو في عدد دقائق الاتصال؛ لذا فالناتج الذي سيدفعه مقابل ٨٠ دقيقة اتصال هو حاصل ضرب ٢٥، ٠ في ٨٠. لنفرض أن (k) هو المبلغ الكلي الذي سيدفعه حمزة مقابل رسوم الخدمة والاتصال مدة ٨٠ دقيقة، و (m) هي مدة الاتصال.

$$\begin{array}{ll}
 \text{المعادلة الأصلية} & k = 25 + 35 \\
 \text{عوض } 80 \text{ بدلًا من } m & 35 + (80 \times 25) = \\
 \text{اضرب} & 35 + 20 = \\
 \text{اجمع} & 55 =
 \end{array}$$

إذن سيدفع حمزة ٥٥ ريالاً هذا الشهر.

تحقق من فهتمك

٥) سفر: يقود رامي سيارته بمعدل ١٠٤ كيلومتر في الساعة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي سيستغرقه للسفر مسافة ٣١٢ كيلومتر.



مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض $\{11, 12, 13, 14, 15\}$:

$$\frac{j}{2} = 7 \quad (٢)$$

$$n + 10 = 23 \quad (١)$$

$$k - 8(8) = 12 \quad (٤)$$

$$s - 3 = 29 \quad (٣)$$

مثال ٢ اختيار من متعدد: ما حل المعادلة $\frac{5+هـ}{10} = ٩٢$

٢٥ ب) ١٥ ج) ٢٠ د)

١٠ أ)

المثالان ٣، ٤ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$w = 14 - 82 \quad (٧)$$

$$s = 4(6) + 3 \quad (٦)$$

$$j = \frac{2}{3} + 5 \times 2 + (2 + ٥١) \div 10 \quad (٩)$$

$$٢ = ٥ + ٢٢ \div ١٠ \quad (٨)$$

مثال ٥ تدوير: لتدوير الدهان غير المستعمل، يتم خلط ٥ غالونات من الدهان ثم وضعها في عبوة واحدة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد العبوات التي تسع ٣٠٠٠ جالون من الدهان.

تدريب وحل المسائل

مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت $(ص)$ تنتمي إلى مجموعة التعويض $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ، $(ع)$ تنتمي إلى مجموعة التعويض $\{12, 14, 16, 18\}$:

$$ص = \frac{١٥}{٣} \quad (١٣)$$

$$ع + ١٠ = ٢٢ \quad (١١)$$

$$(ص + ١) + ٤٠ = ع \quad (١٤)$$

$$١٧ = ٢٤ - ص \quad (١٤)$$

الأمثلة ٤-٢ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$و = \frac{٥٦}{(٣ + ٢)} \quad (١٨)$$

$$أ = ٣٢ - ٩ \quad (١٧)$$

$$ج = \frac{٥ + ٢٧}{١٦} \quad (١٩)$$

$$س = ٣ - (٨ \div ٣٢ + ٣) \quad (٢٢)$$

$$٢٥ = (٤ - ٥) + ٢ \quad (٢١)$$

$$ك = (٨ - ١٠ \times ٣) + (٣ \times ٢) \quad (٢٤)$$

$$ي = (٢)(٨ \times ٣ - ٣٣) \quad (٢٣)$$

$$ر = \left(١ - \frac{٤}{٧ + ٩} \right) + ن = \left(١ - \frac{٢٢ \times ٣}{٤ + ١٨} \right) - ر \quad (٢٦)$$

$$١٥ = (١٢ - ٢١) + (٣ \times ٥)ن \quad (٢٥)$$

٢٧ مدرسة: تسع قاعة الاجتماعات في مدرسة لـ ٤٥ شخصاً على الأكثر. فإذا أراد مدير المدرسة ورائد النشاط والمرشد الطلابي الاجتماع بعض الطلبة، شريطة أن يحضر كل طالب ولدي أمره. فما أكثر عدد من الطلبة يمكن أن يحضر الاجتماع؟



٢٨ هندسة: ثمانية متظنم محيطه ١٢٨ سم، أوجد طول ضلعه.

مثال ٥

٢٩) لياقة: يتمرن رياضي كتلته ٩١ كجم ٤ ساعات يومياً ويحتاج إلى ٢٨٣٦ سعراً حرارياً للحصول على الطاقة الأساسية اللازمة له. كما يحتاج خلال التدريب إلى ٣٠٩١ سعراً حرارياً إضافياً. اكتب معادلة لإيجاد السعرات الحرارية الكلية κ اللازمة لهذا الرياضي، ثم حلها.

$$\text{كون جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض } \{2, 1, 0, 1\} \text{ مجموعتها المطلوبة:}$$

$$30) \text{ ص} = 3 - 2$$

$$31) 3, 25 \text{ س} + 0, 75 = \text{ص}$$



الربط مع الحياة

يتناول الرياضي في أثناء التدريب وجبة معينة تتزوده بالسعرات الحرارية الضرورية وتتكون من: ٦٩٪ كربوهيدرات، ٢٠٪ دهوناً، ١١٪ بروتيناً.

$$32) \text{ ت} - 13 = 7 \quad \{20, 17, 13, 10\}$$

$$33) 14(\text{س} + 5) = 126 \quad \{7, 6, 5, 4, 3\}$$

$$34) \frac{n}{3} = 22 \quad \{70, 68, 66, 64, 62\}$$

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

$$35) \frac{2 - (9)(3)}{4 + 1} = \text{د}$$

$$36) \text{ج} = 15 - 5 \times 3 \div 10 = 24$$

$$37) \text{ج} + (3 - 23) = 21 \quad \{3 - 23\} = 21$$

$$38) (\text{ج} - 7) + (9 \times 3 - 22) = 24 \quad \text{ب} = 24$$

حدّد إذا كان العدد المعطى بجانب كل معادلة فيما يأتي يمثل حلّ لها أم لا.

$$39) \text{س} + 6 = 15 \quad \{4, 10\}$$

$$40) 21 + \text{ص} = 26 \quad \{14\}$$

$$41) \text{ت} - 10 = 14 \quad \{2\}$$

$$42) \frac{k}{2} = 20 \quad \{10, 20\}$$

$$43) \frac{w - 4}{5} = 11 - 3 \quad \{4\}$$

$$44) \frac{c}{3} = 4 \quad \{12, 48\}$$

كون جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض للمتغير s هي: $\{2, 1, 0, 1\}$.

$$45) \text{ص} = 3\text{s} + 5 \quad 46) -2\text{s} - 3 = \text{ص} \quad 47) \text{ص} = \frac{1}{2}\text{s} + 2$$

٤٨) هندسة: مستطيل يزيد طوله على عرضه ٢ سم. ومثلث متطابق الضلعين طول قاعده ١٢ سم، ويزيد طول كل من ضلعيه الآخرين ١ سم على عرض المستطيل.

أ) ارسم كلاً من المستطيل والمثلث، واكتب أبعادهما.

ب) اكتب عبارتين لإيجاد محيط كلٍ من المستطيل والمثلث.

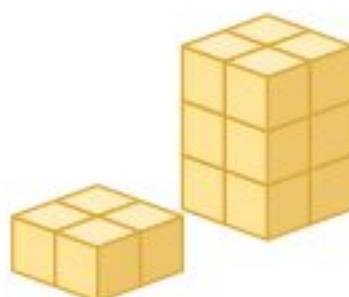
ج) أوجد عرض المستطيل إذا كان له محيط المثلث نفسه.

٤٩) إنشاءات: يحتاج بناء كل طابق في إحدى البناءات إلى ١٠ أطنان من الحديد.

أ) عرّف متغيراً، واكتب معادلة لإيجاد كمية الحديد الضرورية لبناء ١٥ طابقاً.

ب) كم طنًّا من الحديد يحتاج إليه البناء؟

٥٠) تمثيلات متعددة: ستكتشف من خلال حل هذه المسألة المزيد حول طريقة كتابة المعادلات.



أ) حسبياً، استعمل المكعبات المستمترية لبناء مجسم يشبه المجسم المجاور.

ب) جدولياً، انقل الجدول المبين أدناه إلى دفترك، وأكمله بتسجيل عدد طبقات المجسم والمكعبات المستعملة في ذلك.

| عدد المكعبات | | | | | | | عدد الطبقات |
|---------------|--|--|--|--|--|--|-------------|
| ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ | | | | | | | ٧ |
| ٩ ٩ ٩ ٩ ٩ ٩ ٩ | | | | | | | ٩ |

ج) تحليلياً، كيف يتغير عدد المكعبات في المجسم كلما زادت الطبقات؟

د) جبرياً، اكتب قاعدة لإيجاد عدد المكعبات بدلالة عدد طبقات المجسم.



٥١) **مقارنة:** قارن بين المعادلة والعبارة الجبرية.

٥٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تمثل متطابقة.

٥٣) **اكتشف الخطأ:** حل عصام وعدنان المعادلة: $s = 4(3 - 2) + 6 \div 8$ كما هو مبين أدناه. أيهما على صواب؟
ووضح إجابتك.

عدنان

$$\begin{aligned}s &= 4(3 - 2) + 6 \div 8 \\&= 4(1) + 6 \div 8 \\&= 4 + 6 \div 8 \\&= 4 + 0.75 \\&= \frac{5}{4}\end{aligned}$$

عصام

$$\begin{aligned}s &= 4(3 - 2) + 6 \div 8 \\&= 4(1) + 6 \div 8 \\&= 4 + 6 \div 8 \\&= 4 + \frac{3}{8} \\&= \frac{35}{8}\end{aligned}$$

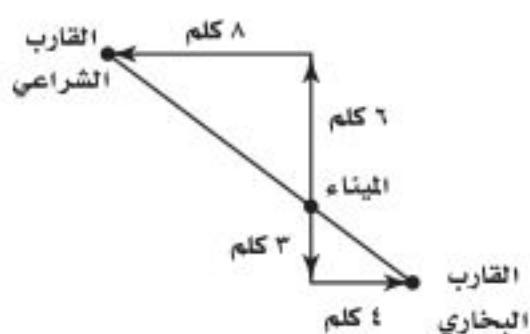
٥٤) **تحدد:** أوجد جميع حلول المعادلة: $s^2 = 5 + 30$.

٥٥) **اكتب:** فسر كيف تحدد أن معادلة ما ليس لها حل حقيقي، وأن حل معادلة أخرى هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

تدريب على اختبار

٥٧) هندسة: تحرك قارب بخاري وآخر شراعي من الميناء نفسه. ويبين الشكل أدناه حركتيهما.

فما المسافة بين القاربين؟



- أ) ١٢ كم
- ب) ١٥ كم
- ج) ١٨ كم
- د) ٢٤ كم

٥٦) اختيار من متعدد: يتوقع أن يحضر الحفل المدرسي ٦٥٪ من الطلاب. فإذا كان عدد الطلاب ٣٠٠ طالب، فكم طالبًا يتوقع حضورهم؟

- أ) ٥٠ طالبًا
- ج) ١٠٥ طالبًا
- د) ١٩٥ طالبًا

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد النظير الجمعي لـ كلّ من الأعداد الآتية:

٦٠

٥٩ - ١٠

٥٨ - ٣



أوجد النظير الضريبي لـ كلّ من الأعداد الآتية:

٦٢ - $\frac{1}{3}$

٦١ - ٢

٦٣ - $\frac{4}{5}$

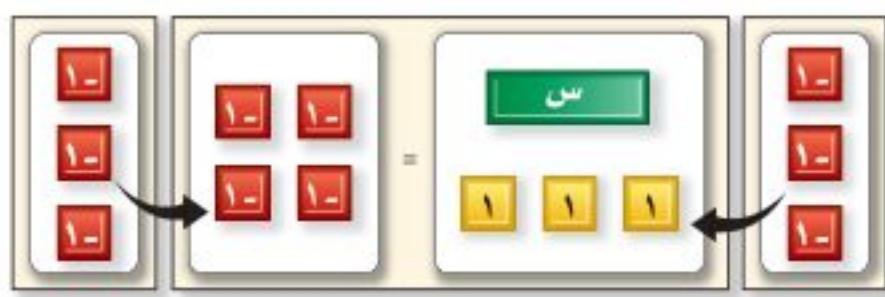
٢-١ حل المعادلات



يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المعادلات. **حل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة. حيث تمثل البطاقة **س** المتغير س، والبطاقة **١** العدد موجب ١، والبطاقة **-١** العدد سالب ١. كما تمثل البطاقة **-س** المتغير سالب س.

| قواعد تمثيل المعادلات عند الجمع والطرح | |
|--|---|
| | يمكن أن تزيل العدد نفسه من بطاقات الجبر المتماثلة من كلا طرفي المساواة، أو تضيفه دون أن تتغير المعادلة. |
| | بطاقة الموجبة الواحدة والبطاقة السالبة الواحدة من الوحدة نفسها تسمى زوجاً صفرياً؛ لأن $1 + (-1) = 0$ ويمكن أن تزيل أزواجاً صفرية من طرفي المساواة أو تضيفها دون تغيير المعادلة. |

نشاط ١ معادلات الجمع



$$\begin{aligned} s + 3 &= 4 \\ s + 3 + (-3) &= 4 + (-3) \\ s &= 1 \end{aligned}$$

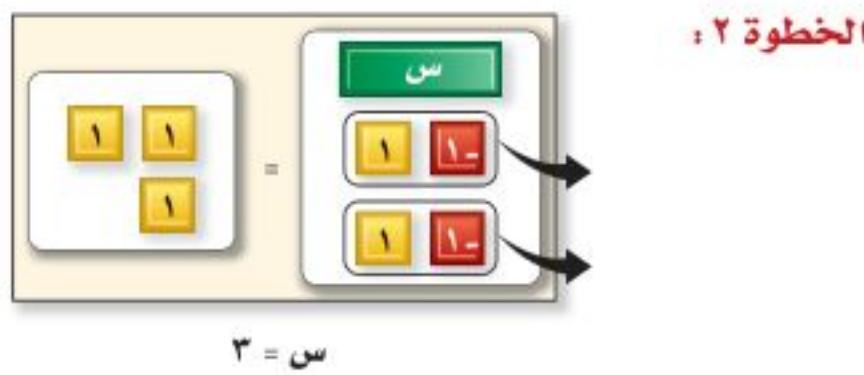
حل المعادلة: $s + 3 = 4$ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١: مثل المعادلة ببطاقات الجبر. ضع بطاقة واحدة س، وثلاث بطاقات من العدد موجب ١ في طرف، وأربع بطاقات من العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

الخطوة ٢: اعزل البطاقة س وحدها في طرف بإضافة ٣ بطاقات من العدد سالب ١ إلى الطرفين، فيكون حل المعادلة: $s = -7$.

نشاط ٢ معادلات الطرح

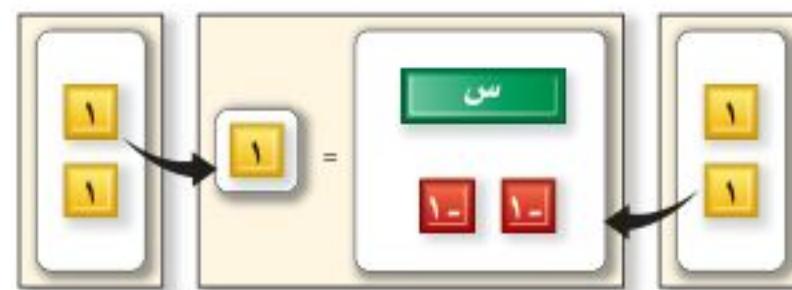
حل المعادلة: $s - 2 = 1$ مستعملًا بطاقات الجبر.



$$s = 3$$

الخطوة ٢:

جمع البطاقات لتشكل أزواجاً صفرية، ثم ازيل الأزواج الصفرية لتحصل على المعادلة: $s = 3$. 



$$\begin{aligned} 1 &= s \\ 2 + 1 &= 2 + s \\ 3 &= s \end{aligned}$$

الخطوة ١:

ضع بطاقة س واحدة، وبطاقتين من العدد سالب ١ في طرف العدد موجب ١ في الطرف الثاني، ثم أضف بطاقتين إلى كلا الطرفين من العدد موجب ١.

التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقة الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

$$11 = (2 -) 4$$

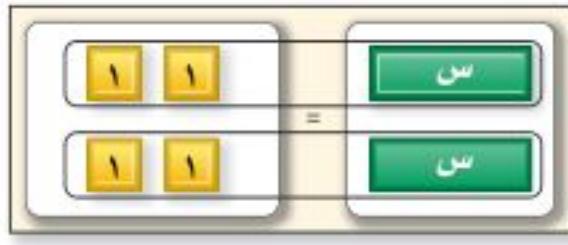
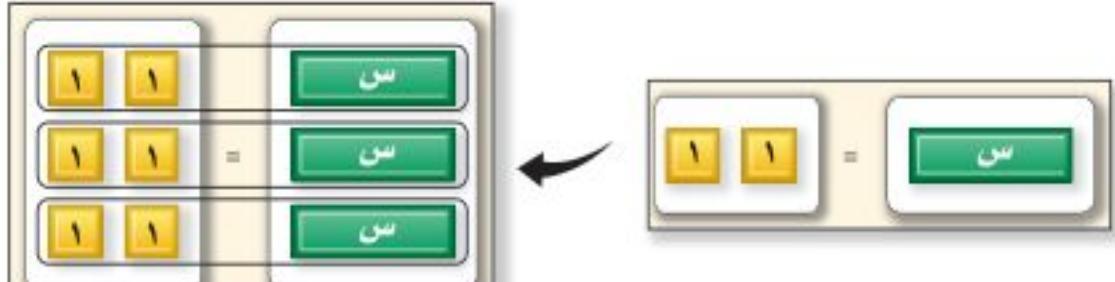
$$2 - = 7 + s$$

$$s + (-3) = 4$$

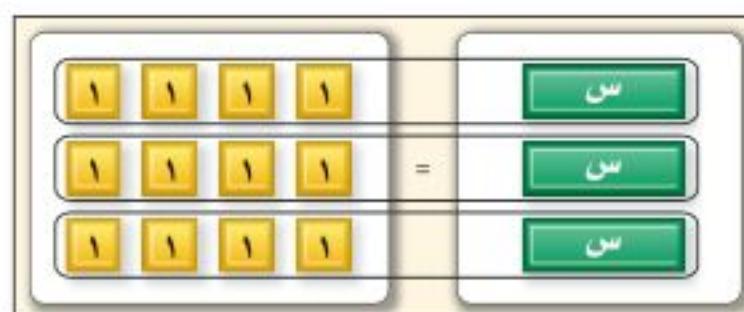
$$s + 4 = 9$$

٥) اكتب: إذا كانت $a = b$, فما العلاقة بين $a + c$ و $b + c$? وما العلاقة بين $a - c$ و $b - c$ ؟

عند حل معادلات الضرب يبقى الهدف هو نفسه؛ أي فصل البطاقة s وحدتها في طرف باستعمال قواعد القسمة.

| قواعد تمثيل المعادلات عند القسمة | |
|--|--|
|  | يمكن إعادة تنظيم البطاقات في كل من طرفي المعادلة في مجموعات بحيث يكون عددها متساوياً في كلا الطرفين دون أن يغير ذلك شيئاً في المعادلة. |
|  | يمكن إضافة مجموعات متساوية إلى كل من الطرفين دون تغيير المعادلة. |

نشاط ٣ معادلات الضرب



$$s = 12$$

$$\frac{12}{3} = \frac{s}{3}$$

$$s = 4$$

حل المعادلة: $3s = 12$ مستعملًا بطاقة الجبر.

الخطوة ١: مثل المعادلة؛ بوضع ٣ بطاقات s في أحد طرفيها، وبوضع ١٢ بطاقة من العدد موجب ١ في الطرف الآخر.

الخطوة ٢: وزع بطاقة العدد موجب ١ إلى ٣ مجموعات متساوية تقابل بطاقة s الثلاث؛ وبذلك تفترن كل بطاقة من s مع أربع بطاقات من موجب ١، ويكون حل المعادلة: $s = 4$

التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقة الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

$$6s = 15$$

$$7 - 3s = 9$$

$$8s = 4$$



١٠) **خمن:** كيف تستعمل بطاقة الجبر لحل المعادلة $\frac{s}{4} = 5$? اشرح الخطوات التي تتبعها لحل هذه المعادلة جبرياً.

حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

المادة



في موسم الحج لعام ١٤٣٧ هـ بلغ عدد الحجاج القادمين من خارج المملكة ١٣٢٥٣٧٢ حاجاً، وفي العام ١٤٣٨ هـ بلغ عددهم ١٧٥٢٠١٤ حاجاً.

ولمعرفة الزيادة في عدد حجاج عام ١٤٣٨ هـ على العام السابق له نحل المعادلة:

$$1752014 - 1325372 = \text{س}$$

حل المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح: يمثل المتغير في المعادلة العدد الذي يتحققها.
وحل المعادلة هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.

وتتضمن عملية حل المعادلة فصل المتغير (الذي معامله ١) في أحد طرفي المعادلة. ويتبع عن كل خطوة من الخطوات المتبعة في الحل معادلات متكافئة. **المعادلات المتكافئة لها الحل نفسه.** ويمكنك استعمال **خاصية الجمع في المساواة** لحل المعادلات.

فيما سبق

درست كيفية التعبير عن الجمل الكلامية بمعادلات.

والآن

- أحل معادلات باستعمال الجمع أو الطرح.
- أحل معادلات باستعمال الضرب أو القسمة.

المفردات

حل المعادلة

المعادلات المتكافئة

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسى

خاصية الجمع في المساواة

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة، وأضيف العدد نفسه إلى كل من طرفيها فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضاً صحيحة.

الرموز: لأي أعداد حقيقة A , B , C , إذا كان $A = B$, فإن $A + C = B + C$

| | | |
|-------------|-------------------|--------|
| $3 - = 3 -$ | $14 = 14$ | أمثلة: |
| $9 + = 9 +$ | $3 + 14 = 3 + 14$ | |
| <hr/> | <hr/> | |
| $6 = 6$ | $17 = 17$ | |

حل المعادلات بالجمع

مثال ١

$$\text{حل المعادلة: } ج - 22 = 54$$

الطريقة الأفقية

$$ج - 22 = 54$$

$$ج - 22 + 22 = 54 + 22$$

$$ج = 76$$

وللتتحقق من أن ٧٦ هو الحل، عوض ٧٦ بدلاً من جـ في المعادلة الأصلية.

$$\text{المعادلة الأصلية: } ج - 22 = 54$$

تحقق:

$$54 - 22 = 32$$

عوض ٧٦ بدلاً من جـ

$$54 - 22 = 32$$

اطرح

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$25 - ق = 113$$

$$87 - ر = 3$$



كما يمكنك استعمال خاصية الطرح في المساواة لحل المعادلات بطريقة مماثلة لاستعمال خاصية الجمع.

مفهوم أساسى

خاصية الطرح في المساواة

التعريف اللغظى: إذا كانت المعادلة صحيحة وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضاً صحيحة.

الرموز: لأي أعداد حقيقية a, b, c ، إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$

مثال:

$$\begin{array}{r} 28 - 28 - \\ \hline 15 - 15 - \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 87 - 87 = 17 - 87 \\ \hline 70 = 70 \end{array}$$

إرشادات للدراسة

الطرح

إن طرح عدد ما يكفى إضافة المعكوس الجمعي لذلك العدد.

مثال ٢ حل المعادلات بالطرح

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{rcl} 79 & = & 63 + m \\ 63 - & = & 63 - \\ \hline m & = & 16 \end{array}$$

الطريقة الأفقيّة

$$\begin{array}{rcl} 79 & = & 63 \\ 63 - & = & 63 - 79 \\ \hline m & = & 16 \end{array}$$

بسط

للحصول على $m = 16$ ، عوض 16 بدلاً من m في المعادلة الأصلية.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$16 - 12 = f + 2$$
$$30 = 27 + k$$

إرشادات للدراسة

حل المعادلة

يمكنك استعمال الطريقة الأفقيّة أو الرأسية لحل المعادلة. وكلتا الطريقتين تعطي الحل نفسه.

حل المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة: في المعادلة: $\frac{s}{3} = 9$ لاحظ أن المتغير s قد قُسِّم على 3 ولحل هذه المعادلة تخلص من المقام بضرب كلا الطرفين في 3 ، ويُعد هذا مثالاً على خاصية الضرب في المساواة.

مفهوم أساسى

خاصية الضرب في المساواة

التعريف اللغظى: إذا كانت المعادلة صحيحة وضرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضاً.

الرموز: لأي أعداد حقيقية a, b, c ، إذا كان $a = b$. إذا كان $a = b$ ، فإن $a \times c = b \times c$.

مثال:

خاصية القسمة في المساواة

التعريف اللغظى: إذا كانت المعادلة صحيحة وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضاً.

الرموز: لأي أعداد حقيقية a, b, c ، إذا كان $a = b$. إذا كان $a = b$ ، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

مثال:

$$s = \frac{20}{5} = 4$$

إرشادات للدراسة

ويمكنك أيضاً استعمال مقلوب العدد لحل المعادلات.

مثال ٣ حل المعادلات بالضرب أو القسمة

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$ا) \frac{2}{3}q = \frac{1}{2}$$

المعادلة الأصلية

$$\frac{1}{2}q = \frac{3}{2}$$

$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)q = \left(\frac{2}{3}\right)\frac{3}{2}$$

$$q = \frac{3}{4}$$

$$ب) 39 - 3r = \frac{3}{2}$$

$$r = 3 - \frac{39}{3}$$

المعادلة الأصلية

$$r = \frac{39 - 3}{3}$$

اقسم كلا الطرفين على -3

$$r = 13 -$$

تحقق من الحل

تحقق من فهمك حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

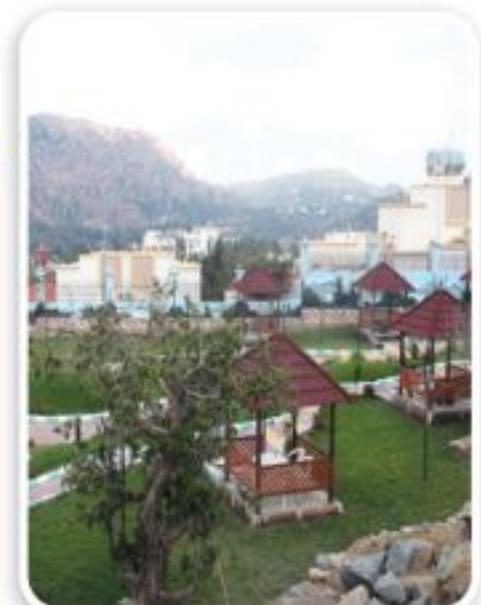
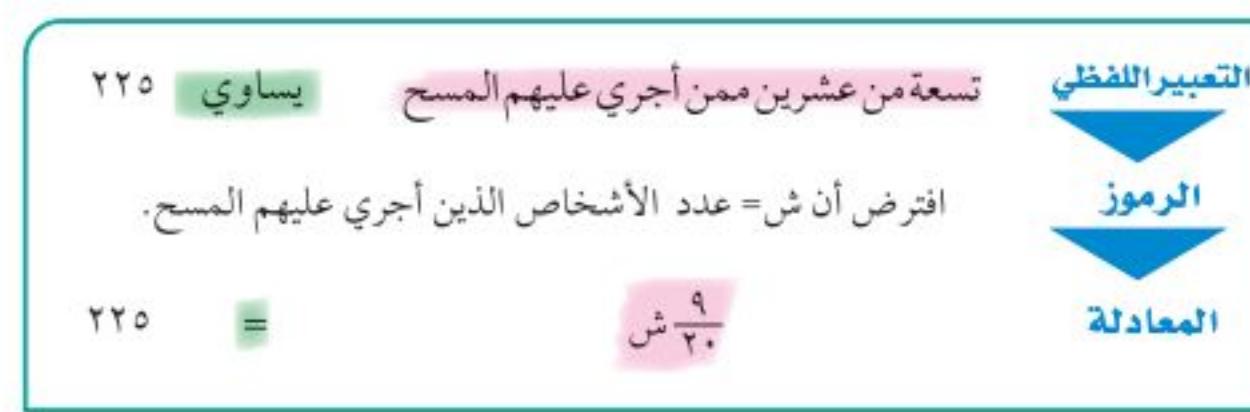
$$ا) \frac{2}{3}b = \frac{1}{4}b$$

$$ب) \frac{3}{5}l = 6$$

يمكن أيضاً استعمال مقلوب العدد وخصائص المساواة لحل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٤ من واقع الحياة حل المعادلات بالضرب

مسح: أُجري مسح على مجموعة من الأشخاص فأجاب ٢٢٥ أي نحو $\frac{9}{20}$ من الذين أُجري عليهم المسح بأنهم يفضلون قضاء الإجازة الصيفية في مدينة الطائف. فما عدد الذين أُجري عليهم المسح؟



الربط مع الحياة

الطائف من المدن السياحية الجميلة في المملكة؛ لوقوعها في منطقة مرتفعة تتعرض للرياح الشمالية، فمناخها معتدل صيفاً، وهواؤها لطيف.

$$\text{المعادلة الأصلية: } 225 = \frac{9}{20}sh$$

$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{20}{9}$$

$$sh = \frac{4000}{9}$$

بسط

$$sh = 500$$

إذن أُجري المسح على ٥٠٠ شخص.



تحقق من فهمك

٤) **زجاج:** يحتاج وليد كي يصمم لوحة زجاجية إلى أن يكون خمس الزجاج أزرق اللون. فإذا استعمل ٢٨٨ سنتيمتراً مربعاً من الزجاج الأزرق، فما كمية الزجاج التي استعملها وليد في تصميم اللوحة؟

تأكد

الأمثلة ٣-١ حل كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

$$1\frac{1}{2} = \frac{2}{3} + L \quad (٣)$$

$$104 = S - 67 \quad (٤)$$

$$33 = Q + 5 \quad (٥)$$

$$\frac{3}{4} = S + 4 \quad (٦)$$

$$\frac{1}{3} = Q + 3 \quad (٧)$$

$$1, 5 = S - (5, 6) \quad (٨)$$

$$10 = M - \frac{2}{3} \quad (٩)$$

$$\frac{4}{9} = \frac{1}{36} \quad (١٠)$$

$$N = -5 \quad (١١)$$

مثال ٤ تسوق: قرر هاني أن يشتري ساعةً ثمنها ٢٤٠ ريالاً من مؤسسة تبرع بـ $\frac{1}{8}$ قيمة مبيعاتها لدار رعاية الأيتام. فكم ريالاً من ثمن الساعة يحول لدار رعاية الأيتام؟

تدريب وحل المسائل

الأمثلة ٣-١ حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$40 = U + 18 \quad (١٣)$$

$$72 = T - 44 \quad (١٤)$$

$$14 = 9 - F \quad (١٥)$$

$$45 = T - (T - 16) \quad (١٦)$$

$$91 = 18 - (F) \quad (١٧)$$

$$48 = 44 - T \quad (١٨)$$

$$\frac{1}{15} = \frac{T}{7} \quad (١٩)$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + A \quad (٢٠)$$

$$\frac{1}{3} F = 5 \quad (٢١)$$

$$\frac{4}{9} = R - \frac{2}{3} \quad (٢٢)$$

$$22 = B - \frac{2}{3} \quad (٢٣)$$

$$2 = S - \frac{5}{7} \quad (٢٤)$$

مثال ٤ فطائر: قسمت فطيرة دائرية إلى ٦ قطع متساوية. إذا كانت كتلة القطعة الواحدة ١٨ جراماً، فاكتب معادلة لإيجاد كتلة الفطيرة كاملة، وحلها.

٢٤) سيارات: معدل الوقت الذي يحتاج إليه صنع سيارة واحدة في الولايات المتحدة الأمريكية ٢٤,٩ ساعة، ويزيد هذا الوقت بـ ٨,١ ساعات على وقت صنع سيارة مشابهة في اليابان. اكتب معادلة لإيجاد معدل الوقت لصنع سيارة واحدة في اليابان، وحلها.

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{8} S \quad (٢٥)$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{V} \quad (٢٦)$$

$$5 - \frac{1}{3} S = 0 \quad (٢٧)$$

$$6 = \frac{1}{3} N \quad (٢٨)$$

$$U = \frac{2}{5} - \frac{2}{9} \quad (٢٩)$$

اكتب معادلة تمثل كل جملة فيما يأتي، ثم حلّها:

(٣١) ستة أمثال عدد تساوي ١٣٢

(٣٢) ثلثان يساوي سالب ثمانية أمثال عدد.

(٣٣) خمسة أجزاء من أحد عشر جزءاً من عدد تساوي ٥٥

(٣٤) أربعة أخماس تساوي عشرة من ستة عشر جزءاً من عدد.



(٣٥) **تسوق:** يقارن عثمان بين نوعين من الشوكولاتة يُباعان في أحد المتاجر. ويرغب في الحصول على أفضل سعر للقطعة الواحدة.

أ) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (أ).

ب) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (ب).

ج) ما النوع الذي سعر القطعة منه أرخص؟ فسر إجابتك.

للسؤالين ٣٦ ، ٣٧ اكتب معادلة ثم حلها:

(٣٦) **طيران:** اشتريت إحدى شركات الطيران طائرة إيرباص (A380)، وأعلنت أن هذه الطائرة تقل نحو ٥٥٥ مسافراً؛ أي بزيادة مقدارها ١٣٩ مسافراً على عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينج (747). فما عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينج (747)؟

(٣٧) **وقود:** صنفت نحو ٥ ملايين سيارة وشاحنة في عام ٢٠٠٤ م بأنها ثنائية الوقود؛ أي أنها يمكن أن تستعمل البنزين أو الإيثanol. وقد ارتفع هذا العدد إلى ٧,٥ ملايين في عام ٢٠٠٦ م. فكم زاد عدد السيارات والشاحنات الثنائية الوقود في عام ٢٠٠٦ م على ما كان عليه عام ٢٠٠٤ م؟

(٣٨) **مهن تعليمية:** كان عدد معلمي المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية عام ١٤٢٣ هـ نحو ١٧٥٠٠٠ معلم.

أ) إذا كان عدد معلمي الحاسوب مضروباً في ٢٥ يساوي عدد جميع المعلمين، فاكتب معادلة لإيجاد عدد معلمي الحاسوب، ثم حلها.

ب) إذا علمت أن عدد معلمي العلوم يزيد بـ ١٠٠٠٠ على عدد معلمي الحاسوب، فما عدد معلمي العلوم في المرحلة الثانوية؟

(٣٩) **احتفالات:** خصصت إدارة مدرسة متوسطة مبلغ ٢٥٠٠ ريال لإقامة حفل المدرسة السنوي، وأنفقت منه ٧٥٠ ريالاً لشراء الحلوي والعصير للحضور.

أ) اكتب معادلة تمثل المبلغ المتبقى، ثم حلها.

ب) إذا أنفقت الإدارة أيضاً مبلغ ١٤٧٥ ريالاً لشراء هدايا وجوائز للطلاب المتفوقين، فاكتب معادلة تمثل ما تبقى من المبلغ المرصود للحفل.

ج) إذا أنفق المبلغ المتبقى لشراء ٥ كتب لمكتبة المدرسة لكل منها القيمة نفسها، فما ثمن المكتاب الواحد؟



الربط مع الحياة

يستخرج الإيثanol من الذرة،
ويُعد فعالاً حيث ينتج طاقة
أكثر بـ ٢٥٪ من الطاقة
المستعملة في عملية إنتاجه.

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٠) حدد المعادلة التي تختلف عن المعادلات الثلاث الأخرى، وفسّر تبريرك.

ن - ٤ = ٩

ن - ١٦ = ٢٩

٢٥ + ن = ١٢

ن + ١٤ = ٢٧

٤١) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تتضمن عملية الجمع، ووضح طرفيتين لحلها.

٤٢) **تحدد:** بين ما إذا كانت كل من الجملتين الآتتين صحيحة دائمًا أم غير صحيحة إطلاقاً:

ب) س + ٠ = س

أ) س + س = س

٤٣) **تبرير:** حدد القيمة المطلوبة في كل مما يأتي:

أ) إذا كانت س - ٧ = ١٤، فما قيمة س - ٢؟

ب) إذا كانت ن + ٨ = ١٢، فما قيمة ن + ١؟

٤٤) **تحدد:** وضح لماذا يكون للمعادلتين: $\frac{2}{3}n = 48$ ، $n = 16$ جـ. الحل نفسه.

٤٥) **اكتب:** تأمل خاصيتي الضرب والقسمة في المساواة. ثم اشرح لماذا يمكن اعتبارهما خاصية واحدة، وأيهما أسهل للاستعمال، في رأيك؟

تدريب على اختبار

٤٦) أي المسائل اللغوية الآتية تمثلها المعادلة: هـ - ١٥ = ٣٣ ؟

أ) أضاف جاسم (هـ) كوبًا من الماء إلى إناء به ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا أضاف؟

ب) أضاف جاسم ١٥ كوبًا من الماء إلى إناء ليحصل على ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا من الماء (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

ج) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء ويقي فيه ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

د) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء كان فيه ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا من الماء (هـ) بقي في الإناء؟

٤٧) هندسة: كمية الماء اللازمة لملء بركة تمثل :

د) محيتها

ج) مساحة سطحها

ب) عمقها

أ) حجمها

مراجعة تراكمية

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض هي: {١٢، ١٠، ٨، ٦، ٢}. (الدرس ١-١)

٤٨) س - ٦ = ٨

٤٩) س = ٣٠

٥٠) س + ٥، ٥ = ٦

٥١) $\frac{s}{2} = 6$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

٥٢) **أدوات مكتبية:** يبيّن الجدول المجاور أسعار بعض الأدوات المكتبية. اكتب عبارة عددية تعبر عن ثمن ٣ أقلام ومسطرة وعلبة ألوان، وأوجد قيمتها.

| النوع | السعر (ريال) |
|------------|--------------|
| قطم | ٤ |
| مسطرة | ٣ |
| علبة ألوان | ٦ |



حل المعادلات المتعددة الخطوات

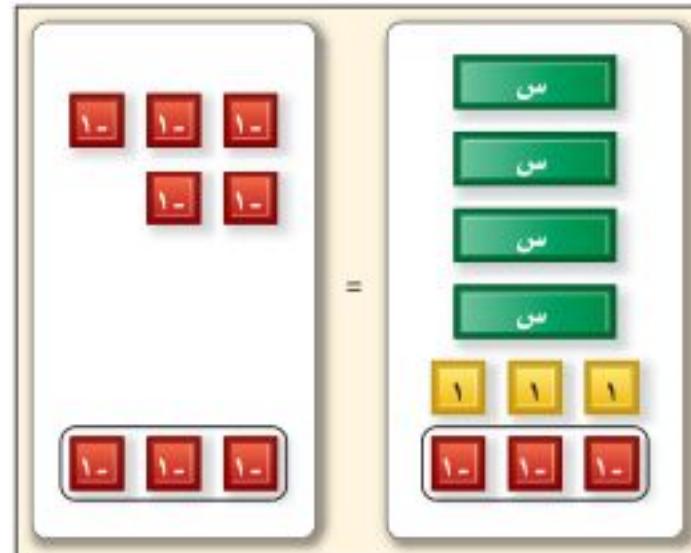
يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المعادلات المتعددة الخطوات.

حل المعادلة: $4s + 3 = 5$ مستعملًا بطاقات الجبر.

نشاط

اعزل البطاقات s في طرف وحدها.

الخطوة ٢

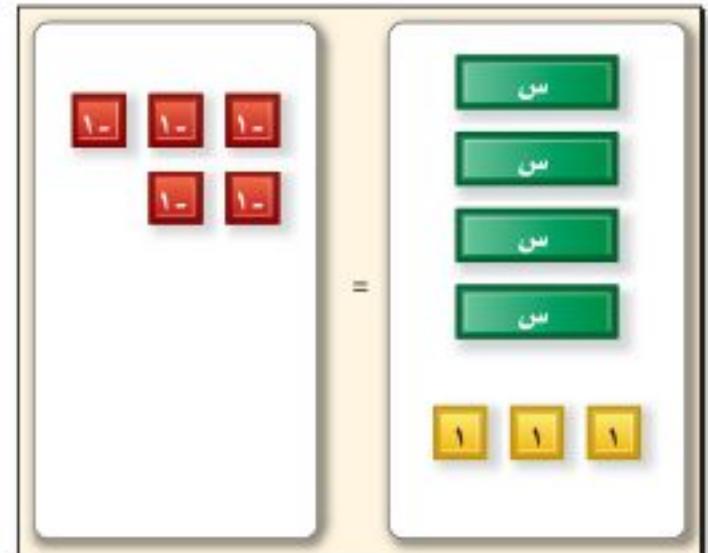


$$4s + 3 = 5$$

بما أن هناك ٣ من بطاقات العدد ١ في الطرف الذي فيه بطاقات s ، لذا أضف ٣ من بطاقات العدد سالب ١ إلى كل من الطرفين للحصول على أزواج صفرية.

مثل المعادلة.

الخطوة ١

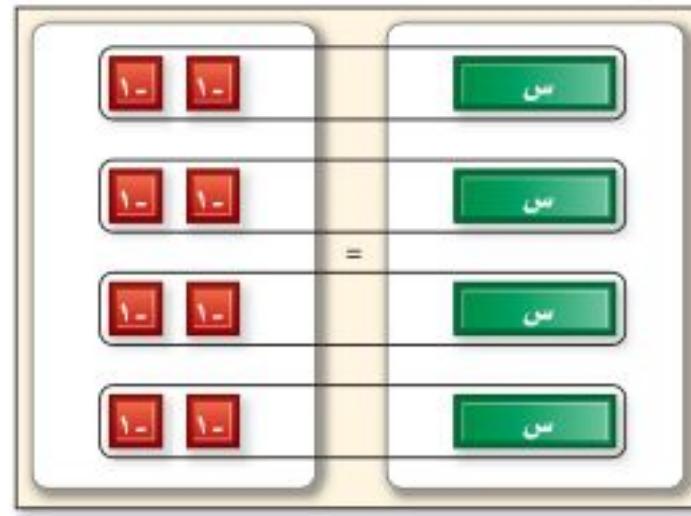


$$4s + 3 = 5$$

ضع أربع بطاقات s وثلاثة من بطاقات العدد ١ في طرف، وخمسًا من بطاقات العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

وزّع البطاقات في مجموعات.

الخطوة ٤

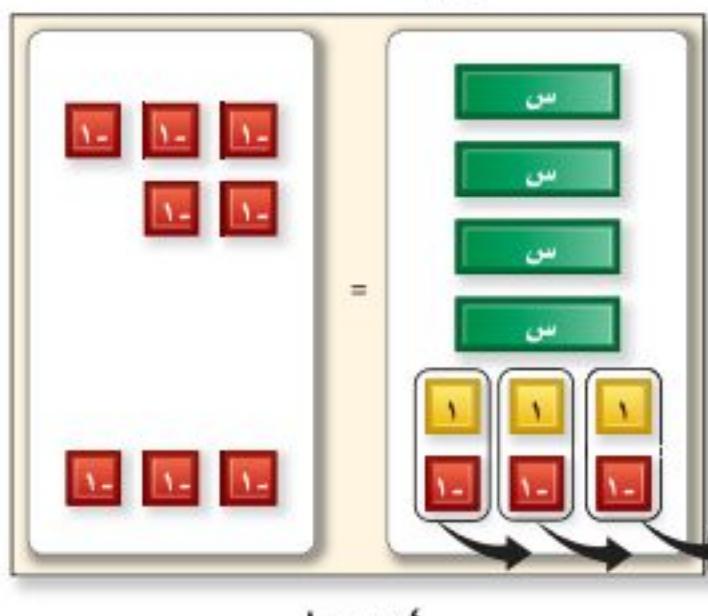


$$\frac{4s}{4} = \frac{8}{4}$$

جمع بطاقات العدد سالب ١ في ٤ مجموعات متساوية لتقابل بطاقات s الأربع. لاحظ أن كل بطاقة من s تقترب ببطاقتين من سالب ١، فيكون حل المعادلة: $s = -2$.

احذف الأزواج الصفرية.

الخطوة ٣



$$4s = 8$$

جمع البطاقات لتكون أزواجًا صفرية ثم احذفها.

التمثيل والتحليل: استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

$$(4) 3s - 7 = 3s + 4$$

$$(3) 5s - 8 = 7 - 5s$$

$$(2) 2s + 5 = 2s - 9$$

$$(1) 10 - 7s = 7s - 10$$

$$(8) s + 7 = 6 - s$$

$$(7) 2s - 5 = 11 - 2s$$

$$(6) 3s + 1 = 7 - 3s$$

$$(5) 4s + 5 = 11 - 4s$$

(٩) ما الخطوة الأولى التي تتبعها عند حل المعادلة: $8s - 29 = 27$ ؟

(١٠) ما الخطوات التي تتبعها لحل المعادلة: $9s + 14 = 49$ ؟





٣-١

حل المعادلات المتعددة الخطوات

لماذا؟



إذا مثل الرمز \triangle المسافة بين بريدة وحائل، فإن العبارة $4\triangle + 36$ تمثل المسافة بين بريدة ومكة المكرمة وهي ٨٧٦ كيلومتراً.

حل المعادلات المتعددة الخطوات:

يمكنك التعبير عن الموقف أعلاه بالمعادلة:

$$4\triangle + 36 = 876$$

ولكون هذه المعادلة تتطلب أكثر من خطوة لحلها، لذا تُسمى **معادلة متعددة الخطوات**. ولحل هذه المعادلة يجب أن تُلغى عمليات كلّ عاملية بالحلّ عكسياً.

فيما سبق

درست حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.

والأآن

- أحل المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحل المعادلات التي تتضمن أعداداً صحيحة متتالية.

المفردات

المعادلة المتعددة الخطوات
الأعداد الصحيحة المتتالية
نظرية الأعداد

مثال ١ حل المعادلات المتعددة الخطوات

مثال ١

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$\text{أ) } 11s - 4 = 29$$

المعادلة الأصلية

$$11s - 4 = 29$$

أضف ٤ إلى كلا الطرفين .

$$4 + 11s = 4 + 29$$

بسط .

$$33 = 11s$$

اقسم كلا الطرفين على ١١ .

$$\frac{33}{11} = \frac{11s}{11}$$

بسط .

$$3 = s$$

$$\text{ب) } 5 = \frac{7+s}{8}$$

المعادلة الأصلية

$$5 = \frac{7+s}{8}$$

اضرب كلا الطرفين في ٨ .

$$(5)(8) = \left(\frac{7+s}{8}\right)(8)$$

بسط .

$$40 = 7 + s$$

اطرح ٧ من كلا الطرفين .

$$7 - 7$$

بسط .

$$33 = s$$

وي يمكنك التتحقق من صحة الحل بتعويض النتيجة في المعادلة الأصلية.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين، وتحقق من صحة الحل:

$$\text{أ) } 15 = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{ب) } 4 = 6 - 2n$$



مثال ٢ من واقع الحياة

زي مدرسي: اشتريت فاطمة زبزاً مدرسياً بثلثي سعره الأصلي، كما استعملت بطاقة تعطيها خصمًا مقداره ٢٥ ريالاً فأصبح ثمنه ٥٥ ريالاً. فما السعر الأصلي للزبزا؟ اكتب معادلة تمثل المسألة، ثم حلها.

| | |
|--|--|
| النهاية النهاية النهاية | النهاية النهاية النهاية |

$$\text{المعادلة الأساسية: } \frac{2}{3}S = 25 - 55$$

$$\text{أضف } 25 \text{ إلى كلا الطرفين: } \frac{2}{3}S + 25 = 25 + 55$$

$$\text{بسط: } \frac{2}{3}S = 80$$

$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{3}{2}: \left(\frac{3}{2}\right) \frac{2}{3}S = \left(\frac{3}{2}\right) 80$$

$$\text{بسط: } S = 120$$

السعر الأصلي للزبزا = ١٢٠ ريالاً.



الربط مع الحياة

يحقق الالتزام بالزبزا المدرسي أهدافاً سلوكية وتربيوية؛ مثل: التنظيم والانضباط، ومراعاة المظهر العام، وإزالة الفوارق بين الطالب لصالح التحصيل العلمي.

تحقق من فهمك

٢) القراءة: قرأ عبدالله $\frac{3}{4}$ كتاب في عطلة نهاية الأسبوع، ثمقرأ ٢٢ صفحة يوم الأحد. فإذا كان عدد الصفحات التي قرأها عبدالله في هذه الأيام ٢٢٠ صفحة، فما عدد صفحات ذلك الكتاب؟

حل مسائل تتضمن أعداداً صحيحة متتالية: **الأعداد الصحيحة المتتالية** هي أعداد صحيحة مرتبة بالتالي مثل: ٤، ٦، ٥، أو $n+1$ ، $n+2$. وإذا عدلت اثنين كل مرة تحصل على أعداد متتالية: زوجية إذا كان العدد الأول زوجياً، وفردية إذا كان العدد الأول فردياً.

| مفهوم أساسى | | | |
|--------------------------------|---|--|---------------------------|
| الأعداد الصحيحة المتتالية | | | |
| مثال | الرموز | التعبير اللفظي | النوع |
| , ١٠ , ١١ , ٢٠ , ٢١ , ... | $n, n+1, n+2, \dots$ | أعداد مرتبة بترتيب العدد | أعداد صحيحة متتالية |
| , ٤ , ٢٠ , ٢٤ , ... | $n, n+2, n+4, \dots$ حيث (n زوجي) | عدد صحيح زوجي يتبعه العدد الصحيح الزوجي الآتي. | أعداد صحيحة زوجية متتالية |
| , ٥ , ٣ , ١١ , ١٣ , ... | $n, n+2, n+4, \dots$ حيث (n فردي) | عدد صحيح فردي يتبعه العدد الصحيح الفردي الآتي. | أعداد صحيحة فردية متتالية |

نظريّة الأعداد: هي دراسة الأعداد الصحيحة والعلاقات بينها.

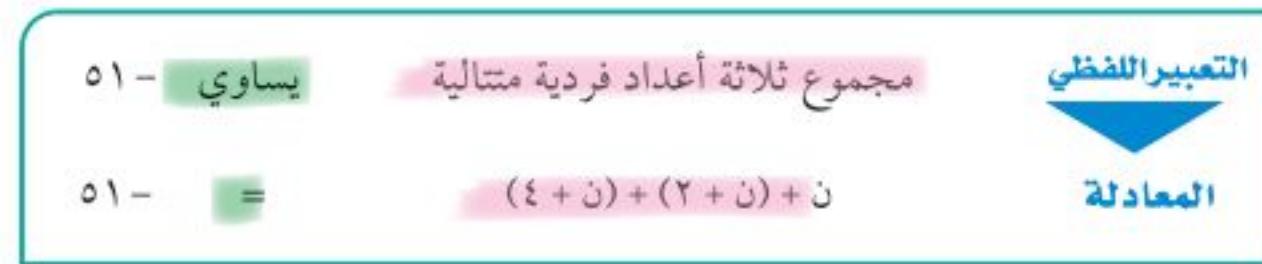
مثال ٣

حل مسائل تتضمن أعداداً صحيحة متتالية

نظريّة الأعداد: اكتب معادلة لمسألة الآتية، ثم حلها:

"أُوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها (٥١)." .

افترض أن العدد الأصغر = n ، فيكون العدد الفردي الآتي = $n+2$ ، وأكبر هذه الأعداد = $n+4$.



$$\text{المعادلة الأصلية} \quad 51 = n + (n+2) + (n+4)$$

بسط

$$51 = 6n + 6$$

$$51 - 6 = 6n$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$51 - 6 = 6n$$

بسط

$$51 - 6 = 6n$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$\frac{51 - 6}{3} = 6n$$

بسط

$$19 - 1 = 6n$$

$$19 - 1 = 18, \quad n + 4 = 19 - 1 = 18$$

فالأعداد الصحيحة الفردية الثلاثة هي: ١٩ -، ١٧ -، ١٥ -.

تحقق: ١٩ -، ١٧ -، ١٥ - هي أعداد فردية متتالية

$$\checkmark \quad 51 - = (15 -) + (17 -) + (19 -)$$

تحقق من فهمك

٣) اكتب معادلة لمسألة الآتية، ثم حلها: "أُوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١".

إرشادات للدراسة

تمثيل الأعداد الصحيحة المتتالية

يمكن استعمال العبارات نفسها لتمثيل الأعداد المتتالية الزوجية أو الفردية، والاختلاف بينهما هو في قيمة n (فرد أو زوجي).

تأكد

مثال ١

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{s-5}{7} = 8 \quad (٣)$$

$$9 - f = 12 \quad (٤)$$

$$11 - = 4 + m^3 \quad (٥)$$

٤) **نقود:** مع نايف مبلغ من المال يقل ١٧٥ ريالاً عن مثلي المبلغ الذي يملكه سعد. فإذا كان مع نايف ٧٥٥ ريالاً، فاكتتب معادلة تمثل هذا الموقف. ثم أوجد المبلغ الذي يملكه سعد.

مثال ٢

اكتتب معادلة لكل من المسألتين الآتتين، ثم حلها:

مثال ٣

٥) أُوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٧٥

٦) أُوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٣٦



مثال ١ حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(9) \quad 4 - 34 = 6 - m$$

$$(8) \quad 8 + 16 = 8$$

$$(7) \quad 8 - 7 = 3t$$

$$(12) \quad 7 - \frac{22}{3} = \frac{5}{6} - ج$$

$$(11) \quad 11 - 11 = \frac{6}{6} - 5$$

$$(10) \quad \frac{6+6}{2-2} = 14$$

مثال ٢ (١٣) اتصالات: تقدم شركة للاتصالات العروض المبينة في الجدول الآتي، فإذا اختار محمد خط رجال الأعمال، وخصص له ١٠٠ ريال في الشهر، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف، وحدد عدد الدقائق التي يمكنه التحدث بها دون أن يتجاوز المبلغ المخصص شهرياً.

| نوع الخط | الاشتراك الشهري | الدقائق المجانية | تكلفة الدقيقة بعد الدقائق المجانية |
|------------|-----------------|------------------|------------------------------------|
| شخصي | ٢٩,٩٩ ريال | ٢٥٠ | ٠,٢٠ ريال |
| رجال أعمال | ٤٩,٩٩ ريال | ٦٥٠ | ٠,١٥ ريال |

مثال ٣ اكتب معادلة لكل مسألة فيما يأتي، ثم حلها:

(١٤) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ٨٤.

(١٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ١٤١.

(١٦) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ١٤٢.

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(19) \quad 24 = 6 + \frac{2}{3}b$$

$$(18) \quad 24 = 8 - 5n$$

$$(17) \quad 24 = 6m - 7$$

$$(22) \quad \frac{1}{2}s + \frac{3}{4}s = \frac{5}{2}$$

$$(21) \quad \frac{3}{7} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}b$$

$$(20) \quad \frac{1}{10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{5}a$$

اكتب معادلة تمثل المسألة الآتية، ثم حلها:

(٢٣) أسرة: تشكل أعمار ثلاثة إخوة أعداداً صحيحة متتالية مجموعها ٩٦

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(24) \quad 11,5 = 4,5 - \frac{1}{2}s$$

$$(25) \quad 14,4 = 9 + 0,6$$

$$(26) \quad 6,7 = 4,8 - 5$$

(٢٧) إذا كانت $m - 3 = 53$ ، فما قيمة $11m + 92$ ؟

(٢٨) إذا كانت $6 - 6 = 5$ ، فما قيمة $6l - 15$ ؟

(٢٩) **مركز رياضي:** إذا كان الاشتراك الشهري في مركز رياضي هو ٢٧٥ ريالاً شاملًا دخول المركز ومويقًا مجانيًّا للسيارة، بالإضافة إلى ٥ ريالات في اليوم لقاء استعمال المسبح. أما غير المشتركين فيدفعون ٦ ريالات يوميًّا لموقف السيارة، و١٥ ريالًا لدخول المركز، و٩ ريالات لاستعمال المسبح.

أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الزيارات التي تساوى عندها التكلفة الكلية لكل من: المشترك وغير

المشتراك إذا استعمل كلاهما المسبح عند كل زيارة، ثم حل هذه المعادلة.



الربط مع الحياة

السباحة رياضة مفيدة؛ تخفض ضغط الدم والكوليسترول، وتنبني القلب والعضلات، و تعالج آلام المفاصل.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٠) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة يمكن التعبير عنها بالمعادلة: $2s + 40 = 60$ ، ثم حل المعادلة.

(٣١) **تبرير:** صف الخطوات التي يمكن أن تستعملها لحل المعادلة: $\frac{3+5}{5} - 4 = 6$.

(٣٢) **تحدد:** يمكن استعمال الصيغة $C = \frac{180 \times (n-2)}{n}$ لإيجاد قياس الزاوية الداخلية في مضلع منتظم، حيث n تمثل عدد أضلاع المضلعل، C قياس كل زاوية من زواياه الداخلية. إذا علمت أن $C = 156^\circ$ ، فما عدد أضلاع المضلعل؟

(٣٣) **اكتب:** فقرة توضح ترتيب الخطوات التي يمكن أن تتبعها لحل معادلة متعددة الخطوات.

تدريب على اختبار

(٣٥) مربع محیطه ٢٠ سم، ما مساحته؟

- أ) ٤ سم^٢
ب) ٥ سم^٢
ج) ٢٠ سم^٢
د) ٢٥ سم^٢

(٣٤) **إحصاء:** يبيّن الجدول الآتي درجات ٥ طلاب في اختبار للرياضيات:

| الطالب | الدرجة |
|--------|--------|
| ٥ | ٧٨ |
| ٤ | ٧٩ |
| ٣ | ٩٩ |
| ٢ | ٩١ |
| ١ | ٨٠ |

فما مدى درجات هؤلاء الطلاب؟

- أ) ١٠
ب) ٤٠
ج) ٣٥
د) ٢١

مراجعة تراكمية

حل كلاً من المعادلين الآتيين: (الدرس ٢٠-١)

$$8 = 8 - s \quad (٣٧)$$

$$8 = s - 8 \quad (٣٦)$$

(٣٨) أوجد حل المعادلة: $2s + 5 = 19$ ، إذا كانت مجموعة التعويض هي: $\{1, 3, 5, 7\}$. (الدرس ١٠-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

أوجد ناتج كل مما يلي:

$$(42) [8(2) - 4(7)] + 4$$

$$(41) [(1+1)(5) + 1] + 3$$

$$(40) \frac{12-38}{13 \times 2} + 3(4)$$



الفصل اختبار منتصف الفصل

الدروس ١-٤ إلى ٣-١



٩) اختيار من متعدد: حل المعادلة $\frac{3}{5}s = \frac{1}{4}$ هو:

(الدرس ٢-١)

- (أ) $\frac{3}{20}$
- (ب) ٢
- (ج) $\frac{5}{12}$
- (د) $-\frac{3}{4}$

اكتب معادلة تمثل المسألة في كل مما يأتي: (الدرس ١-١)

١) حاصل جمع ثلاثة أمثال س مع ٤ يساوي خمسة أمثال س.

٢) ربع ص ناقص ٦ يساوي ٢ مضروباً في حاصل جمع ص مع العدد ٩.

٣) حاصل ضرب ع مع العدد ٥ يساوي القوة الثالثة للعدد.

حل كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل. (الدرس ٣-١)

$$10) 2s + 5 = 13$$

$$11) 21 - 4s = 7$$

$$12) \frac{m}{3} - 3 = 8$$

$$13) \frac{3+d}{5} = 4 - s$$

اكتب معادلة لكل من المسائل الآتية ثم حلّها: (الدرس ٢-١)

١٤) ثلاثة أرباع عدد مطروحًا منه ٩ يساوي ٩.

١٥) ستة أضعاف عدد مضافة إليه ١٢ يساوي ٣٠.

١٦) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ١٠٦.

٤) كرات: في صندوق ٥٠ كرة (حمراء، خضراء، زرقاء)، إذا كان عدد الكرات الحمراء أكبر بـ ٦ من عدد الكرات الزرقاء، وعدد الكرات الخضراء أقل بـ ٤ من عدد الكرات الزرقاء، فاكتب معادلة لإيجاد عدد الكرات الزرقاء، وحلّها. (الدرس ١-١)

٥) اختيار من متعدد: أي مما يأتي يمثل متطابقة؟ (الدرس ١-١)

(أ) $2s + 3 = 5$

(ب) $2(s+1) = 2s + 2$

(ج) $2(s+1) = 2s + 1$

(د) $2s + 3 = 4s - 5$

حل كل معادلة فيما يأتي، ثم تتحقق من صحة الحل. (الدرس ٢-١)

$$14) b + 8 = 13$$

$$15) m - 3 = 26$$

$$16) \frac{s}{6} = 8$$





حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها

لماذا؟



اتفق كل من طلال وريان على شراء هدية لوالدتهما. فإذا كان لدى طلال (٣٠) ريالاً في حصالته، وببدأ يضيف إليها (٣) ريالات يومياً، بينما بدأ ريان في اليوم نفسه بادخار (٦) ريالات يومياً.

لمعرفة بعد كم يوم يتساوى ما وفر كل منهما، يمكننا كتابة المعادلة:

$$30 + 3s = 6s, \text{ حيث تمثل } (s) \text{ عدد الأيام.}$$

فيما سيتلقى

درست حل المعادلات المتعددة الخطوات.

والأآن

- أحل المعادلات التي تحتوي المتغير نفسه في طرفيها.
- أحل المعادلات التي تحتوي أقواساً.

المتغيرات في طرفي المعادلة: لحل معادلة تحتوي متغيراً في كلا طرفيها استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابه معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها فقط.

حل المعادلة التي تحتوي متغيراً في كلا طرفيها

مثال ١

حل المعادلة: $2 + 5k = 3k - 6$ ، وتحقق من صحة الحل.

المعادلة الأصلية

$$2 + 5k = 3k - 6$$

اطرح ٣ك من كلا الطرفين

$$\underline{-3k} = \underline{-3k}$$

بسط

$$6 - 2 = 2k$$

اطرح ٢ من كلا الطرفين

$$\underline{6 - 2} = \underline{2k}$$

بسط

$$4 = 2k$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$\frac{4}{2} = \frac{2k}{2}$$

بسط

$$k = 2$$

المعادلة الأصلية

$$\text{تحقق: } 2 + 5k = 3k - 6$$

تعويض k = ٤

$$6 + (4 \times 5) = 3(4) - 6$$

اضرب

$$6 + 20 = 12 - 6$$

بسط

$$26 = 6$$

إرشادات للدراسة

حل المعادلة

يمكنك أن تحذف الحد الذي يتضمن متغيراً من أحد الطرفين قبل حذف الحد الثابت.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:



$$(ب) 5s + 2 = 6$$

$$(أ) 5h + 2 = 7$$

$$(د) 3j + 8 = 3j + 1, 3 = j$$

$$(ج) s - 6 = \frac{1}{4}s + 1$$

الأقواس: إذا احتوت المعادلة أقواساً، فاستعمل خاصية التوزيع للتخلص منها.

مثال ٢ حل معادلة تحتوي أقواساً

$$\text{حل المعادلة: } 6(5m - 3) = \frac{1}{3}(12 + 24m).$$

$$\text{المعادلة الأصلية: } 6(5m - 3) = \frac{1}{3}(12 + 24m)$$

$$\text{خاصية التوزيع: } 4m - 18 = 18 + 8m$$

$$\text{اطرح } 8m \text{ من كلا الطرفين: } 4m - 18 - 8m = 18 + 4$$

$$\text{بسط: } -4 = 22$$

$$\text{أضف } 18 \text{ إلى كلا الطرفين: } 18 + 4 = 18 + 22$$

$$\text{بسط: } 22 = 22$$

$$\text{اقسم كلا الطرفين على } 22: \frac{22}{22} = \frac{m}{22}$$

$$\text{بسط: } 1 = m$$

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين، وتحقق من صحة الحل:

$$2b) 7(n - 1) = (n - 2)(3 - 6)$$

بعض المعادلات ليس لها حل كالمعادلة: $5s + 3 = 4s - 10$ ؛ أي لا توجد قيمة للمتغير يجعل المعادلة صحيحة. وفي المقابل بعض المعادلات مثل: $3b - 7 = 6b - 10$ تكون صحيحة لجميع قيم المتغيرات، وكما سبق فإن مثل هذه المعادلات تسمى متطابقات.

يمكن تلخيص الخطوات المتبعة في حل المعادلات كما يأتي:

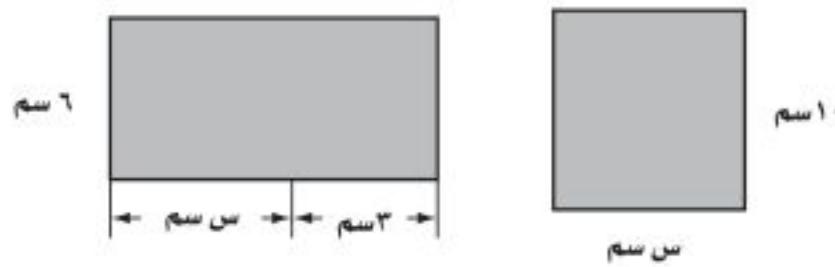
| مفهوم أساسى | خطوات حل المعادلة | مطوية |
|--|--|-------|
| الخطوة ١: بسط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع إن احتجت إلى ذلك. | الخطوة ١: بسط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع إن احتجت إلى ذلك. | |
| الخطوة ٢: استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح في المساواة للحصول على معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها والأعداد الثابتة في الطرف الآخر، ثم بسط. | الخطوة ٢: استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح في المساواة للحصول على معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها والأعداد الثابتة في الطرف الآخر، ثم بسط. | |
| الخطوة ٣: استعمل خاصية الضرب أو خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلة. | الخطوة ٣: استعمل خاصية الضرب أو خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلة. | |

وهناك موافق كثيرة يظهر فيها المتغير في كلا طرفي المعادلة.



مثال ٣ من اختبار

أوجد قيمة س التي يجعل مساحتى الشكلين الآتيين متساوين :



- (أ) ٣ (ب) ٤, ٥ (ج) ٦, ٥ (د) ٧

اقرأ فقرة الاختبار:

مساحة المستطيل الأول = $10s$ ، ومساحة المستطيل الثاني = $6(3 + s)$

والمعادلة هي: $10s = 6(3 + s)$.

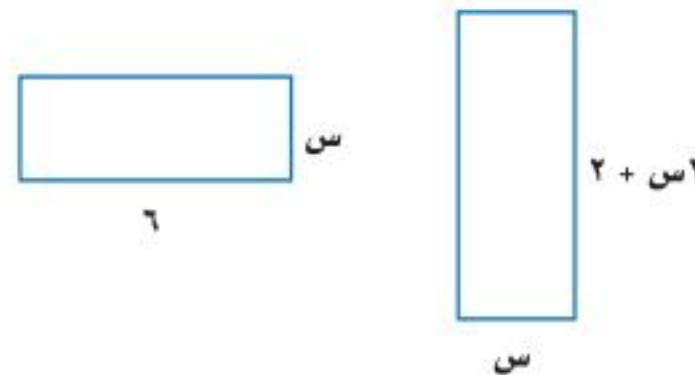
حل فقرة الاختبار:

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad 10s &= 6(3 + s) \\ 10s &\stackrel{?}{=} 6(3 + s) \\ 10s &\stackrel{?}{=} 18 + 6s \\ 10s - 6s &\stackrel{?}{=} 18 \\ 4s &= 18 \\ \checkmark 4s &= 18 \end{aligned}$$

بما أن القيمة ٤، ٥ أعطتنا عبارة صحيحة فلا ضرورة للتحقق من القيمتين ٦، ٥ ، ٧.
ولذا تكون ب هي الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك

٣) أوجد قيمة س التي يجعل محطي الشكلين الآتيين متساوين:



- (أ) ١, ٥ (ب) ٢ (ج) ٣, ٢ (د) ٤

إرشادات للدراسة

اختر طريقة

توجد أحياناً أكثر من طريقة لحل المسألة.

وفي هذا المثال يمكن أن تكتب معادلة، ثم تحلها، أو تعوض بدائل الإجابات في هذه المعادلة حتى تجد الإجابة الصحيحة.

تأكد

المثالان ١ ، ٢

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

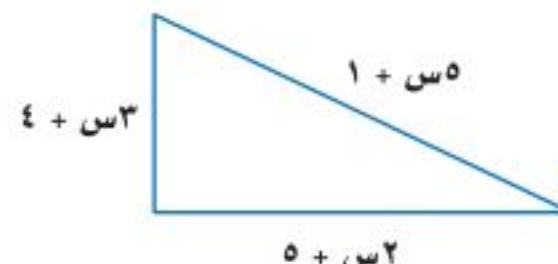
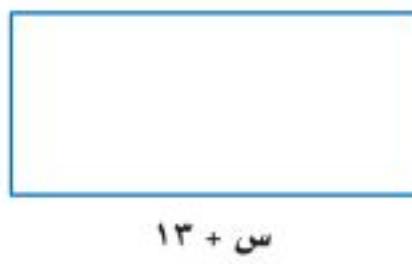
$$(1) 13s + 2 = 4s + 38 \quad (2) \frac{1}{3}s + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}s + \frac{1}{6}$$

$$(3) 6(n + 4) = 18 -$$

$$(4) 11 - 7 = 3 + 5n \quad (5) 2(n + 1) = 2n + 5$$

$$(6) 14 - 6 = 5 + 7n$$

مثال ٣ ٧) اختيار من متعدد: أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساوين:



د) ٧

ج) ٦

ب) ٥

أ) ٤

تدريب وحل المسائل

المثالان ١، ٢ حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(9) ٢٧ + م - ١٣ = ١٣ + س$$

$$(8) ٧ ج + ١٢ = ٤ ج + ٧$$

$$(11) ٦(ن + ٥) = ٦٦$$

$$(10) \frac{ب - ٤}{٦} = \frac{ب}{٢}$$

$$(13) ١٢ - \frac{٤}{٥}(س + ١٥) = ٤$$

$$(12) ٢(٣م - ٢) = ٢(٣ + س)$$



مثال ٤ هندسة: أوجد قيمة س التي تجعل لكل من المستطيلين المجاورين المساحة نفسها.

١٥) نظرية الأعداد: عدداً زوجياً متتالياً، يقل أربعة أمثل أصغرهما عن مثلي أكبرهما بمقدار ١٢. فما العددان؟

١٦) نظرية الأعداد: ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يزيد مثلاً أصغرها على ثلاثة أمثل أكبرها بمقدار ١٥. فما هذه الأعداد؟

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(18) \frac{٢}{٥} ه - ٧ = \frac{٢}{٥} ه - ٢ - ٣$$

$$(17) ٢ س = ٢(س - ٣)$$

$$(20) \frac{٣}{١٢} ص + \frac{١}{١٢} ص = \frac{٥}{٨} ص$$

$$(19) \frac{٢}{٣} (٤ ر + ٦) = \frac{٢}{٣} (١٢ ر + ١٨)$$

$$(22) ٢ ك - ٣، ٢ = ٤، ٣ - ٦، ١٢$$

$$(21) \frac{١}{٨} (٣ ر - ٢) = \frac{١}{٤} (ر + ٥)$$

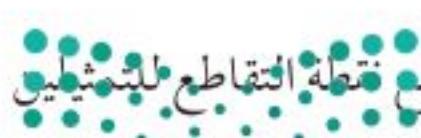
٢٣) عصائر: ينفق محل للعصائر ٢٠٠ ريال يومياً نفقات ثابتة، بالإضافة إلى ٥ ريال تكلفة كوب العصير. فإذا بيع الكوب الواحد بمبلغ ٥ ريالات، فكم كوبًا يجب أن يبيع المحل يومياً ليبدأ بتحقيق الربح؟



الربط مع الحياة

فوائد العصير:

يزود عصير الفواكه الطازجة الإنسان بالفيتامينات والمعادن، ويفيده من معظم الأمراض، كما يمد الجسم بعنصر الماء المهم.



مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **تبرير:** حل المعادلة الآتية موضحا كل خطوة من خطوات الحل:

$$t = 2 - 2t - 3(t - 1)$$

٢٦) **تحدد:** اكتب معادلة تحتوي متغيرا في كل من طرفي المساواة بحيث يكون أحد المعاملات على الأقل كسرًا، ويكون حلها -٦، وناقش الخطوات التي اتبعتها.

٢٧) **تحدد:** أوجد قيمة k التي تجعل كلاً من المعادلين الآتيين متطابقة:

$$b) 15s - 10 + k = 2(k - 1)s$$

$$a) k(3s - 2) = 4 - 6s$$

٢٨) **اكتب:** وضح كلاً من أوجه الشبه والاختلاف بين حل معادلات تحتوي متغيرات في كلا طرفيها، وحل معادلات من خطوة واحدة أو متعددة الخطوات، تحتوي متغيرات في أحد طرفيها فقط.

تدريب على اختبار

٣٠) ما قيمة s التي تحقق المعادلة الآتية؟

$$\frac{4}{5}s + 7 = \frac{3}{15}s - 3$$

$$d) 10 - \frac{4}{9}$$

$$a) -\frac{2}{3}$$

$$b) -\frac{4}{9}$$

$$c) -\frac{2}{3}$$

٢٩) بدأت طائرة شراعية الهبوط من ارتفاع ٢٥ متراً عن سطح الأرض ب معدل ثابت مقداره ٢ متر في الثانية. فأي المعادلات الآتية تبين ارتفاع الطائرة بعد ن الثانية؟

$$a) u = 25n + 2n \quad c) u = 2n + 25$$

$$b) u = -25n + 2n \quad d) u = -2n + 25$$

مراجعة تراكمية

٤٠) **حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:** (الدرس ١-٢)

$$31) 4n + 6 = 4 - 5n \quad (32)$$

$$33) 2 - 3 - \frac{1}{7} = \frac{5}{6} + \frac{s}{9} \quad (34)$$

$$35) s + 1 = 0$$

$$36) s - 2 = 4$$

$$37) 2 + \frac{45}{s} = 17 \quad (40)$$

٤١) **حل كلاً من المعادلات الآتية:** (الدرس ١-٢)

$$38) 6(s + 5) = 42$$

$$39) 92 + s = 11 \quad (41)$$

$$40) |42 - 3| = 5 |$$

$$41) |43 - 2| = 1 |$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$42) |3 - |$$

$$43) |2 - |$$

$$44) |3 - | - 3|$$





حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

لماذا؟



أُجري مسح لمعرفة أنواع الكتب التي يقرؤها طلاب الجامعة، وسمح للشخص الواحد بأن يختار أكثر من نوع من الكتب.

نفترض أنه يوجد في هذا المسح نسبة خطأ مقدارها ٣٪، وهذا يعني أنه قد يكون في هذا المسح زيادة ٣٪ أو نقص ٣٪ فعلى سبيل المثال، قد تزيد نسبة الذين يقرؤون كتب الثقافة الإسلامية حتى تصل إلى ٦٩٪، أو قد تقل إلى ٦٣٪.

عبارات القيمة المطلقة: يتم حساب قيمة العبارات التي تتضمن قيمة مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

فيما سبق

درست حل المعادلات التي تحتوي متغيرات في طرفيها.

والآن

- أحسب قيمة عبارات تتضمن القيمة المطلقة.
- حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

مثال ١ العبارات الجبرية التي تتضمن القيمة المطلقة

احسب قيمة $|m + 6| - 14$ ، إذا كانت $m = 4$.

$$\text{عُوض } m = 4$$

$$|m + 6| - 14 = |4 + 6| - 14$$

$$10 = 6 + 4$$

$$14 - |10| =$$

$$10 = |10|$$

$$14 - 10 =$$

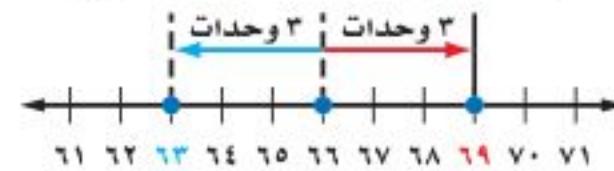
بسط.

$$4 =$$

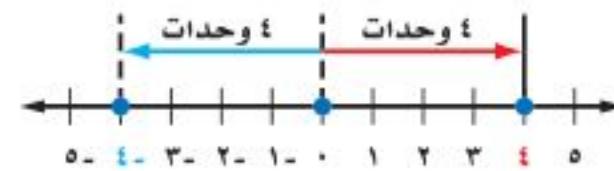
تحقق من فهمك

١) احسب قيمة العبارة : $|23 - 4s|$ ، إذا كانت $s = 2$.

معادلات القيمة المطلقة: بالنظر إلى الفقرة الواردة في أعلى الصفحة نلاحظ أن نسبة الخطأ فيها هو مثال على القيمة المطلقة. فالمسافة بين ٦٦ و ٦٩ على خط الأعداد تساوي المسافة بين ٦٣ و ٦٦.



هناك ثلاثة أنواع من الجمل الرياضية التي تتضمن قيمة مطلقة: $|s| = n$ ، $|s| < n$ ، $|s| > n$. وستتناول في هذا الدرس النوع الأول فقط. فمثلاً المعادلة $|s| = 4$ تعني أن المسافة بين s ، والصفر تساوي ٤ وحدات.



إذا كانت $|s| = 4$ ، فإن $s = 4$ ، أو $s = -4$. وبذلك تكون مجموعة حل هذه المعادلة هي $\{-4, 4\}$.

ويجب أن تأخذ كلتا الحالتين في الحسبان في معادلات القيمة المطلقة. ولحل معادلة القيمة المطلقة، لغرض



مفهوم أساسى

معادلات القيمة المطلقة

مطويتك

التعبير اللغظى: عند حل معادلات تتضمن قيماً مطلقة هنالك حالتان يجب أخذهما في الحسبان:

الحالة ١: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفرًا.

الحالة ٢: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

الرموز: لأي عددين حقيقيين a, b إذا كانت $|a| = b$ فإن $a = b$, أو $a = -b$.

مثال: $|d| = 10$ إذن $d = 10$ أو $d = -10$

قراءة الرياضيات

القيمة المطلقة

تقرأ العبارة $|f + 5|$

القيمة المطلقة للمقدار

" f زائد خمسة".

حل معادلات القيمة المطلقة

مثال ٢

حل كلاً من المعادلين الآتيين، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

$$(a) |f + 5| = 17$$

المعادلة الأصلية

$$|f + 5| = 17$$

الحالة ٢

$$f + 5 = 17$$

الحالة ١

$$f + 5 = -17$$

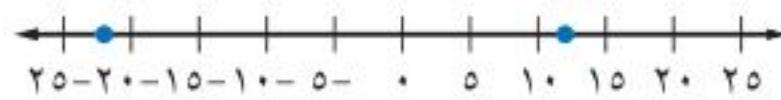
$$f + 5 = 5 - 17$$

اطرح ٥ من كلا الطرفين

$$f = 22$$

بسط

$$f = 12$$



$$(b) |b - 1| = 3$$

$|b - 1| = 3$ تعنى أن المسافة بين b و ١ تساوى ٣،

وبما أنه لا يمكن أن تكون المسافة سالبة فإن مجموعه حل هذه

المعادلة هي المجموعه الخالية \emptyset .

تحقق من فهمك حل كلاً من المعادلين الآتيين، ومثل مجموعه الحل بيانياً:

$$(b) |3n - 4| = 1$$

$$(a) |2c + 4| = 12$$



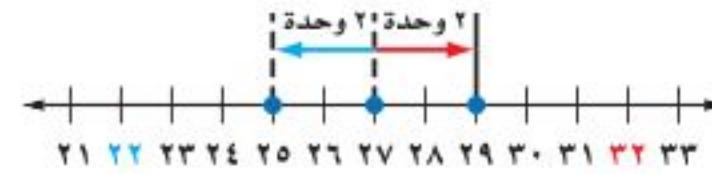
تَظَهُرُ مَعَادِلَاتُ القيمة المطلقة في المواقف الحياتية؛ حيث تصف المدى الذي يجب أن تقع ضمنه قيم المتغير.

مَثَال٣ مِنْ وَاقِعِ الْحَيَاةِ استعمال خط الأعداد لحل المسائل

أَفْاعٍ: يجب أن تكون درجة حرارة المكان المخصص للأفاعي في حديقة الحيوان نحو 27°S بزيادة أو نقصان قدرها 2° . أوجد درجتي الحرارة العظمى والصغرى للمكان.

يمكن أن تستعمل خط الأعداد لحل المسألة.

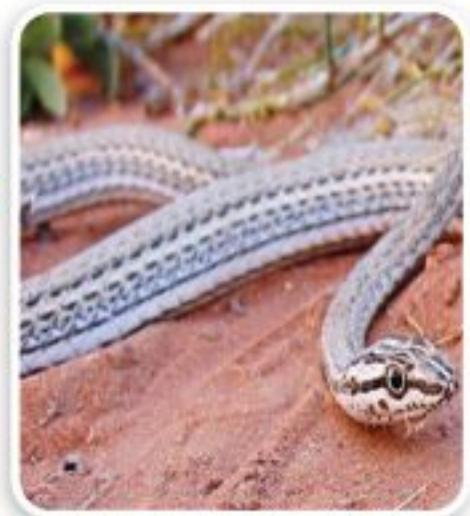
المسافة بين 27 و 25 تساوي 2 وحدة.
المسافة بين 27 و 29 تساوي 2 وحدة.



إذن درجة الحرارة العظمى 29°S ، ودرجة الحرارة الصغرى 25°S .

تحقق من فهمك

٣) دواء: يجب حفظ أحد الأدوية عند درجة 8°S بزيادة أو نقصان مقدارها 3° .
أوجد درجتي الحرارة العظمى والصغرى اللتين يجب حفظ الدواء عندهما.



الربط مع الحياة

درجة حرارة الأفاعي:

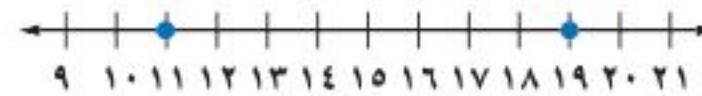
الأفاعي من ذوات الدم البارد، فهي تفضل درجات حرارة متوسطة، ليست مرتفعة جدًا أو منخفضة جدًا، ومع ذلك فلكل نوع حاجة من الحرارة، فثعابين الصحراء مختلفون عن ثعابين الغابات.

إذاً أُعطيت نقطتان على خط الأعداد، يمكنك أن تكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل المسافة بينهما.

كتابة معادلة القيمة المطلقة

مَثَال٤

اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل الآتي:



أوجد نقطة تبعد المقدار نفسه عن 11 وعن 19 .

هذه النقطة هي نقطة المنتصف بين 11 و 19 وتساوي 15 .

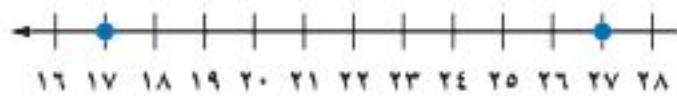
المسافة بين 15 و 11 تساوي 4 وحدات
المسافة بين 15 و 19 تساوي 4 وحدات



إذن المعادلة المطلوبة هي: $|s - 15| = 4$.

تحقق من فهمك

٤) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة للتمثيل الآتي:



ارشادات للدراسة

إيجاد نقطة المنتصف

لإيجاد النقطة التي تقع في منتصف المسافة بين نقطتين اجمع العددين اللذين يمثلانهما، وأقسم المجموع على 2 .

فمثلاً في المثال 4 :

$$30 = 19 + 11$$

$$15 = 2 \div 30$$

لذا فإن نقطة المنتصف بين $19, 11$ هي 15 .



مثال ١ احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت $f = -4$ ، $h = 5$ ، $d = 3$ ، $e = 2$:

$$(\text{١}) \quad ١٣ + |_h - ٣| \quad (\text{٢}) \quad |٩ + |_d - ١٦| \quad (\text{٣}) \quad |_h - |_d + |_f$$

مثال ٢ حل كلاً من المعادلات الآتية، ومثل مجموعه الحل بيانياً:

$$x = |v - u| \quad (6) \qquad y = |w - v| \quad (5) \qquad z = |u + w| \quad (4)$$

مثال ٣ ٧) استثمار: تعتقد شركة أنها تربح في استثماراتها ما نسبته ١٢٪ زائد أو ناقص ٣٪. احسب أكبر وأقل نسبة ربح تعتقد الشركة أنها ستحصل عليه.

مثال ٤ اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل من التمثيلين الآتيين:

تدريب و حل المسائل

مثال ١ احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت $A = -2$ ، $B = -3$ ، $C = 2$ ، $S = 1$ ، $T = 3$ ، $U = -4$:

$$| ج_3 + ج_2 | - ٤٠) \quad | ج_3 + ج_2 | - ١١)$$

١٢) | ص-٤ | ٣- | ج-٨- ب-٣ | ٣) ١٣

$$14) \quad بـ ٦ + عـ ٢ | ١٤ \quad 15) \quad جـ ٤ - عـ ٣ + ٢ | ١٥$$

مثال ٢ حل كلاً من المعادلات الآتية، ومثل مجموعه الحل بيانياً:

$$V = |V_0 + \vec{v}| \quad (17)$$

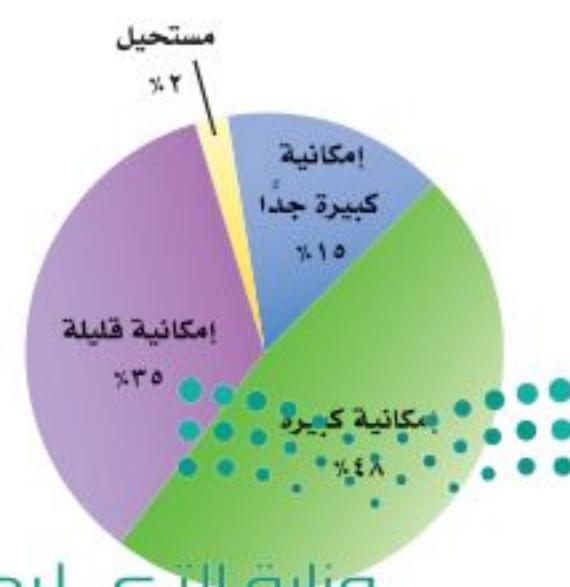
$$v = |z - n| \quad (16)$$

۲۰ = | آ - ۴ | (۱۹)

$$o = |\gamma - \omega| \quad (18)$$

$$\gamma = |\gamma + \alpha - | \quad (21)$$

$$3 = \left| 5 + \sin \frac{1}{x} \right| \quad (20)$$



مثال ٣ ٢٢) دراسة مسحية: يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاورة نتائج دراسة مسحية وجّه فيها السؤال الآتي إلى عدد من الشباب: "ما إمكانية أن تصبح ثريًا يومًا ما؟" فإذا كانت نسبة الخطأ في هذا المسح $\pm 4\%$ ، فما مدى النسبة المئوية للشباب الذين أجابوا بأن إمكانية أن يصبحوا أثرياء كبيرة جدًا؟

(٢٣) **حوار:** يعطي المتكلم في برنامج حواري متلفز فرصة الحديث لمدة دقيقتين مع فارق ± 5 ثوانٍ.

أ) أوجد أطول وأقصر مدة ممكنة للحديث بالدقائق وبالثوانٍ.

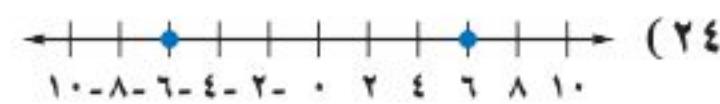
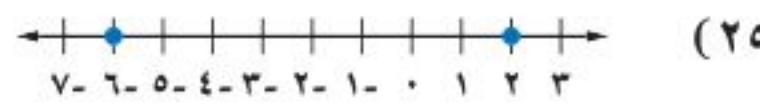
ب) أوجد أطول وأقصر مدة ممكنة للحديث بالثوانٍ.



الربط مع الحياة

أهمية الحوار:

للحوار قيمة حضارية وانسانية في حياتنا وممارساتنا التربوية والأسرية؛ للتعرف على آراء الآخرين والتواصل معهم، وقد حثنا القرآن الكريم والسنة النبوية على الحوار الهدف لصالح الفرد والمجتمع.



حل كلاً من المعادلات الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

$$12 = |6 + 3d| \quad (٢٧)$$

$$10 = |\frac{1}{2}b - 2| \quad (٢٦)$$

$$12 = |3f - 5| \quad (٢٩)$$

$$10 = |4 - 3c| \quad (٢٨)$$

(٣٠) **مضمار:** مضمار سباق التابع 4×400 هو سباق يتناوب فيه ٤ عدائين الجري مسافة ٤٠٠ متر أو دورة واحدة لكل منهم حول المضمار.

أ) إذا أنهى العداء الأول دورته في ٥٢ ثانية زائد أو ناقص ٢ ثانية، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له.

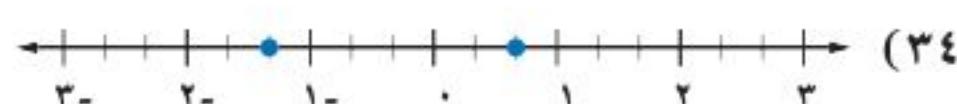
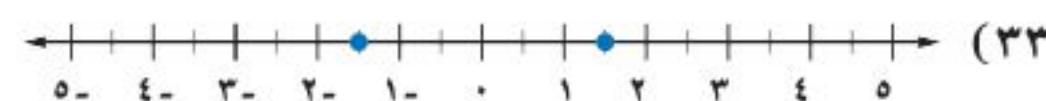
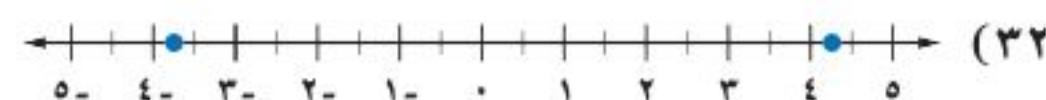
ب) إذا أنهى العداء الثاني دورته في ٥٣ ثانية زائد أو ناقص ثانية واحدة، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له.

(٣١) **سيارات:** تتأثر دقة مقياس سرعة السيارة بعدة عوامل؛ منها قطر الإطارات. فإذا كان الفارق عن القراءة الدقيقة عند السرعة ٥٠ كلم/س هو ± 3 كلم/س.

أ) فما مدى السرعة الحقيقية عندما تكون السرعة ٥٠ كلم/س؟

ب) إذا علمت أنه عندما تكون السرعة ٤٥ كلم/س يصبح فارق السرعة ± 1 كلم/س فقط، فماذا تستنتج؟

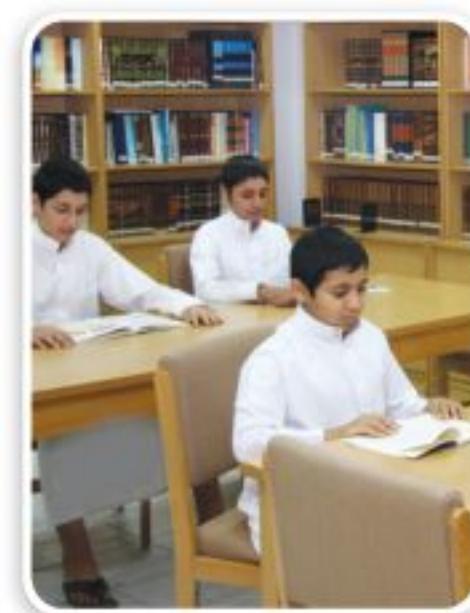
اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة لكلاً من التمثيلات الآتية:



٣٥) صوتيات: يوجد في أحد المدرجات حوالي ٢٠٠٠٠ شخص بفارق لا يجاوز ألف شخص أكثر أو أقل، يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية بوضوح.

أ) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لتمثل الحد الأقصى لعدد الأشخاص الذين يمكنهم أن يسمعوا الأصوات الطبيعية في هذا المدرج بوضوح (افترض أن $n =$ عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات بوضوح).

ب) ما مدى عدد الأشخاص في الفقرة أ؟



٣٦) قراءة: اتفق طلاب الثالث المتوسط في مدرسة على قراءة فصل من كتاب ينتهي عند الصفحة ٢٠٣، مع زيادة أو نقص عشر صفحات.

أ) اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثل أرقام الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطلاب عن القراءة.

ب) اكتب مدى الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطلاب عن القراءة.

الربط مع الحياة

بلغ عدد زوار مكتبة الملك عبد العزيز العامة بالرياض في أحد الأعوام نحو ٦٥٠ ألف زائر، أي بمعدل ١٨٠٠ زائر يومياً.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٧) مسألة مفتوحة: صف موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بالمعادلة: $|س - 4| = 10$.

٣٨) تبرير: مفترضاً أن جـ عدد صحيح، حدد ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أحياناً أو صحيحة دائماً أو غير صحيحة أبداً، وفسر تبريرك:

أ) قيمة $|س + 1|$ أكبر من الصفر.

ب) حل المعادلة: $|جـ + س| = 0$ عدد أكبر من الصفر.

جـ) ليس للمتباعدة: $|س| + جـ > 0$ حلاً.

٣٩) تبرير: لماذا لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة سالبة؟

٤٠) اكتشف الخطأ: حلَّ كلُّ من علي وعبدالرحمن المعادلة: $|س + ٥| = ٣$ كما هو موضح أدناه ، فأيهما إجابته صحيحة؟ ولماذا؟

عبدالرحمن

$$|س + ٥| = ٣ \\ \text{ليس لها حل ، } \emptyset$$

علي

$$\begin{array}{rcl} |س + ٥| = ٣ & \text{أو} & |س + ٥| = -٣ \\ س + ٥ = ٣ & & س + ٥ = -٣ \\ \hline س = ٣ - ٥ & & س = -٣ - ٥ \\ س = -٢ & & س = -٨ \end{array}$$



تدريب على اختبار

٤٣) أي المعادلات التالية تمثل الخطوة الثانية في عملية الحل الموضحة؟

$$\text{الخطوة ١: } 4(2s + 7) - 6 = 3s$$

$$\text{الخطوة ٢: } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{الخطوة ٣: } 8s + 28 - 6 = 3s$$

$$\text{الخطوة ٤: } 8s - 22 = 3s$$

$$\text{الخطوة ٥: } s = 4, 4 -$$

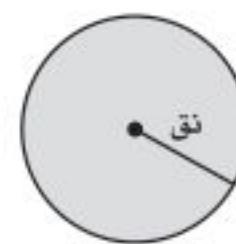
أ) $4(2s - 7) = 3s + 6$ ج) $8s - 7 = 3s + 6$

ب) $4(2s + 1) = 3s - 6$ د) $8s + 6 - 28 = 3s$

٤٢) هندسة: ما محيط الدائرة التي مساحتها ٢٥ ط سنتيمتر مربعًا؟

أ) ٥ ط سم

ب) ١٠ ط سم



مراجعة تراكمية

حل كلاً من المعادلتين الآتتين: (الدرس ٤-١)

٤٤) $2s + 1 = 8s$

٤٦) حل المعادلة $6 + s = 9$ (الدرس ٣-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

عبر عن كل مسألة مما يأتي بمعادلة، وحلها.

٤٨) ما العدد الذي نضربه في ٧ فيكون الناتج ٩٨٤ -

٤٩) ما العدد الذي ^{٢٤} خمساه ؟

٥٠) ما العدد الذي ثلاثة أمثاله تساوي ١١٧ -



الفصل ١ اختبار الفصل

١٤) أسماك: متوسط طول سمكة الهامور يساوي ٦٥ سم ، وهذا يساوي متوسط طول سمكة الشعري مضروباً في ٢،٦ .

أ) اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد متوسط طول سمكة الشعري.

ب) ما متوسط طول سمكة الشعري ؟

١٥) اختيار من متعدد: ما حلّ المعادلة: $|3 - 6| = 9$.

ج) $2, 3 - 6$

د) 2

ب) $2, 1 - 3$

ج) $1, 2 - 3$

١٦) قهوة: يُقال إنه لكي تشرب فنجانًا ممتازًا من القهوة يجب غليها عند درجة حرارة 200°F زائد أو ناقص 5° . اكتب معادلة تمثل درجتي الحرارة العظمى والصغرى لغلي فنجان ممتاز من القهوة، ثم حل المعادلة.

١٧) اختيار من متعدد: أي المعادلات الآتية تمثل متطابقة؟

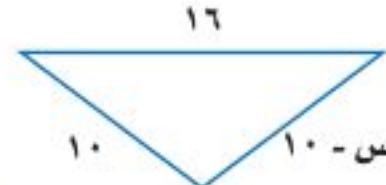
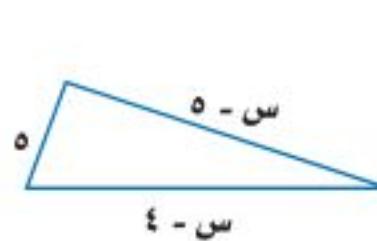
أ) $l + 3 = 3 + l$

ب) $2l + 3 = 3 + 2l$

ج) $4l - 1 = 4l + 1$

د) $6l + 5 = 5 + 6l$

١٨) هندسة: أوجد قيمة s التي تجعل لكل من الشكلين الآتيين المحيط نفسه:



اكتب معادلة تمثل المسألة في كلٍ مما يأتي:

١) حاصل جمع العدد ٦ إلى أربعة أمثال d ، يساوي d مطروحاً منه ٩ .

٢) حاصل ضرب العدد ٣ بالفرق بين مثلي m والعدد ٥ ، يساوي ثمانية أمثال القوة الثانية للعدد m .

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(3) s - 5 = 11$$

$$(4) \frac{2}{3} = m + \frac{1}{4}$$

$$(5) \frac{t}{6} = 3 - \frac{3}{4}$$

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(6) 12 - 5 = 13$$

$$(7) \frac{b}{4} - 3 = \frac{9}{4}$$

حل كلاً من المعادلين الآتيين وتحقق من صحة الحل:

$$(8) l + 8 = 5 + l$$

$$(9) \frac{3}{4}h - 6 = 9 - \frac{1}{4}h$$

حل كلاً من المعادلين الآتيين، ثم مثّل مجموعة الحل بيانياً:

$$(10) |s - 6| = 0$$

$$(11) |5s + 2| = 9$$

أوجد قيمة كلٍ من العبارتين الآتتين إذا كانت $s = -4$ ، $m = 7$ ، $u = -9$:

$$(12) |2s - 3m| + 2s$$

$$(13) |u - 4m| + 2u$$



الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

٤) أوجد العدد الذي ناتج جمع خمسه مع العدد ٣ يساوي نصفه.

- (أ) ٥ (ج) ١٥

- (ب) ١٠ (د) ٢٠

٥) حل المعادلة $\frac{s}{2} = \frac{5}{2}$ هو:

- (أ) $\frac{5}{2}$ (ج) $\frac{5}{4}$

- (ب) ٥ (د) ١

٦) أيٌ مما يأتي يمثل متطابقة؟

(أ) $(s+4)^3 = s^3 + 4$

(ب) $s^3 + s^5 + s^7 = s^3 + s^2 + s^12$

(ج) $(s+4)^3 = s^4 + s^12$

(د) $\frac{3}{4}s = \frac{3}{2}$

٧) القيمة العددية للعبارة $|s^2 + 1|$ إذا كانت $s = -1$ هي:

- (أ) ٣ (ج) ٣-

- (ب) ١ (د) ١-

٨) مجموعة حل المعادلة $|s - 1| = 1$ هو:



(ج) \emptyset

(أ) $\{1, 0\}$

(ب) $\{0\}$

(د) $\{1, -1\}$

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أوجد قيمة س التي تجعل مساحتَي الشكلين أدناه متساوين.



٢٥ سم



S سم

- (أ) ١٠ (ج) ١٣

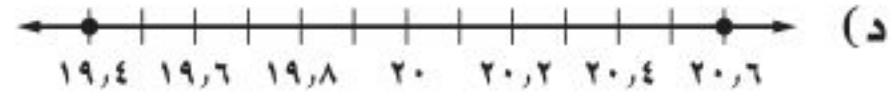
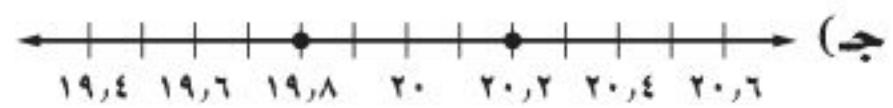
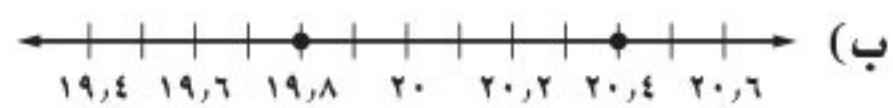
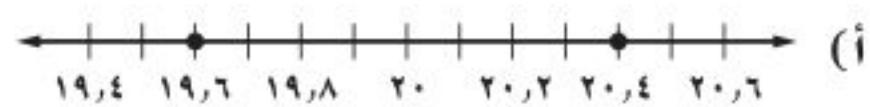
- (ب) ١٢ (د) ١٥

٢) ثمن كمبيوتر محمول أكثر من ١٦ مثل المبلغ الذي مع سعيد بمقدار ٢٧ ريالاً، إذا كان مع سعيد ٢٥٧ ريالاً، فما ثمن الكمبيوتر؟

- (أ) ٤٠٨٥ ريالاً (ج) ٤١٣٩ ريالاً

- (ب) ٤١٠٣ ريالات (د) ٤٢١٥ ريالاً

٣) يُعبر عن كمية الصودا الموجودة في مقدار معين من سائل بالمعادلة $|s - 4| = 20$ ، أي التمثيلات الآتية تعبّر عن أقل وأكبر كمية؟



إجابة قصيرة

٦) حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$9) \frac{s}{18} = \frac{7}{21}$$

$$10) s + 3 = 20$$

$$11) 7s = 21$$

$$12) |s| = 4$$

أ) أوجد قيمة كلٌّ من العبارتين الآتتين إذا كانت:

$$s = -1, \quad s = 2, \quad u = 1 : \quad$$

$$13) |2s^2 + su|$$

$$14) |5 - 3s| + u$$

إجابة مطولة

- ١٥) حصل فؤاد على عرضين مختلفين من شركة تأمين:
العرض الأول: اشتراك سنوي قيمته ٢٥٠٠ ريال، وفي كل مراجعة لمركز صحي يدفع المشترك ٧٥ ريالا.
العرض الثاني: اشتراك سنوي قيمته ٣٠٠٠ ريال، وفي كل مراجعة لمركز صحي يدفع المشترك ٥٠ ريالا.

أ) اكتب معادلة تعبر عن الحالة التي تتساوى فيها تكلفتا العرضين بالنسبة لعدد المراجعات س، وحلها.

ب) إذا كان عدد المراجعات في العام ٣٠ مراجعة، فأي العرضين يكون أفضل؟ برر إجابتك.

ج) إذا كان عدد المراجعات ١٥ مراجعة في العام، فأي العرضين يكون أفضل؟ برر إجابتك.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ١٥ | ١٤ | ١٣ | ١٢ | ١١ | ١٠ | ٩ | ٨ | ٧ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ١ | |
| ٤-١ | ٥-١ | ٥-١ | ٥-١ | ٥-١ | ٢-١ | ٢-١ | ٢-١ | ٥-١ | ٥-١ | ١-١ | ٣-١ | ٣-١ | ٥-١ | ٣-١ | ٤-١ |

الفصل ٢

العلاقات والدوال الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية جبرياً.

والأآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً وأكتبها.
- استعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أتعرف المتتابعات الحسابية كدوال خطية.

المادة

متزهات: يعد متنزه الحبلة في منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنوياً بصورة ثابتة تقريرياً، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

المفردات:

- النظام الإحداثي ص (٥٠)
- المخطط السهمي ص (٥٠)
- المتغير المستقل ص (٥٢)
- المتغير التابع ص (٥٢)
- الدالة ص (٥٦)
- المعادلة الخطية ص (٦٣)
- الميل ص (٧٨)

المسطويات

منظم أفكار

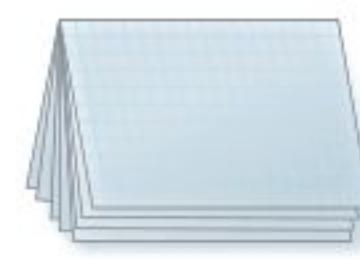
العلاقات والدوال الخطية أعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات والدوال الخطية، مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

٤ سم غلاف المطوية
بعنوان الفصل، ثم رقم
الصفحات بتسلسل
الدروس: وخصص
الصفحة الأخيرة
للمفردات الجديدة.

٣ قص هامشاً طولياً من
الطرف الحر للأوراق
عرض سطرين، مبتدئاً
بالورقة الأخيرة، ثم التي
تسقبها وهكذا.

١ قص عند خط الطي
وثبت الأنصاف الشمانية
معاً لتشكل كتيباً.

١ اطوي كل ورقة إلى
نصفين من أعلى إلى
أسفل.





التهيئة للفصل ٢

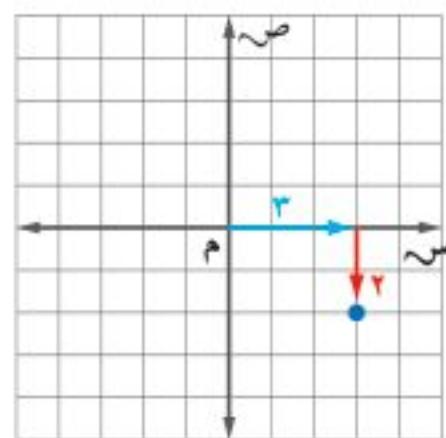
تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال ١

مثل النقطة (٣ ، -٢) في المستوى الإحداثي:

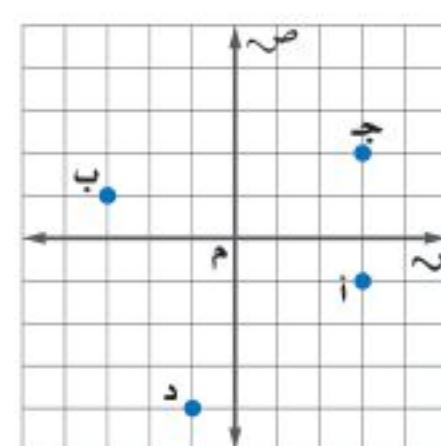


اختبار سريع

مثل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

(مهارة سابقة)

$$(١) (-١, ٢) (٢) (٣, ٠) (٣) (٠, ٣) (٤) (١, ٢)$$



مثال ٢

$$\text{حل المعادلة: } ٣س = ٩.$$

المعادلة الأصلية

$$٣س = ٩$$

اضرب كلا الطرفين في العدد $\frac{1}{3}$

$$٩ \times \frac{1}{3}س = \frac{1}{3} \times ٩$$

بسط

$$س = ٣$$

مثال ٣

احسب $\frac{أ-ب}{ج-د}$ إذا كانت $أ = ٣$ ، $ب = ٥$ ، $ج = -٢$ ، $د = -٦$.

العبارة الأصلية

$$\frac{أ-ب}{ج-د}$$

عُوض قيم أ، ب، ج، د

$$\frac{٣-٥}{-٢--٦} =$$

بسط

$$\frac{-٢}{٤} =$$

اقسم -٢، ٤ على ق.م.أ. لهما ويساوي ٢

$$\frac{٢ \div -٢}{٤ \div ٤} =$$

بسط ، بما أن الإشارتين مختلفتان،
لذا فناتج القسمة سالب

$$\frac{١}{٢} \text{ أو } -\frac{١}{٢} =$$

حل كلاً من المعادلات الآتية : (الدروس ٤-١.٣-١.٢-١)

$$(٨) ٢س = ٨ (٩) س + ١ = ٦$$

$$(١٠) ٥ = ١ - \frac{١}{٣}س (١١) ١ = \frac{١}{٣}س$$

$$(١٢) ٤ = ٤ + ٢س (١٣) ٢س + ٢ = س$$

أوجد قيمة $\frac{أ-ب}{ج-د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية:

(الدرس ١-١)

$$(١٤) ٥ = د، ٩ = ج، ٦ = ب، ٧ = أ$$

$$(١٥) ١ = د، -٣ = ج، ٣ = ب، ٠ = أ$$

$$(١٦) ٨ = د، ٥ = ج، ٥ = ب، -٥ = أ$$

$$(١٧) ٢ = د، ٨ = ج، ٣ = ب، ٦ = أ$$



العلاقات

لماذا؟

كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثره الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطاً أكبر. والمعادلة $P = \rho \cdot h$ تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. حيث إن:

ρ = كثافة الماء

h = عمق الماء

(علمًا بأن $P = \rho \cdot h$)

١ - ٢

فيما سبق

درست حل المعادلات
بمتغير أو بمتغيرين.

واليآن

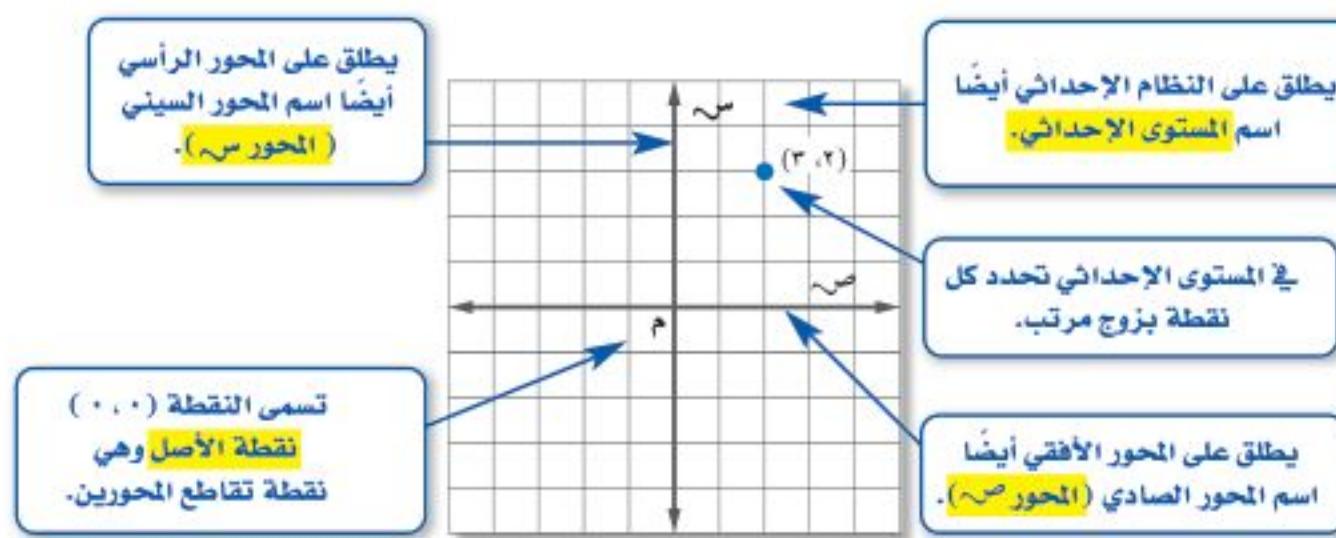
- أمثل العلاقات.
- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

المفردات

- النظام الإحداثي
- المستوى الإحداثي
- المحور سـ
- المحور صـ
- نقطة الأصل
- الزوج المرتب
- الإحداثي السيني
- الإحداثي الصادي
- العلاقة
- المخطط السهمي
- المجال
- المدى
- المتغير المستقل
- المتغير التابع

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي.

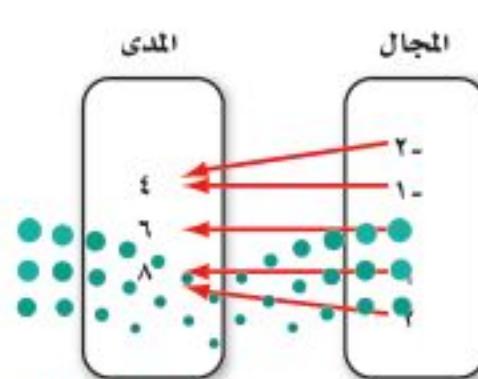
النظام الإحداثي يتكون من تقاطع خطّي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.



تُمثل النقطة على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

- **الزوج المرتب** عددان يكتبهان على الصورة (س، ص).
- تُسمى قيمة س **بالإحداثي السيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور صـ.
- تُسمى قيمة ص **بالإحداثي الصادي** وتمثل البعد الرأسي للنقطة عن المحور سـ.

تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

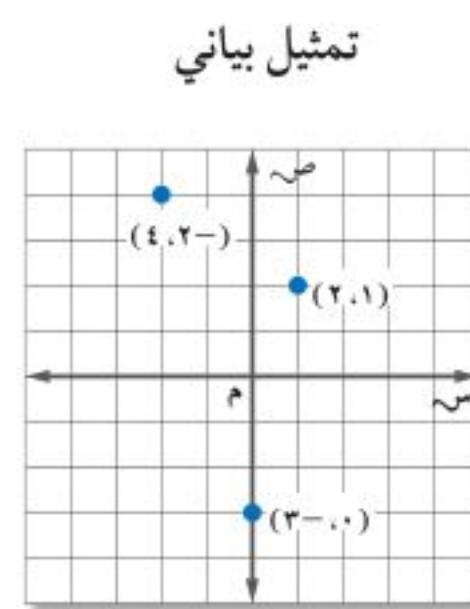
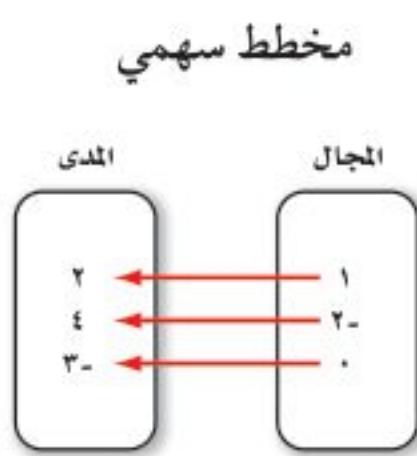


ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.
ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**،
وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:
 $(-2, 4), (-1, 4), (0, 6), (1, 8), (2, 8)$

إرشادات للدراسة

الممثلات المتعددة:
يُخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة عرضاً مختلفاً.
فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.



جدول

| س | ص |
|----|----|
| 2 | 1 |
| 4 | 2- |
| 3- | 2- |
| 3- | - |

أزواج مرتبة

- (2, 1)
- (3-, 0)
- (4, 2-)
- (3-, -)

بما أن قيمة س في العلاقة هي عناصر المجال، وقيمة ص هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو: {3-, 1, 0}، والمدى هو: {4, 2-, -}.

مثال ١ تمثيلات العلاقة

أ) مثل العلاقة $\{(2, 5), (5, 2-), (-1, 2), (-5, 3)\}$ بجدول، وبيانياً، وبمخطط سهمي.

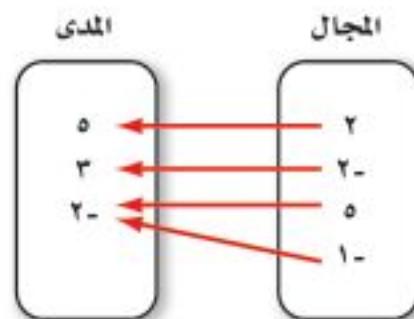
الجدول:

| ص | س |
|----|----|
| 5 | 2 |
| 3 | 2- |
| 2- | 5 |
| 2- | -1 |

اكتِب الإحداثي السيني في العمود الأول

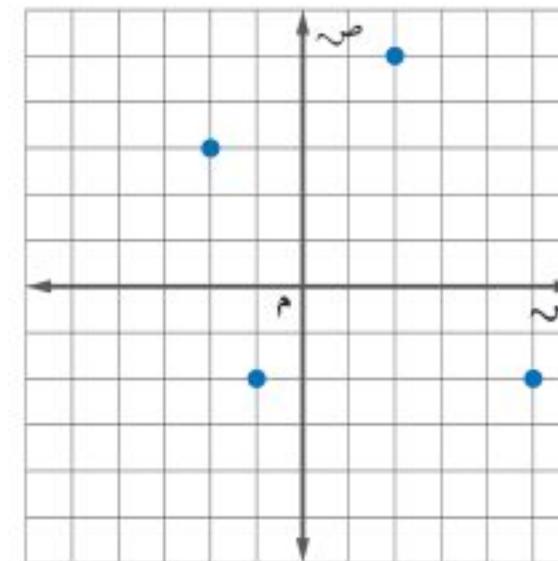
من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

المخطط السهمي
ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم أسهمًا من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



التمثيل البياني

مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.



ب) حدد كلاً من مجال العلاقة ومداها.

المجال هو: {-2, -1, 2, 5}، والمدى هو: {-5, -3, 2}.

تحقق من فهمك

١١) مثل العلاقة $\{(-4, 3), (-3, 2), (-2, 3), (-1, 0), (0, 1), (1, 4), (2, 3), (3, -4)\}$ بجدول، وبيانياً، وبالمخطط السهمي.

ب) حدد كلاً من: المجال والمدى.

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

مثال ٢ من واقع الحياة المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة



الربط مع الحياة

مهرجان الجنادرية

مهرجان الجنادرية مهرجان تراثي وثقافي كبير يقام في المملكة العربية السعودية سنويًا منذ عام ١٤٠٥ هـ، ويجمع بين الماضي والحاضر، ويجذب العديد من الزوار.

حدّد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

- أ) **مبيعات**: في مهرجان الجنادرية، بيع أحد الأجنحة صورًا تذكارية. وكلما زادت المبيعات، زاد الدخل.

عدد الصور المبيعة متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالدخل الذي يحققه الجناح، أما الدخل فيكون متغيراً تابعاً؛ لأن مقداره يعتمد على عدد الصور المبيعة.

- ب) **أكلات شعبية**: في مهرجان الجنادرية، بيع أحد الأجنحة أكلات شعبية من المناطق السعودية المختلفة. وكلما زاد عدد زوار الجناح زادت أرباحه.

عدد الزوار متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالأرباح التي يجنيها الجناح، أما الأرباح فتكون متغيراً تابعاً؛ لأن مقدارها يعتمد على عدد زوار الجناح.

تحقق من فهمك

حدّد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

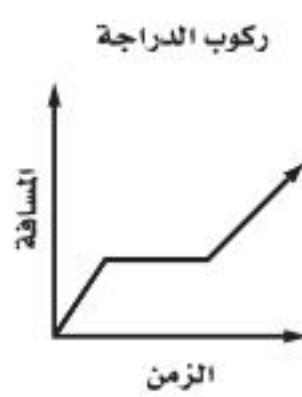
- ١٢) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

- ٢) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.

التمثيل البياني للعلاقات: يمكن تمثيل العلاقة دون تدريج المحورين. وتفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل أشكالها.

تحليل التمثيلات البيانية

مثال ٣



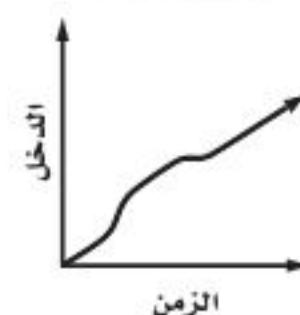
يوضح التمثيل البياني المجاور المسافة التي قطعها سعد بدراجته الهوائية، صف هذا التمثيل.

تزداد المسافة بازدياد الزمن حتى يصبح الخط أفقياً. حيث يزداد الزمن مع بقاء المسافة ثابتة. مما يعني أن سعدًا قد توقف في هذه المرحلة ثم تابع ركوب الدراجة، فازدادت المسافة مع ازدياد الزمن بعد ذلك.

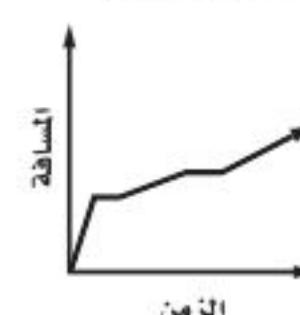
تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:

- ٣ب) التغير في الدخل



- ٤) حالة المدرسة



مثال ١ مثل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانياً، وبمخطط سهمي، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

(١) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ (٢) $\{(5, 0), (4, 1), (0, 5)\}$

مثال ٢ حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

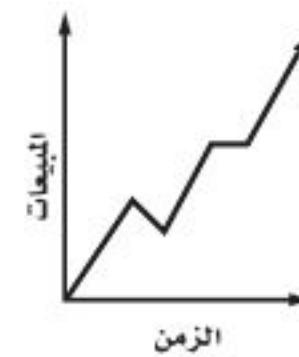
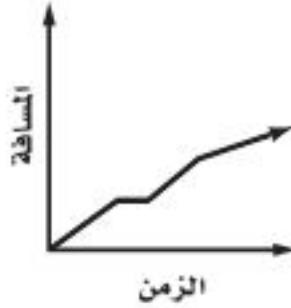
(٣) زيادة درجة حرارة مركب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.

(٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشتري بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

(٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

مثال ٣ صُف كلاً من التمثيلين البيانيين الآتيين:

(٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.



تدريب وحل المسائل

مثال ١ مثل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانياً، وبمخطط سهمي، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

(٧) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 6), (4, 5), (5, 0)\}$ (٨) $\{(1, 4), (2, 6), (3, 2), (4, 0), (5, 0)\}$

(٩) $\{(1, 2), (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ (١٠) $\{(1, 6), (2, 3), (3, 1), (4, 2), (5, 7)\}$

مثال ٢ حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

(١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركاً، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوي. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

(١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورة أسرع، فإنه يستغرق وقتاً أطول للوقوف التام.

(١٤) يزيد التدخين من احتمال التعرض للإصابة بداء السكري من النوع الثاني.

مثال ٣ صُف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

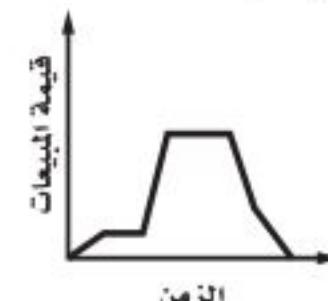
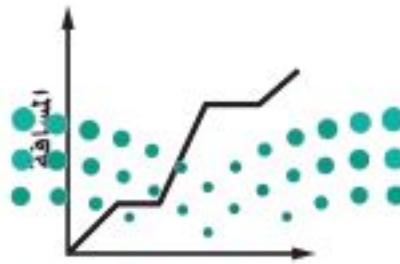
(١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه (١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه (١٧) يوضح التمثيل البياني أدناه

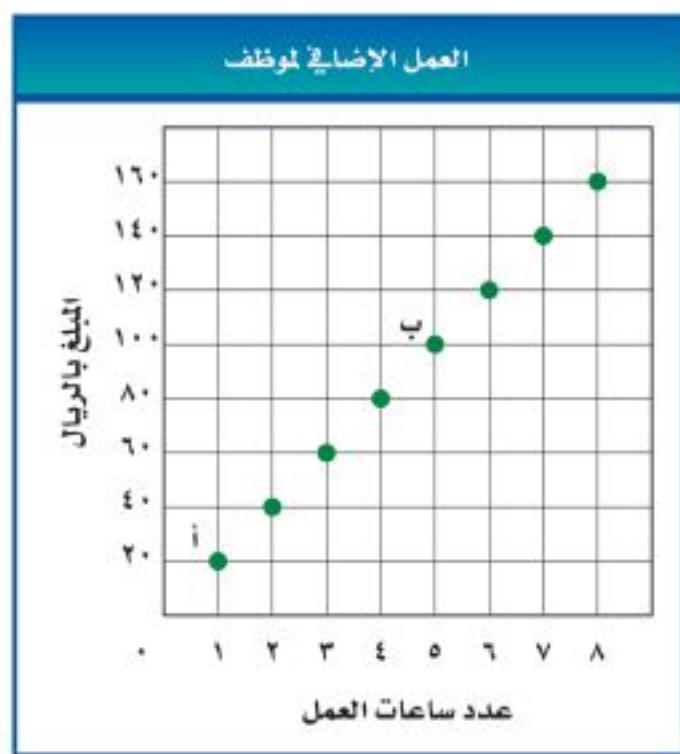
المسافة التي قطعتها سيارة.

قيمة لوحة فنية نادرة.

مبيعات محل للأدوات

الرياضية.





استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٨ - ٢٠ :

١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.

١٩) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.

٢٠) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.



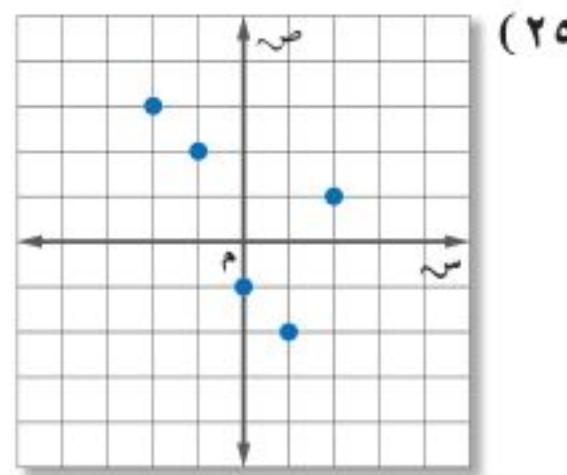
استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢١ - ٢٣ :

٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج ، وبيّن ماذا يمثل.

٢٢) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د ، وبيّن ماذا يمثل.

٢٣) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

مثل كل علاقة فيما يأتي في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدّد كلاً من مجالها ومداها:



(٢٤)

| أسعار السمك | |
|--------------|--------------|
| السعر (ريال) | الكتلة (كجم) |
| ٢٥ | ١ |
| ٥٠ | ٢ |
| ١٢٥ | ٥ |
| ١٥٠ | ٨ |

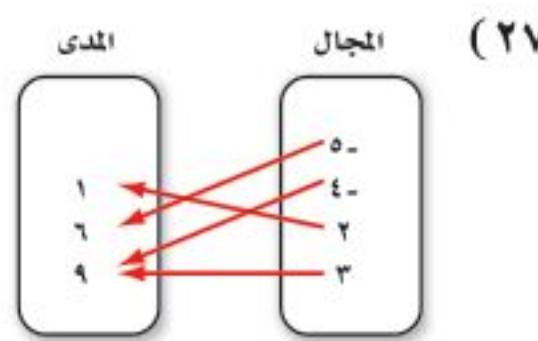
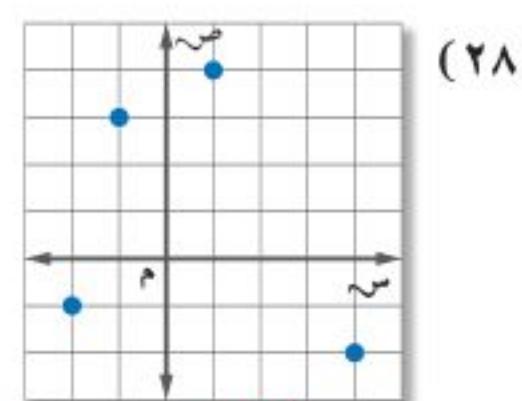


الربط مع الحياة

تعد الأسماك طعاماً مغذياً ومفيداً، فهي تحوي كثيراً من العناصر الغذائية،

مثل: الحديد والأملح المعدنية والفوسفور والزنك والنحاس والكلاسيوم.

المصدر: الموقع الرسمي للهيئة العامة للتنمية الـتروـة السمكية.



(٢٦)

| ص | س |
|----|----|
| ١- | ٤ |
| ٩ | ٨ |
| ٦- | ٢- |
| ٣- | ٧ |

٢٩) رياضة تنافسية: بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟



مثل كل موقف فيما يأتي بيانياً :

- (٣٠) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنجها.
- (٣١) **رياضة:** ينتقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.
- (٣٢) **علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقريباً لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة $w = 2 \left(\frac{m}{3} \right)$ ، حيث تمثل (w) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (m) كتلة الجسم.
- أ) كون جدولًا يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتالهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجراماً، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا.
- ب) حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.
- ج) حدد كلاً من المجال والمدى، ثم مثل العلاقة بيانياً.



الربط مع الحياة

ترياثلون سباق ثلاثي، وهو أشبه بالماراثون، يبدأ بالسباحة، ثم ركوب الدراجات، وينتهي بالجري، بحيث يفصل بين كل مرحلة وأخرى فترة تبدل الملابس والأحذية بحسب المرحلة التالية

المصدر: الموقع الرسمي للاتحاد الدولي للترياثلون.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٣) **مسألة مفتوحة:** صنف موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبين كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

- (٣٤) **تحدد:** صنف موقفاً من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.
- (٣٥) **اكتتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

تدريب على اختبار

(٣٦) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة $6 - 3 - ج + 2(11 - ج)$ ؟

- أ) $2(20 - ج)$
ب) $8(14 - ج)$
ج) $8(5 - ج)$
د) $40 - ج$

مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض $\{5, 4, 3, 2, 1\}$: (الدرس ١-١)

$$2 + \frac{45}{و} = 17 \quad (٣٩)$$

$$11 + س = 15 \quad (٣٨)$$

$$6(س + ٥) = ٤٢ \quad (٣٧)$$

$$س - ٣ = ٣ \cdot (الدرس ٥-١) \quad (٤٠)$$

$$س = ٦ - ٦ \cdot (الدرس ٤-١) \quad (٤١)$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلاً مما يأتي:

$$4 + ٤(٢)٣ \quad (٤٢)$$

$$٣ \times ٥ + ٢ \quad (٤٣)$$

$$[٥ \times (٢ - ١)]^٢ \quad (٤٤)$$



تُسمى الدالة التي تُمثل بيانياً نقاط غير متصلة دالة منفصلة.

أما الدالة التي تُمثل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى دالة متصلة.

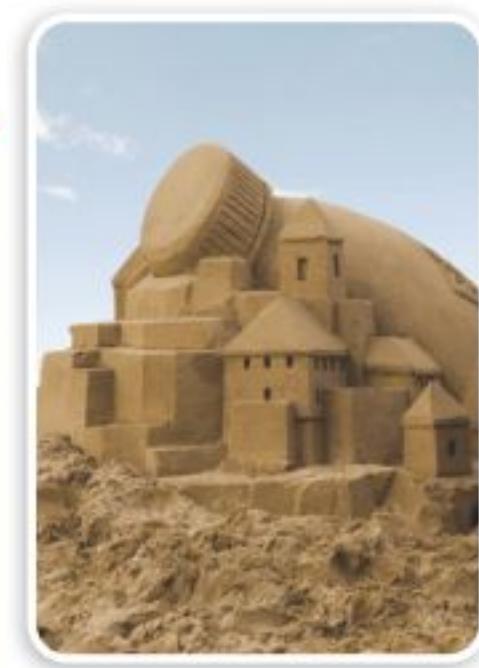
الممثل البياني

مثال ٢

البناء فوق الرمال: في مسابقة لبناء القلاع فوق رمال الشاطئ بلغ عدد القلاع التي بناها كل فريق على النحو الآتي: الفريق الأول: ٤ قلعة؛ الفريق الثاني: ٥ قلعة؛ الفريق الثالث: ٣ قلعة؛ الفريق الرابع: ٦ قلعة؛ الفريق الخامس: ٤ قلعة.

أ) كُون جدولًا للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم الفريق وعدد قلاعه.

| الفريق | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ١ |
|------------|---|---|---|---|---|
| عدد القلاع | ٤ | ٦ | ٣ | ٥ | ٤ |



الربط مع الحياة

تنظم مسابقات في بناء القلاع فوق رمال الشاطئ يشارك فيها الكبار والصغار. وتتكون هذه القلاع عادة من أشكال هندسية مختلفة.

ب) حدد كلاً من مجال الدالة ومداها:

مجال الدالة هو: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل الذي لا يتأثر بعدد القلاع.

مدى الدالة هو: $\{4, 5, 6, 3, 4\}$ ؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. وتعتمد هذه القيم على رقم الفريق.

ج) اكتب البيانات في صورة أزواج مرتبة، ثم مثّلها بيانياً.

بناءً على الجدول، وبما أن رقم الفريق متغير مستقل وعدد القلاع متغيرتابع، لذا فالأزواج المرتبة هي: $(1, 4), (2, 5), (3, 3), (4, 6), (5, 4)$. وبما أن أرقام الفرق وعدد قلاعهم المناظرة لها لا يمكن أن تأخذ قيمًا بين النقط المعطاة، لذا يجب عدم وصل هذه النقاط.

د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر إجابتك.

بما أنه لا يمكن وصل هذه النقاط، فالدالة منفصلة.

تحقق من فهمك



٢) يتسعوعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتليء ٣,٤ كجم.

أ) كُون جدولًا يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠, ١, ٠, ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

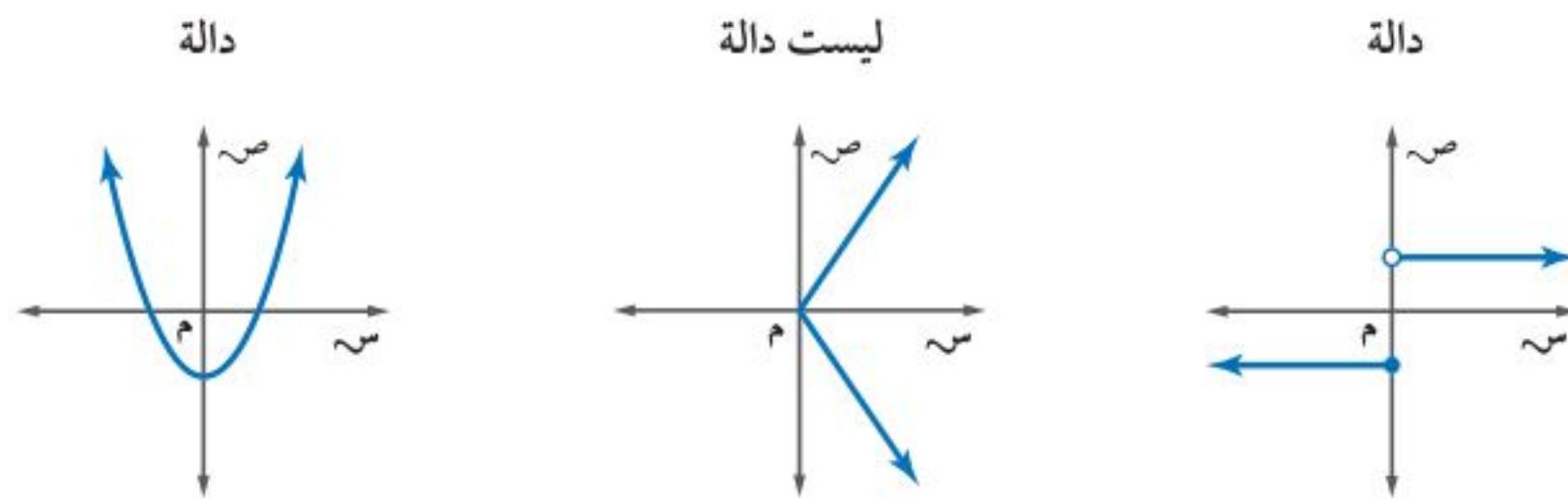
ب) حدد كلاً من: مجال الدالة ومداها.

ج) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثّلها بيانياً.

د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.



يمكنك استعمال اختبار الخط الرأسي لتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن العلاقة لا تمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.

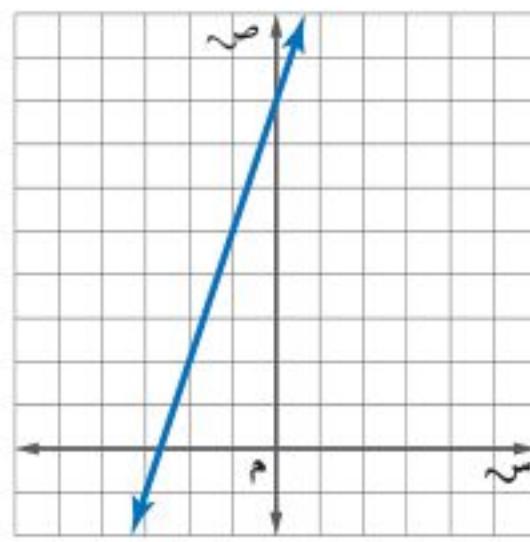


تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.

مثال ٣ المعادلات كدوال

هل تمثل المعادلة: $-3s + c = 8$ دالة؟
كون جدولًا للقيم، ثم مثل المعادلة.

| s | 2 | 1 | 0 | -1 |
|---|----|----|---|----|
| c | 14 | 11 | 8 | 5 |



إن الخط الرأسي لجميع قيم s، يمر بنقطة واحدة فقط على التمثيل البياني؛ لذا فإن المعادلة تمثل دالة.

تحقق من فهمك

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

٣ ب) $4s + c = 8$

٤) $4s = 8$

إرشادات للدراسة

اختبار الخط الرأسي
إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص.
ضع قلمك رأسياً على الرسم وتحرك لأعلى ولأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

يمكن تمثيل الدالة بطرق مختلفة.

| ملخص المفهوم | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------------------|---------------|--|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|
| التمثيل البياني | المعادلة | المخطط السهمي | الجدول | | | | | | | | | | |
| | $d(s) = \frac{1}{2}s^2 - 1$ | | <table border="1"> <thead> <tr> <th>s</th> <th>c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> | s | c | 1 | 2 | -1 | -2 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| s | c | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | | | | | | | | | | | | |
| -1 | -2 | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | | | | | | | | | | | | |



إيجاد قيمة دالة: يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوال باستعمال رمز الدالة. فمثلاً: $\text{ص} = 3\text{س} - 8$.

| رمز الدالة | المعادلة |
|----------------------|----------------------------|
| $\text{د}(\text{s})$ | $\text{ص} = 3\text{س} - 8$ |

تمثل قيمة s في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيمة $\text{d}(\text{s})$ عناصر المدى. فمثلاً $\text{d}(5)$ وتقرأ "دال ٥" تمثل قيمة الدالة عندما $\text{s} = 5$. ويتم إيجادها بتعويض ٥ بدلاً من s في الدالة.

مثال ٤ قيم الدالة

أوجد القيمة الآتية للدالة: $\text{d}(\text{s}) = -4\text{s} + 7$.

(أ) $\text{d}(2)$

$$\begin{array}{ll} \text{س} = 2 & 7 + (-4) = 3 \\ \text{اضرب} & 7 + 8 = \\ \text{اجمع} & 1 = \end{array}$$

(ب) $\text{d}(-3)$

$$\begin{array}{ll} \text{س} = -3 & 1 + [7 + (-3)] = 1 + (-2) = -1 \\ \text{بسط} & 1 + 19 = \\ \text{اجمع} & 20 = \end{array}$$

تحقق من فهmek

أوجد القيمة الآتية للدالة: $\text{d}(\text{s}) = 2\text{s} - 3$.

(ج) $\text{d}(-1) + \text{d}(2)$

(ب) $\text{d}(-6) - \text{d}(5)$

(أ) $\text{d}(1)$

الدالة التي يختلف أنس متغيرها عن العدد ١ تسمى دالة غير خطية، وتمثيلها البياني ليس خطياً مستقيماً.

مثال ٥ قيم الدالة غير الخطية

إذا كان: $\text{h}(\text{t}) = -16\text{t}^2 + 68\text{t} + 2$ ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(أ) $\text{h}(4)$

$$\begin{array}{ll} \text{عُوض عن t بـ ٤} & 2 + (-4)(4) = 2 - 16\text{t}^2 + 68\text{t} + 2 = \\ \text{اضرب} & 2 + 272 + 256 = \\ \text{اجمع} & 18 = \end{array}$$

(ب) $[\text{h}(\text{ج})]$

$$\begin{array}{ll} \text{عُوض عن t بـ ج} & 2[\text{h}(\text{ج})] = 2[-16(\text{ج})^2 + 68(\text{ج}) + 2] = \\ \text{بسط} & 2[-16\text{ج}^2 + 68\text{ج} + 2] = \\ \text{خاصية التوزيع} & 136\text{ج}^2 + 132\text{ج} + 4 = \end{array}$$

تحقق من فهmek

إذا كان $\text{d}(\text{t}) = 2\text{t}^3$ ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(أ) $\text{d}(4)$

(ب) $[\text{d}(\text{t})]^3 + 2$



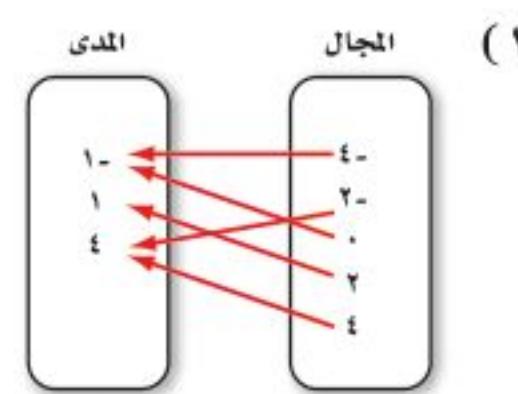
رمز الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز $\text{d}(\text{s})$ ويقرأ دال سين.
ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل ج أو ه للتعبير عن الدالة $\text{ج}(\text{s})$ أو $\text{ه}(\text{s})$ وهكذا.

المثالان ١ ، ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر إجابتك.

| المدى | المجال |
|-------|--------|
| ٦ | ٢ |
| ٧ | ٥ |
| ٩ | ٦ |
| ١٠ | ٦ |

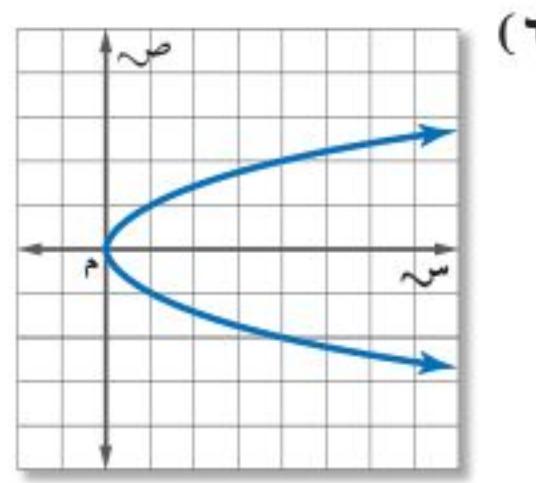
(٢)



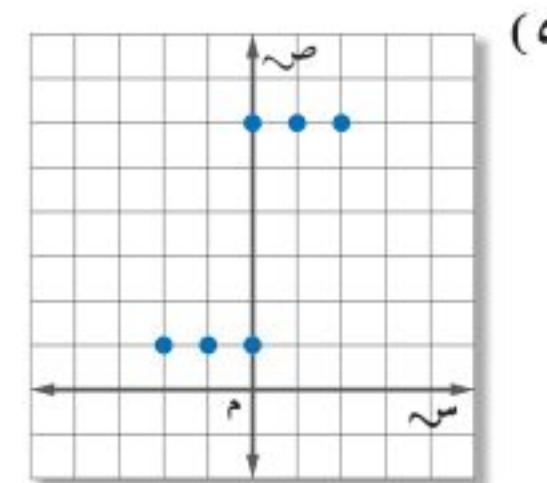
(١)

$$4) \text{ ص} = \frac{1}{2} \text{ س} - 6$$

$$\{ (4-2), (2, 2), (2, 5), (1-5), (2, 2), (2, 2) \}$$



(٦)



(٥)

مثال ٢ ٧) **ح**ـ: يبيّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقاربًا إلى أقرب ألف:

| العام | عدد حجاج الداخل بالآلاف |
|-------|-------------------------|
| ١٤٣٨ | ٦٠٠ |
| ١٤٣٧ | ٢٠٧ |
| ١٤٣٦ | ٢٠٨ |
| ١٤٣٥ | ٣٤٠ |

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءاً من العام ١٤٣٥ هـ.

ب) مثل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانياً.

جـ) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان $D(s) = 6s + 7$ ، $H(s) = s^2 - 4$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$10) D(2-)$$

$$9) D(m)$$

$$8) D(-3)$$

$$13) H(-4t)$$

$$12) H(0)$$

$$11) H(5)$$

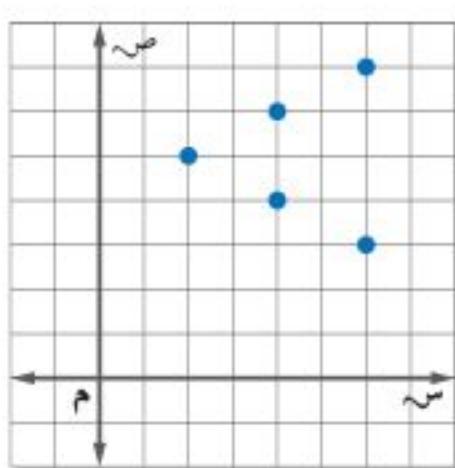
$$16) H(-b)$$

$$15) D(2)+H(-2)$$

$$14) D(k+1)$$



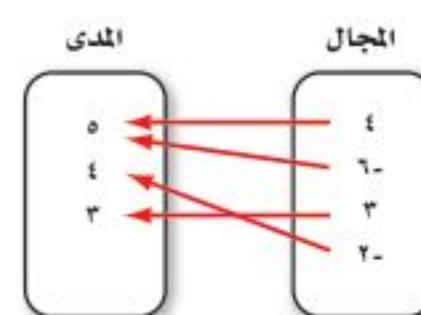
مثال ١ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر إجابتك.



(١٩)

| المدى | المجال |
|-------|--------|
| ٦ | ٤ |
| ٣ | ٥- |
| ٣- | ٦ |
| ٥ | ٥- |

(١٨)



(١٧)

مثال ٢ عقار: يبيّن الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.

| السعر بالريال | السنة |
|---------------|-------|
| ١٦٩٩٠٠ | ١٤٣٦ |
| ١٩٤٩٠٠ | ١٤٣٧ |
| ٢٠٧٧٠٠ | ١٤٣٨ |

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

ب) مثل العلاقة بين السنة والسعر بيانياً.

ج) ما مجال هذه البيانات؟ وما مداها؟

مثال ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

(٢١) $\{(٧, ٤), (٧-٥), (٦, ٨-), (٥, ٢-), (٣, ١-), (٠, ١), (٤, ٥), (٢, ٧-), (٤, ٧)\}$

(٢٤) $s = ١٥$

(٢٣) $s = ٨-$

(٢٦) $s = ٣s + ٢$

(٢٥) $s = ٣s - ٢$

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان $d(s) = -٢s - ٣$ ، $h(s) = s^2 + ٥s$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

(٢٩) $h(٢)$

(٢٨) $d(٦)$

(٢٧) $d(-١)$

(٣٢) $h(n) = ٣$

(٣١) $d(r+٢)$

(٣٠) $h(-٦)$

(٣٣) **تعليم:** مثل معلم معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات $d(t)$ ، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم t بالدالة: $d(t) = ٩t + ١٠$.

أ) مثل هذه الدالة بيانياً.

ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠ ؟

ج) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟





الربط مع الحياة

إن المهمة الأساسية لحارس الأمن هي الحفاظ على أمن الأفراد وممتلكاتهم ومنشآتهم، ويتم اختياره وفق معايير خاصة.

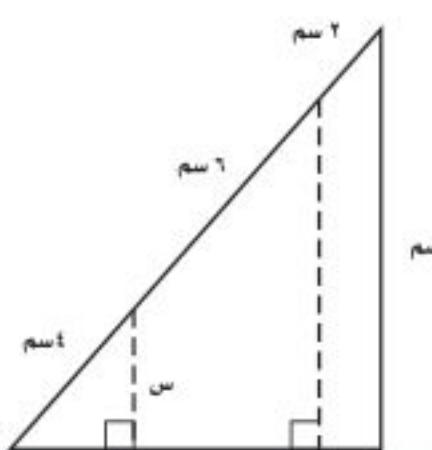
- ٣٤) أمن:** يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالاً عن كل ساعة عمل.
- اكتب عبارة جبرية تبيّن ما يتلقىها الحارس لقاء ساعة عمل.
 - اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكون جدولًا بالساعات س، والمبلغ الذي يتلقىها مقابلها.
 - تقنية:** مثل قيم الجدول بالأزواج المرتبة والمخطط السهمي، ثم مثلاها بيانيًا باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.
 - هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولاً؟ برر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

- ٣٥) مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثلاها بطريقة أخرى.
- ٣٦) تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 5)\}$ علاقة بين المتغيرين س، ص. مثل هذه الأزواج المرتبة بيانيًا، وحدد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسّر إجابتك.
- ٣٧) تحدّ:** إذا كان $d = 3b - 1 = 9$ ، فاكتبه عبارة تمثل $d(s)$.

- ٣٨) اكتب:** استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لفترس كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

تدريب على اختبار



- ٤٠) هندسة:** ما قيمة س؟

- (أ) ٣ سم.
- (ب) ٤ سم.
- (ج) ٥ سم.
- (د) ٦ سم.

- ٤٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعًا أقل منه؟**



- (أ) ج
- (د) د

- (أ) أ
- (ب) ب

مراجعة تراكمية

- ٤١) مُثُل العلاقَة:** $\{(-2, 4), (-3, 5), (2, 4), (3, 5), (7, 9), (2, 9)\}$ بمخطط سهمي. (الدرس ١-٢)
- ٤٢) حل المعادلة:** $3s - 8 = 7$. (الدرس ٤-١)

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

$$45) \quad 4 + 32 = 4 - (3 - 4)$$

$$44) \quad m = \frac{4 + 23}{5 - 7}$$

$$43) \quad s = \frac{3 + 27}{10}$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة مما يأتي:

$$46) \quad s - 8 = 15$$

$$49) \quad 5 - 8s = 61$$





تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

المادة



تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، وَ ٧٠٠ جالون ماء، وَ ٣ براميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المعاد تدويره وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة: $s = 17x$ ؛ حيث تمثل s عدد الأشجار، و x كتلة الورق بالطن.

المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانياً بخط مستقيم، وتكتب على الصورة: $Ax + B = C$ وتسمي **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى C **الحد الثابت**، وتمثل Ax **بـ** x **الحدود الجبرية**.

أضف إلى
معلوبيتك

الصورة القياسية للمعادلة الخطية
مفهوم أساسى

التعبير اللغطي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: $Ax + B = C$ ، $A \neq 0$ ولا تكون قيمتا A و B معاً صفرًا. A ، B ، C أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١.

الأمثلة: في المعادلة: $3x + 2 = 5$ ، $A = 3$ ، $B = 2$ ، $C = 5$ وفي المعادلة: $x - 7 = 1$ ، $A = 1$ ، $B = 0$ ، $C = -7$.

فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

والآن

- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً.

المفردات

- **المعادلة الخطية**
- **الصورة القياسية**
- **الحد الثابت**
- **المقطع السيني**
- **المقطع الصادي**

مثال ١ تمييز المعادلات الخطية

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتتبها بالصورة القياسية:

a) $s = 4 - 3x$

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$s = 4 - 3x$

أضف $3x$ إلى الطرفين

$s + 3x = 4 - 3x + 3x$

بسط

$3x + s = 4$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، $A = 3$ ، $B = 1$ ، $C = 4$ ، وهي معادلة خطية.

b) $6s - s^2 = 4$

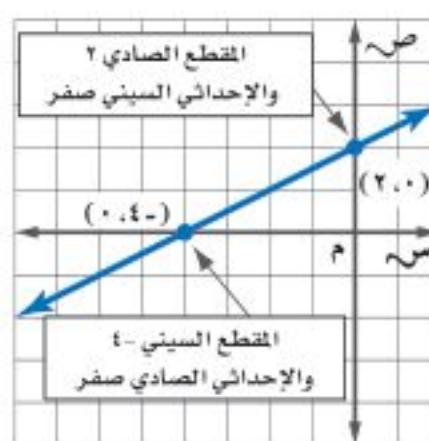
بما أن الحد s^2 فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + B = C$. لذا فالمعادلة ليست خطية.

تحقق من فهمك



ا) $\frac{1}{3}s = 1 - s^2$

ب) $s = s^2 - 4$

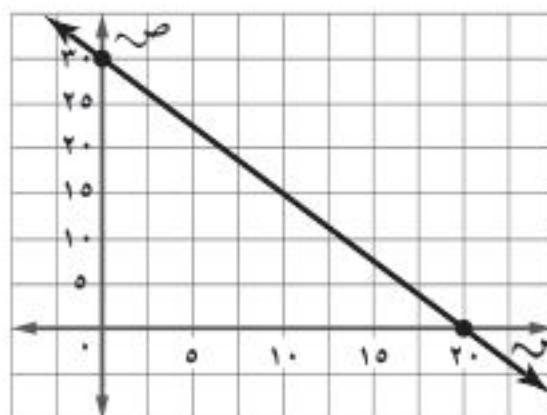


يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحد، ومقطع صادي واحد، ما لم تكن المعادلة على النحو $s = 0$ ، أو $c = 0$.

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

مثال ٢ من الاختبار



أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً.

- أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.
- ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.
- ج) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.
- د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

قراءة الرياضيات

المقطعين السيني والصادي
المقطع السيني ٣ يقع على
النقطة (٣، صفر). والمقطع
الصادي ٦ يقع على النقطة
(٦، صفر).

اقرأ الفقرة:

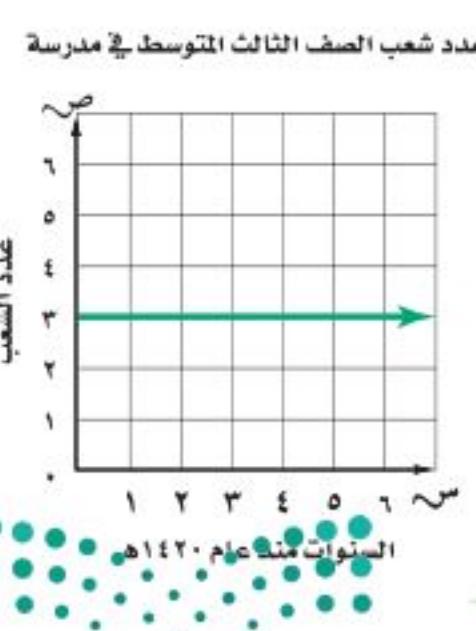
نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانياً.

حل الفقرة:

- الخطوة ١:** لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.
بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢٠، ٠)، إذن فالمقطع السيني هو ٢٠.
- الخطوة ٢:** لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.
بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ٣٠)؛ إذن فالمقطع الصادي هو ٣٠.

وعليه فالجواب الصحيح هو بـ.

تحقق من فهمك



- ٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً:
- أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.
 - ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.
 - ج) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.
 - د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

يكون للمقطعين السيني والصادي معنى عندما تمثل المعادلات موافق من واقع الحياة.

تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وكمية الماء هو المتغير التابع.

مثال ٣ من واقع الحياة إيجاد المقطعين السيني والصادي

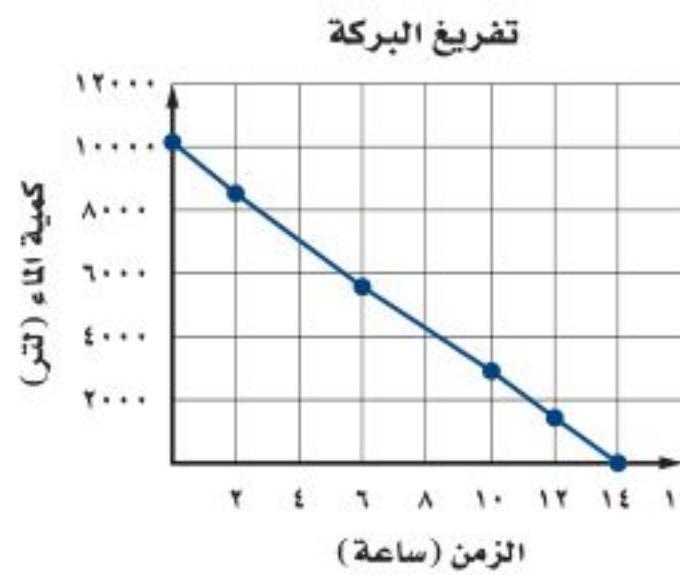
بركة سباحة: فُرغت بركة سباحة بمعدل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبيّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والזמן اللازم لتفریغها.

| تفریغ البركة | |
|--------------|------------------|
| الزمن (ساعة) | كمية الماء (لتر) |
| (ص) | (س) |
| ١٠٠٨٠ | ٠ |
| ٨٦٤٠ | ٢ |
| ٥٧٦٠ | ٦ |
| ٢٨٨٠ | ١٠ |
| ١٤٤٠ | ١٢ |
| ٠ | ١٤ |

أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

$$\text{المقطع السيني} = 14 \quad 14 \text{ هي قيمة } s \text{ عندما تكون } t = 0$$

$$\text{المقطع الصادي} = 10080 \quad 10080 \text{ هي قيمة } t \text{ عندما تكون } s = 0$$



ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

يعني المقطع السيني ١٤ أن كمية الماء في البركة بعد ١٤ ساعة سيكون صفرًا، أو أن البركة قد فُرغت بشكل كامل. ويعني المقطع الصادي ١٠٠٨٠ أن البركة تحتوي على ١٠٠٨٠ لترًا من الماء في الزمن صفر؛ أي قبل بداية عملية التفريغ. وهذا ما يظهره التمثيل البياني.

| الزمن (ساعة) | المسافة المتبقية (كلم) |
|--------------|------------------------|
| (ص) | (س) |
| ٢٤٨ | ٠ |
| ١٨٦ | ١ |
| ١٢٤ | ٢ |
| ٦٢ | ٣ |
| ٠ | ٤ |

تحقق من فهمك

٣) **قيادة السيارة:** ت يريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبيّن المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصفْ معنى كل منها.

تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا: أوجد المقطعين السيني والصادي. فلتكون لديك نقطتان يمر بهما التمثيل البياني للدالة، ثم استعملهما لتمثيل المستقيم؛ لأنك بحاجة إلى نقطتين فقط لتمثيله.

مثال ٤ تمثيل المعادلة بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي

مثال ٤

مثل المعادلة $2s + 4t = 16$ بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

لإيجاد المقطع السيني ضع $t = 0$

$$2s + 4(0) = 16 \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$2s = 16 \quad \text{استبدل } t \text{ بـ 0}$$

$$s = 8 \quad \text{بسط}$$

$$s = 8 \quad \text{اقسم على 2}$$

المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة s يسهل عملية إيجاد قيم s . فمثلاً إذا كان:

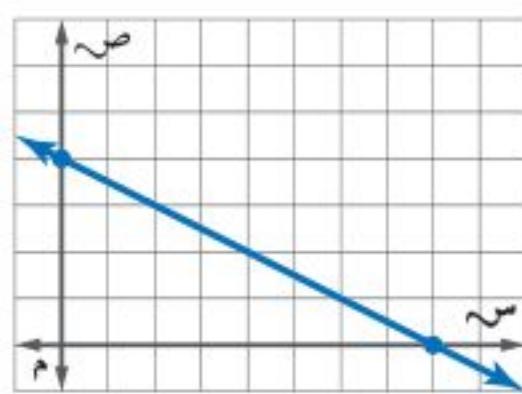
$$4s + t = 3$$

$$\text{فإن: } s = -\frac{t}{4} + \frac{3}{4}$$



فيكون المقطع السيني 8 ؛ أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(0, 8)$.

المقطعان السيني والصادي
المقطع السيني هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات، وقيمة ص فيه صفر دائمًا. والمقطع الصادي هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات، وقيمة س فيه صفر دائمًا.



ولإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية} \\ ٢س + ٤ ص = ١٦ \\ \text{عوّض عن س بـ ص} \\ ٢(٠) + ٤ ص = ١٦ \\ \text{بسط} \\ ٤ ص = ١٦ \\ \text{اقسم على ٤} \\ ص = ٤ \end{aligned}$$

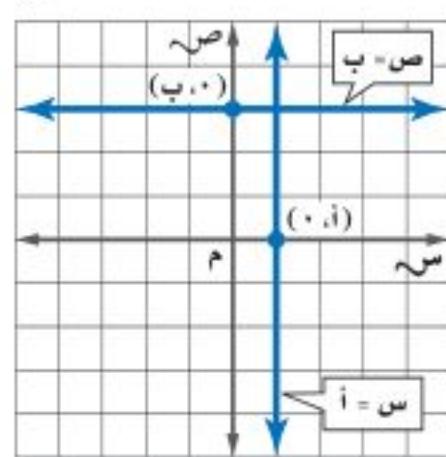
فيكون المقطع الصادي ٤؛ أي أنّ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٤، ٠). عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صلّ بينهما بخط مستقيم.

تحقق من فهّمك

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$٤\text{ب)} ص = -س - ٥ \quad ٤\text{أ)} -س + ٢ ص = ٣$$

لاحظ أن المعادلة في المثال ٤ لها مقطع سيني ومقطع صادي. إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطع



سيني ولا يوجد لها مقطع صادي أو بالعكس. فمثلاً التمثيل البياني لـ $ص = ب$ هو مستقيم أفقي له مقطع صادي فقط (ما لم تكن $ب =$ صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة (٠، $ب$). والتمثيل البياني لـ $س = أ$ هو مستقيم رأسي له مقطع سيني فقط (ما لم تكن $أ = ٠$)، ويكون موقع المقطع على النقطة (أ، ٠).

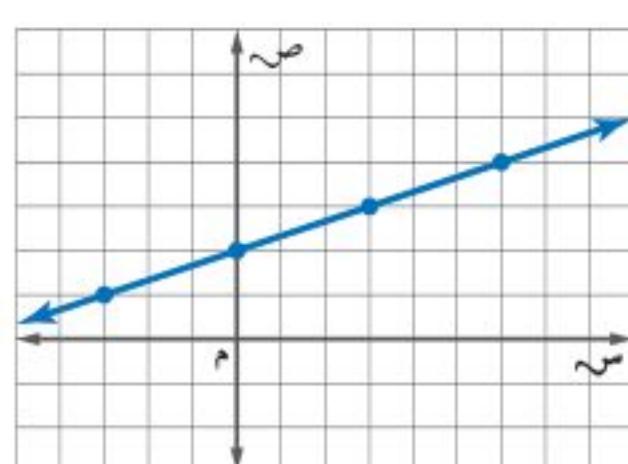
وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.

مثال ٥

التمثيل البياني بتكوين جدول

مثل المعادلة $ص = \frac{1}{3}س + ٢$ بيانياً.

المجال جميع الأعداد الحقيقة. اختر قيمًا للمجال وكوّن جدولًا. ويفضل عندما يكون معامل س كسرًا أن تختار أعدادًا من المجال تكون من مضاعفات المقام، ثم تكون أزواجًا مرتبة وتمثّلها بيانياً.



| (س، ص) | ص | $\frac{1}{3}s + 2$ | س |
|--------|---|------------------------------|----|
| (١,-٣) | ١ | $٢ + (-٣) \cdot \frac{1}{3}$ | -٣ |
| (٢,٠) | ٢ | $٢ + (٠) \cdot \frac{1}{3}$ | ٠ |
| (٣,٣) | ٣ | $٢ + (٣) \cdot \frac{1}{3}$ | ٣ |
| (٤,٦) | ٤ | $٢ + (٤) \cdot \frac{1}{3}$ | ٦ |

تحقق من فهّمك

مثل بيانياً كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

$$٥\text{ب)} س = ٣ \quad ٥\text{ج)} ص = ٢ - س$$



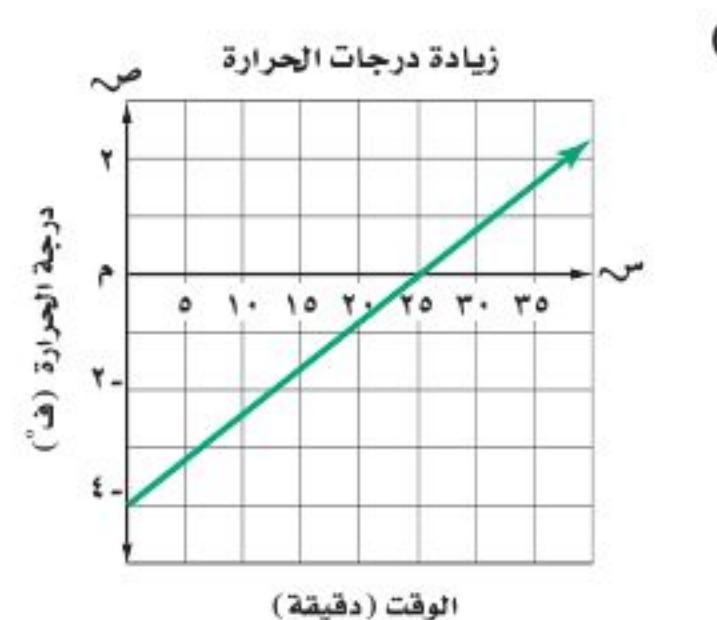
حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(١) $s = 5 - 2s$ (٢) $2s - 3 = s$ (٣) $4s + 6 = 2s - 4$ (٤) $\frac{1}{3}s - \frac{2}{3} = 2$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منها:

| موقع غطاس | |
|---------------|-------------|
| الزمن (ثانية) | العمق (متر) |
| (ص) | (س) |
| ٢٤ | ٠ |
| ١٨ | ٣ |
| ١٢ | ٦ |
| ٦ | ٩ |
| ٠ | ١٢ |

(٦)



(٥)

المثالان ٢ ، ٣

٧) مثل المعادلة : $2s - 5 = s$ بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي.

مثال ٤

٨) مثل المعادلة : $s + 2s = 4$ بيانياً بإنشاء جدول.

مثال ٥

تدريب وحل المسائل

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(١١) $9s - 6s = 7$ (١٢) $4s + 25 = s^2$ (١٣) $12s = 7s - 10$ (١٤) $s = 4s + 9$

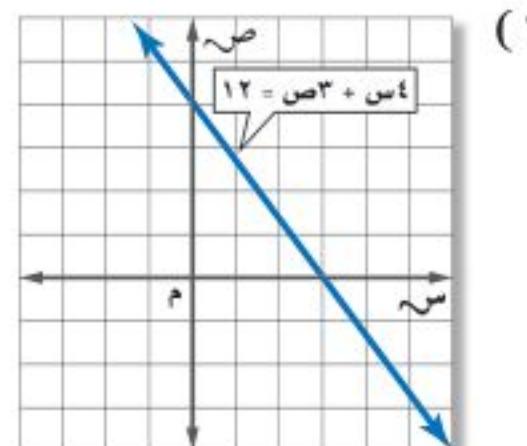
(١٥) $4s - 9 = s^2$ (١٦) $s = 3s - 1$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

المثالان ٢ ، ٣

| ص | s |
|---|----|
| ١ | ٣ |
| ٠ | ٢ |
| ١ | ١ |
| ٢ | ٠ |
| ٣ | -١ |

(١٦)



(١٥)

مثال ٤

مثل كلاً من المعادلتين الآتتين بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$18) 5 - ص = 3 - 2s$$

$$17) ص = 4 + 2s$$

مثال ٥

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول:

$$19) s = -2$$

$$20) ص = -4$$

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

$$22) 7 - 4m = 2 - b$$

$$23) 3a + b - 2 = b$$

$$24) 2s - 3c + 5 = 1$$

$$25) \frac{3}{4}n - 5 = m$$

٢٦) **مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتناول عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

أ) اكتب المعادلة التي تمثل الدخل الشهري لأيمن إذا باع س سيارة.

ب) **تقنية:** كون جدولًا لتمثيل المعادلة بيانياً باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية، ثم حدد مقطعيها السيني والصادي.

ج) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ألف ريال.

مثل كلاً من المعادلتين الآتتين بيانياً:

$$27) \frac{1}{5}s + 1 = 3$$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتتين:

$$28) 3s - 7 = 4s + 1$$

$$29) 5s + 3 = 15$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) **تحدد:** أكمل كل جدول مما يأتي، ثم حدد أي الجداول استُعملت فيه معادلة خطية:

| حجم المكعب | |
|------------|-----------|
| الحجم | طول الضلع |
| | ١ |
| | ٢ |
| | ٣ |

| مساحة المربع | |
|--------------|-----------|
| المساحة | طول الضلع |
| | ١ |
| | ٢ |
| | ٣ |

| محيط المربع | |
|-------------|-----------|
| المحيط | طول الضلع |
| | ١ |
| | ٢ |
| | ٣ |

٣٢) **تبرير:** يُبيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة $s = 2s + 1$ التي مجالها $\{1, 2, 3\}$ والمعادلة $s = 2s + 1$ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

مسألة مفتوحة: أعط مثالاً لمعادلة خطية على الصورة $as + b = c$ لكل حالة مما يأتي:

$$33) a = 0$$

$$34) b = 0$$

$$35) c = 0$$



تدريب على اختبار

(٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علماً بأن نسبة الزكاة هي ٢,٥٪؟

- أ) ٥٠ ريالاً.
ب) ٥٠٠ ريال.
ج) ٢٥ ريالاً.
د) ٥٠٠٠ ريال.

(٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومتراً بهذا المعدل تقريرياً؟

- أ) ٨ ساعات.
ب) ساعتان.
ج) ٦ ساعات و٣٢ دقيقة.
د) ساعة واحدة و٥٣ دقيقة.

مراجعة تراكمية

(٣٩) إذا كان: $D(s) = -3s^2 + 8s - 1$ فأوجد $D(-1)$. (الدرس ٤٢)

حل كلاً من المعادلين الآتيين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٥١)

$$12 = |41| - 8s - 5s$$

$$8 = |40| + 5s$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كلاً من المعادلين الآتيين، ثم تتحقق من صحة الحل:

$$6 = \frac{s}{5} + 9 \quad (43) \quad 15 = 14 - 5s \quad (42)$$

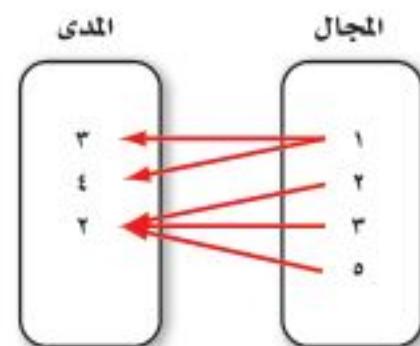
إذا كانت $s = 2$ ، $c = 5$ ، $u = 7$ ، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$(44) 3s^2 - 4c \quad (45) \frac{s-c}{u^2} \quad (46) \left(\frac{c}{u} + \frac{s}{2} \right)^2 \quad (47) u^2 - c^3 + s^5$$



٤) هل تمثل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسر ذلك.

(الدرس ٢-٢)



٥) إذا كان $h(s) = s^3 + 5s - 1$ ، فأوجد

$h(-1) + h(2)$ (الدرس ٢-٢)

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٣-٢)

$$6) s = -4s + 3$$

$$7) s^2 + 3s = 8$$

$$8) \frac{1}{4}s = \frac{3}{4}s - 1$$

مثّل كلاً من المعادلين الآتيين بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي: (الدرس ٣-٢)

$$9) s = 3s - 6$$

$$10) 2s + 5 = 10$$

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول: (الدرس ٣-٢)

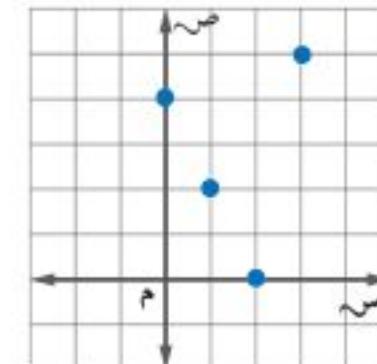
$$11) s = -2s$$

$$12) s = 8 - s$$

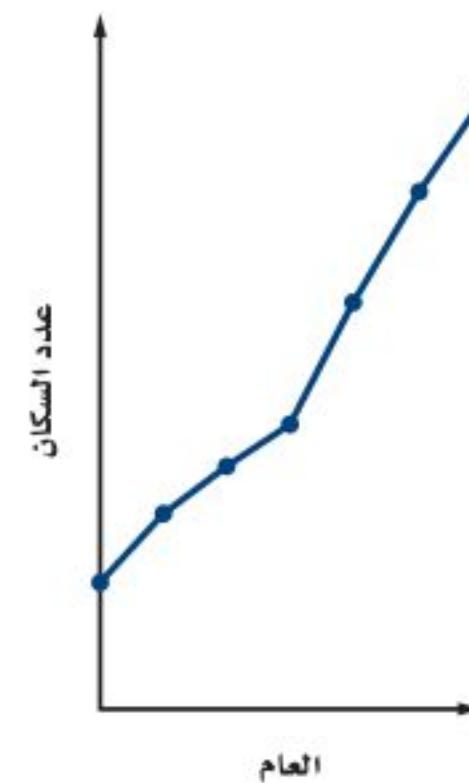
١) مثّل العلاقة $\{(1, 3), (2, 4), (4, 1), (5, 6)\}$ بمخطط

سهمي. (الدرس ١-٢)

٢) حدّد كلاً من مجال العلاقة التالية ومداها. (الدرس ١-٢)



٣) اختصار من متعدد: التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.



صف التمثيل البياني. (الدرس ١-٢)

أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

ج) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويترافق في أوقات أخرى.





٢ - حل المعادلات الخطية بيانياً

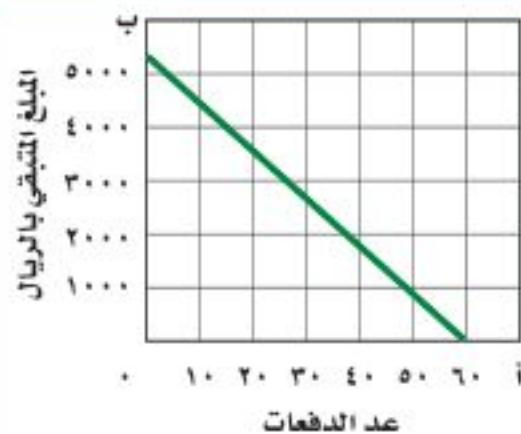
لماذا؟

يبين الشكل المجاور المبلغ المتبقى بعد أن يدفع أحمد عدداً من أقساط تكالفة تقويم أسنانه، الذي تمثله الدالة:

$$ب = ٥١٠٠ + ٨٥ -$$

حيث تمثل α عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالاً، وب المبلغ المتبقى.

تكلفة تقويم الأسنان

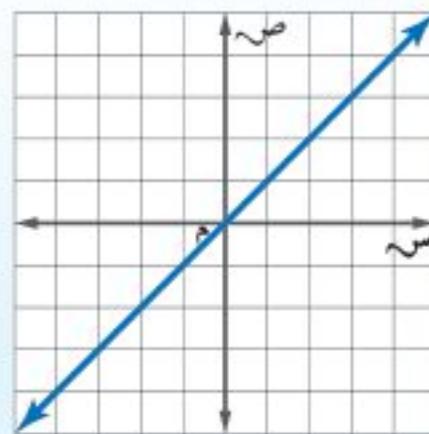


الحل بيانياً: الدالة الخطية هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي $d(s) = s$ ، وتسمى **الدالة المولدة (الأم)** لمجموعة الدوال الخطية.

أشفالي

مطويتك



الدالة الخطية

مفهوم أساسى

| | |
|-----------------------|-----------------------|
| $d(s) = s$ | الدالة المولدة (الأم) |
| خط مستقيم | نوع التمثيل البياني |
| جميع الأعداد الحقيقية | المجال |
| جميع الأعداد الحقيقية | المدى |

فيما سبق

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانياً باستعمال الجداول أو المقاطع.

والآن

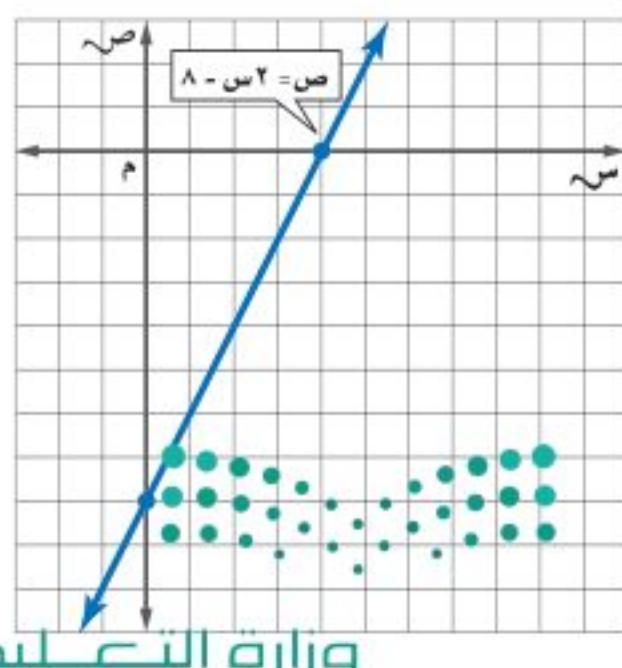
- أحل المعادلات الخطية بيانياً.
- أقدر حل المعادلة الخطية بيانياً.

المفردات

- الدالة الخطية
- الدالة المولدة (الأم)
- الجذر
- الأصفار

حل المعادلة أو **الجذر** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، وكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوضاً بدلأ من $d(s)$.

| الدالة المرتبطة | المعادلة الخطية |
|---------------------------------|-----------------|
| $d(s) = 2s - 8$ أو $s = 2s - 8$ | $2s - 8 = 0$ |



تسمى قيم s التي تجعل $d(s) = 0$ **أصفار الدالة**. ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

- ٤ هو المقطع السيني لالمعادلة: $2s - 8 = 0$
- ٤ هو حل المعادلة: $2s - 8 = 0$
- ٤ هو جذر المعادلة: $2s - 8 = 0$
- ٤ هو صفر الدالة: $d(s) = 2s - 8 = 0$

حل المعادلة التي لها جذر واحد

مثال ١

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$ا) 0 = \frac{1}{3}s - 2$$

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية: } & 0 = \frac{1}{3}s - 2 \\ \text{أضف 2 إلى الطرفين: } & 2 + 0 = \frac{1}{3}s - 2 + 2 \\ \text{اضرب كل طرف في 3: } & 3(2) = 3\left(\frac{1}{3}s\right) \\ \text{بسط: } & 6 = s \\ & \text{الحل هو 6.} \end{aligned}$$

$$ب) 2 - 3s = 1 + s$$

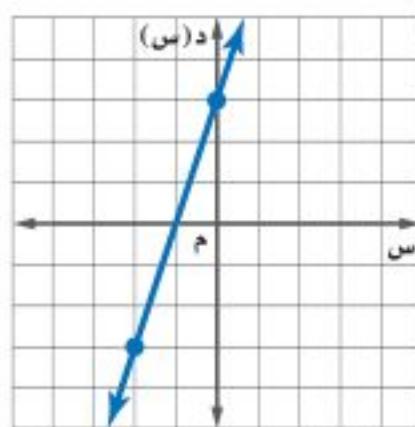
الطريقة ٢: الحل بيانياً

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفيها الأيسر صفرًا.

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية: } & 2 - 3s = 1 + s \\ \text{أضف 2 إلى الطرفين: } & 2 + 2 - 3s = 1 + s + 2 \\ \text{بسط: } & 0 = 3s + 1 \end{aligned}$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = 3s + 1$
ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولًا.

| (س، د(س)) | د(س) | $d(s) = 3s + 1$ | س |
|-----------|------|------------------|----|
| (-2, -5) | -5 | $-5 = 3(-2) + 1$ | -2 |
| (0, 1) | 1 | $1 = 3(0) + 1$ | 0 |



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -1، لذا فإن الحل هو $s = -1$.

تحقق من فهومك

$$ا) 0 = \frac{2}{5}s + 1, 25 - 1 = 3s + 0$$

$$ب) 6 = s + \frac{2}{5}$$

إذا تضمنت المعادلة المتغير نفسه في كلا طرفيها، فضع المتغير في طرف واحد باستعمال الجمع أو الطرح، ثم أوجد الحل.

مثال ٢ معادلات ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يأتي:

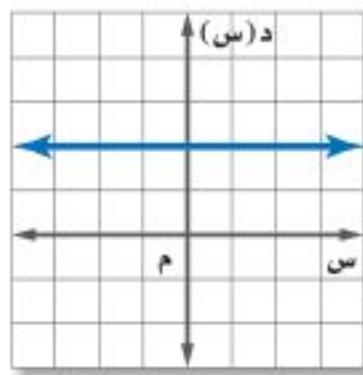
$$ا) 3s + 7 = 3s + 1$$

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية: } & 3s + 7 = 3s + 1 \\ \text{اطرح 1 من الطرفين: } & 3s + 7 - 1 = 3s + 1 - 1 \\ \text{بسط: } & 3s + 6 = 3s \\ \text{اطرح 3s من الطرفين: } & 3s - 3s = 6 - 3s \\ \text{بسط: } & 0 = 6 \end{aligned}$$



وهذا مستحيل، وتكون الدالة المرتبطة هي $d(s) = 6$. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة من عندما يكون $d(s) = 0$ ، وحيث $d(s)$ يساوي 6 دائمًا فليس للمعادلة حل.



$$\begin{array}{ll}
 \text{المعادلة الأصلية} & 2s - 6 = 2s - 6 \\
 \text{أضاف 6 إلى الطرفين} & 2s - 6 + 6 = 2s - 6 + 6 \\
 \text{بسط} & 2s = 2s \\
 \text{اطرح 2s من الطرفين} & 2s - 2s = 2s - 2s \\
 \text{بسط} & 0 = 0
 \end{array}$$

مثل الدالة المرتبطة $d(s) = 2$ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.

تحقق من فهمك

$$b) 2 - 3s = 6 - 4s \quad 12) 4s + 3 = 4s - 5$$

تقدير الحل باستعمال التمثيل البياني: قد يزودك التمثيل البياني بحل تقديرى. وفي هذه الحالة، استعمل الطريقة الجبرية لإيجاد الحل الدقيق.

التقدير باستعمال التمثيل البياني



مواقف سيارات: تمثل الدالة $m = 20 - 0,75r$ ر المبلغ (م) المتبقى مع أحمد بعد توقف سيارته (ر) ساعة في موقف للسيارات. أوجد صفر الدالة، وبين ما يعنيه في هذا السياق.

| (ر، م) | م | $m = 20 - 0,75r$ | ر |
|----------|-------|----------------------|---|
| (20, 0) | 20 | $0 = 20 - 0,75r$ | 0 |
| (16, 25) | 16,25 | $16,25 = 20 - 0,75r$ | 5 |

يبين التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند $r \approx 27$. وللتتأكد استعمل طريقة الحل الجبري.

المعادلة الأصلية

$$m = 20 - 0,75r$$

عرض القيمة صفرًا بدلاً من م

$$0 = 20 - 0,75r$$

أضاف $0,75r$ إلى الطرفين

$$0 = 20 - 0,75r + 0,75r$$

بسط

$$0 = 20$$

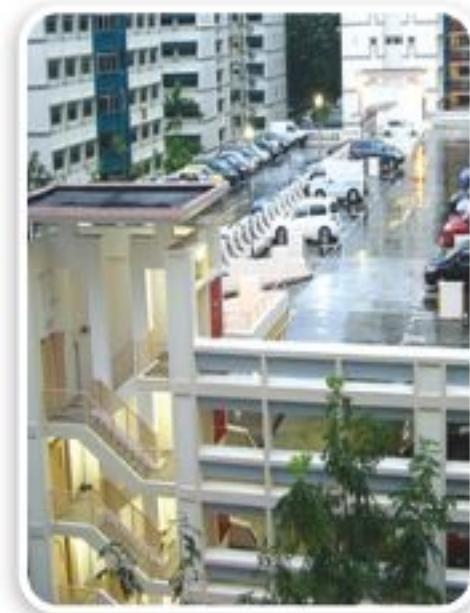
اقسم على $0,75$

$$\frac{20}{0,75} = \frac{0}{0,75}$$

بسط

$$26,67 \approx r$$

فيكون صفر هذه الدالة هو $26,67$ تقريرًا؛ لذا فأقصى عدد من الساعات الكاملة التي يمكن لأحمد إيقاف سيارته خلالها هو 26 ساعة.



الربط مع الحياة

تظهر أهمية مواقف انتظار السيارات في استيعابها عدداً كبيراً من السيارات بما يقضي على معاناة المواطنين وإعاقة سير المركبات والمشاة بسبب توقف السيارات على جوانب الطريق.

تحقق من فهمك



٣) **مصحف مدرسة:** اشتري مصحف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالاً. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة $s = 45 - 1,5s$ تمثل الربح الذي يتحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، وصف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

تأكد



المثالان ١ ، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} 1) 6s + 2 = 0 & 2) s - 2 = 0 \\ 3) 3s + 9 = 0 & 4) s - 8 = 0 \\ 5) 24 - 4s = 11 + s & 6) 2s - 5 = s + 8 \end{array}$$

مثال ٣ ٧) خضار: تمثل الدالة $w = 60 - 2n$ كتلة الجزر المتبقية بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (n) كيساً. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

تدريب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} 7) s + 3 = 0 & 8) 10 - 3s = 16 - 8s \\ 9) 10 - 5s = 16 - 8s & 10) 3s - 21 = 10 + 2s \\ 11) 36 - 4s = 0 & 12) 10 + s = 7 - 7s \\ 13) 35 + 7s = 20 - 7s & \end{array}$$

مثال ٤ ١٤) أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالاً، والمعادلة $m = 75 - 3d$ تمثل المبلغ (m) بالريال المتبقى معه بعد شراء (d) قلماً. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} 15) 15 + 6s = 0 & 16) 13 + 4s = 0 \\ 17) 10 - 22s = 0 & 18) 0 = \frac{3}{5}s - \frac{2}{5} \end{array}$$

١٩) قالب ثلجي: كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج -10°C . وتمثل المعادلة: $t = 1,25 - 10 - 10^\circ\text{C}$ درجة حرارة الثلج بعد t ساعات من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحاً؟

حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وتحقق من إجابتك جبرياً:

$$\begin{array}{ll} 20) 4 - 8s = 7 - 3s & 21) 13 + 3s = 19 + s \\ 22) 50 - 30s = 15s - 10 & 23) 10 - 5s = \frac{1}{2}s - 5 \end{array}$$



٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعاناً. وتمثل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة: $\text{ص} = \frac{12,5}{100} \times \text{س} + 100$; حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

أ) أوجد صفر الدالة.

ب) **تقنية:** مثل الدالة بيانيًا، وتحقق من صحة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

ج) بين ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

د) اذكر كلاً من مجال الدالة ومداها.

ارشادات للدراسة

صفر الدالة:

يسمى صفر الدالة أيضًا جذر المعادلة أو المقطع السيني.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $\frac{3}{4}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحل معادلة خطية جبرياً وبيانياً.

تدريب على اختبار

٢٩) يبين الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

| الساعات (هـ) | التكلفة بالريال (جـ) |
|--------------|----------------------|
| ٣ | ٧٥ |
| ٢ | ٥٠ |
| ١ | ٢٥ |

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟

أ) $جـ = 25 + هـ$

ب) $جـ = 25 - هـ$

٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

أ) بين ١،٠

ب) بين ٢،٣

| س | ص |
|----|---|
| ٥ | ٠ |
| ٣ | ١ |
| ١ | ٢ |
| -١ | ٣ |
| -٣ | ٤ |

ج) بين ٢،١

د) بين ٣،٤

مراجعة تراكمية

أوجد المقاطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٢-٢)

٣١) $ص = ٦س - ٩$

٣٠) $ص = ٢س + ١٠$

٣٢) حل المعادلة: $|س - ١| = ٧$. (الدرس ٥-١)

٣٣) مثل العلاقة: $\{(١،٣)، (٢،٤)، (٣،٥)، (٤،٦)\}$ بجدول، وبيانياً، وبالمحظط السهمي، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها. (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسط كلاً مما يأتي:

٣٤) $\frac{٤}{١٢} - \frac{٦}{١٢}$

٣٥) $\frac{٤}{١٢} - \frac{٤}{١٢}$

٣٦) $\frac{٦}{١٢}$



٣٧) $\frac{٣٦}{٦}$

٣٨) $٣ = د = ٩، جـ = ٢، بـ = ٦، أـ = ٤$

٣٩) $أـ = ٤، بـ = ٧، جـ = ١، دـ = ٢$

٤٠) $أـ = ٦، بـ = ٤، جـ = ٤$

٤١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٤٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٥٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٦٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٧٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٨٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

٩٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠١) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٢) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٣) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٤) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٥) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٦) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٧) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٨) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠٩) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠١٠) $أـ = ٦، بـ = ٣، جـ = ٢$

١٠١١) $أـ = ٦،$



أضف إلى

مطويتك

معدل التغير والميل

لماذا؟

تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ متراً، ويصف معدل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن.

معدل التغير: **معدل التغير** هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

٥ - ٢

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- استعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المفردات

معدل التغير

مفهوم أساسى

معدل التغير

إذا كانت s هي المتغير المستقل، وص m المتغير التابع فإن:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

مثال ١ من واقع الحياة

| التكلفة (ريال) | عدد ألعاب الحاسوب (س) |
|----------------|-----------------------|
| (ص) | (س) |
| ٧٨ | ٢ |
| ١٥٦ | ٤ |
| ٢٣٤ | ٦ |

ألعاب مسلية: استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدل التغير، ثم فسر معناه.

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} \rightarrow \begin{array}{l} \text{الريالات} \\ \text{الألعاب} \end{array}$$

$$= \frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في عدد الألعاب}}$$

$$\text{عُرض} = \frac{٧٨ - ١٥٦}{٢ - ٤}$$

$$\text{بسط} = \frac{٣٩}{١} = \frac{٧٨}{٢}$$

معدل التغير هو $\frac{٣٩}{١}$ وهذا يعني أن كل لعبة تكلف ٣٩ ريالاً.

تحقق من فهومك

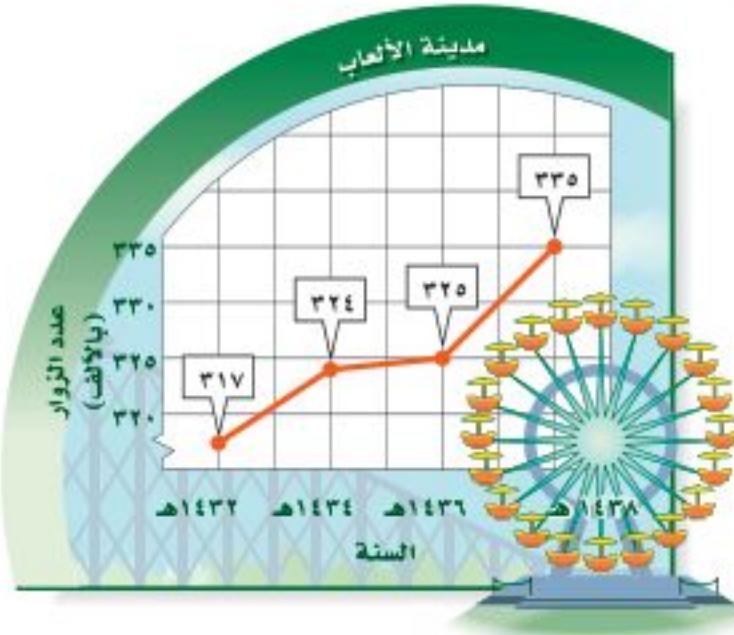
| المساحة المبلطة (سم²) | عدد البلاطات (س) |
|-----------------------|------------------|
| (ص) | (س) |
| ١٢٠٠ | ٣ |
| ٢٤٠٠ | ٦ |
| ٣٦٠٠ | ٩ |

١) **تبليط:** يبيّن الجدول المجاور كيف تغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

- أوجد معدل التغير.
- فسّر معنى معدل التغير.

تعرفت من الأمثلة السابقة على معدلات التغير الثابتة، إلا أن كثيراً من المواقف من واقع الحياة تتضمن معدلات تغير ليست ثابتة.

مثال ٢ من واقع الحياة معدل التغير غير الثابت 



مدينة ألعاب: يبيّن التمثيل البياني المجاور عدد زوار إحدى مدن الألعاب.

- أ) أوجد معدل التغير في الفترة من ١٤٣٢هـ - ١٤٣٤هـ،
وفي الفترة من ١٤٣٤هـ - ١٤٣٦هـ.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ:

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الناتج المحلي}}{\text{الناتج المحلي}} \times 100$$

الإشارات للدراسة

ازداد عدد الزوار خلال هاتين الستين ٧آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٥,٣آلاف في السنة.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ:

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار} - ٣٢٤}{\text{التغير في الزمن} - ١٤٣٤} = \frac{٣٢٥ - ٣٢٤}{١٤٣٦ - ١٤٣٤} = ٠,٥ = \frac{١}{٢}$$

زاد عدد الزوار خلال هاتين الستين ألفاً، وذلك بمعدل تغير مقداره ٥٠٠ زائر في السنة.

ب) فسر معنى معدل التغير في كل حالة.

في الفترة من ١٤٣٢هـ - ١٤٣٤هـ:

زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٣٥٠٠ زائر كل سنة.

فِي الْفَتْرَةِ مِنْ ١٤٣٦هـ - ١٤٣٤هـ

زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٥٠٠ زائر كل سنة .

ج) كيف تظهر معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

هناك تغير رأسى أكبر في الفترة من ١٤٣٤هـ - ١٤٣٢هـ عن الفترة من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٤هـ . ولذا يكون الجزء الذى يمثل الفترة من ١٤٣٢هـ - ١٤٣٤هـ أكثر ميلاً.

تحقق من فهمك

- ٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد - دون إجراء عمليات حسابية - فترة الستين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية
يجب أن يكون معدل
التغير ثابتاً، أي يجب أن
يكون التغير في كل من
قيم s ، $ص$ ثابتاً.

يكون معدل التغير للدالة ثابتاً إذا لم تغير قيمة بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدل تغير ثابت.

مثال ٣ معدلات التغير الثابتة

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

| ص | s |
|----|-----|
| ١٠ | ٣- |
| ١٢ | ١- |
| ١٦ | ١ |
| ١٨ | ٣ |
| ٢٢ | ٥ |

(ب)

| ص | s |
|-----|-----|
| ٦- | ١ |
| ٨- | ٤ |
| ١٠- | ٧ |
| ١٢- | ١٠ |
| ١٤- | ١٣ |

(أ)

| ص | s |
|----|-----|
| ١٠ | ٣- |
| ١٢ | ١- |
| ١٦ | ١ |
| ١٨ | ٣ |
| ٢٢ | ٥ |

معدل التغير

$$1 = \frac{10 - 12}{(3-) - 1-}$$

$$2 = \frac{12 - 16}{(1-) - 1-}$$

$$1 = \frac{16 - 18}{1- 3-}$$

$$2 = \frac{18 - 22}{3- 5-}$$

| ص | s |
|-----|-----|
| ٦- | ١ |
| ٨- | ٤ |
| ١٠- | ٧ |
| ١٢- | ١٠ |
| ١٤- | ١٣ |

معدل التغير

$$\frac{2}{3} = \frac{(6-) - 8-}{1- 4-}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{(8-) - 10-}{4- 7-}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{(10-) - 12-}{7- 10-}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{(12-) - 14-}{10- 13-}$$

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً، فالدالة ليست خطية.

بما أن معدل التغير ثابت، فالدالة خطية.

تحقق من فهمك

| ص | s |
|----|-----|
| ٤- | ١٢ |
| ١ | ٩ |
| ٦ | ٦ |
| ١١ | ٣ |
| ١٦ | ٠ |

(ب)

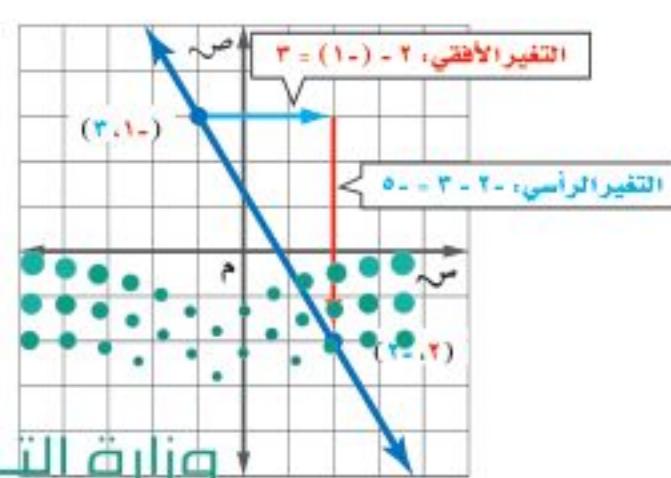
| ص | s |
|----|-----|
| ١١ | ٣- |
| ١٥ | ٢- |
| ١٩ | ١- |
| ٢٣ | ١ |
| ٢٧ | ٢ |

(أ)

إيجاد الميل: ميل المستقيم غير الرأسى هو نسبة التغير في الإحداثي الصادى إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير.

إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحداراً.

يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيماً مارًّا بالنقطتين $(-1, 3)$ ، $(2, 2)$.



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}}$$

$$= \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$$

$$= \frac{3 - 2}{(-1) - 2} =$$

لذا، فميل المستقيم هو $-\frac{1}{3}$.

وبما أن معدل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسى لتحديد ميله.

محتويات

الرسم

الميل

مفهوم أساسى

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسى هو نسبة التغير الرأسى إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (m) للمستقيم غير الرأسى المار بال نقطتين $(s_1, c_1), (s_2, c_2)$ على النحو الآتى:

$$m = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1}$$

التغيير في c → التغير في s

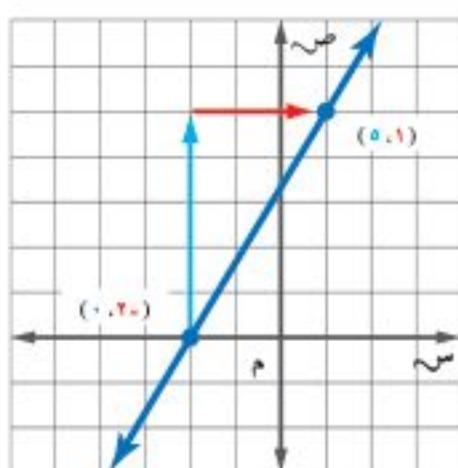
قراءة الرياضيات

تقراص، على الصورة صاد واحد. وتقراص، على الصورة سين اثنين. ويشير الرقمان ١، ٢ إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم s ، c .

يمكن أن يكون ميل مستقيم موجباً أو سالباً أو صفراً أو غير معروفاً. فإذا لم يكن المستقيم أفقياً ولا رأسياً، فميله إما موجب وإما سالب.

مثال ٤ الميل الموجب أو السالب أو الصفر

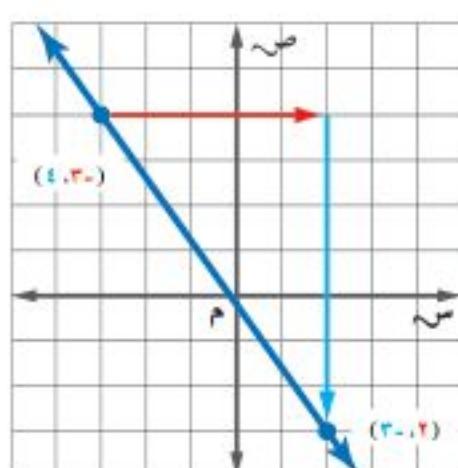
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:



أ) $(-2, 1), (0, 5)$

$$m = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{5 - 1}{0 - (-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

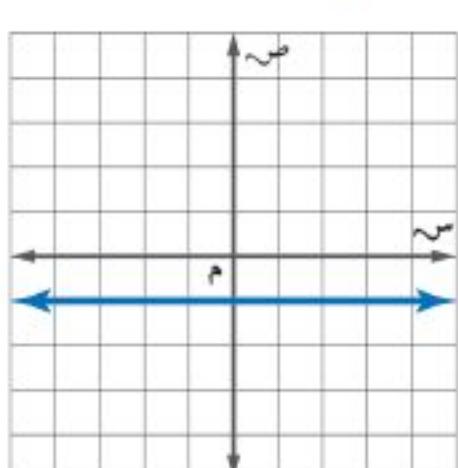
بسط



ب) $(0, 3), (4, -3)$

$$m = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{-3 - 3}{4 - 0} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

بسط



ج) $(1, 2), (3, -1)$

$$m = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{-1 - 2}{3 - 1} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

بسط

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٤ ب) $(-2, 4), (2, -4)$

٤ أ) $(-4, 2), (0, -2)$



تنبيه :

ترقّب: كن حريصاً على عدم تبديل قيم s أو قيم c .

مثال ٥ الميل غير المعرف

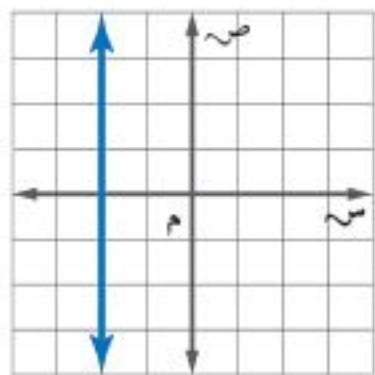
أوجد ميل المستقيم المار بال نقطتين $(-2, 4)$ ، $(2, -3)$:

$$m = \frac{s_2 - s_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{4 - (-3)}{2 - (-2)}$$

$$= \frac{7}{4}$$

التغير الرأسى
التغير الأفقي
عرض
بسط



تحقق من فهّمك

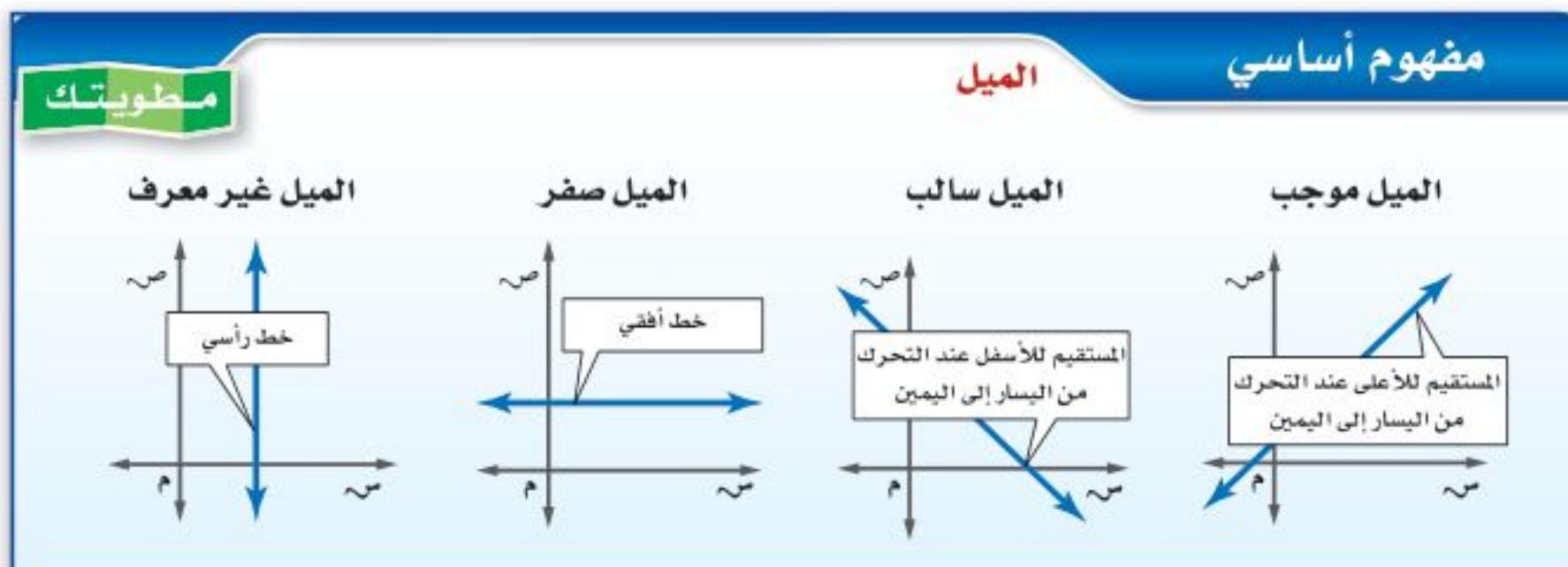
ارشادات للدراسة

الميل الذي قيمته صفر والميل غير المعرف، إذا كان الفرق في قيم ص صفرًا، فسيكون الخط أفقياً. وإذا كان الفرق في قيم س صفرًا، فسيكون الميل غير معرف، وسيكون الخط رأسياً.

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

$$(5) (1, 3), (2, 6), (3, 7), (4, 6)$$

وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:



أحياناً قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

مثال ٦ إيجاد الإحداثي إذا علم الميل

أوجد قيمة (r) التي تجعل ميل المستقيم المار بال نقطتين $(1, 4)$ ، $(-5, r)$ يساوي $\frac{1}{3}$.

$$m = \frac{s_2 - s_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{r - 4}{-5 - 1}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{r - 4}{-6}$$

$$3(r - 4) = -6$$

$$3r - 12 = -6$$

$$3r = 6$$

$$r = 2$$

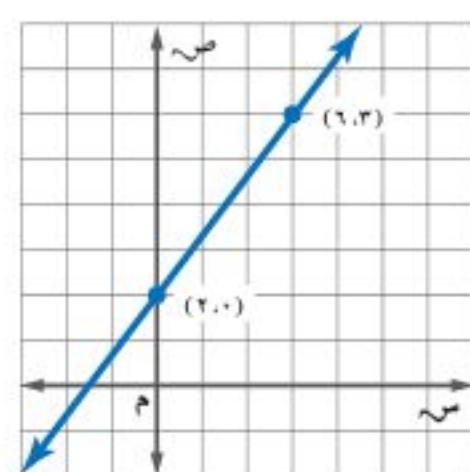
لذلك فإن المستقيم يمر بالنقطة $(-5, 2)$.

تحقق من فهّمك

أوجد معدل التغير الممثل في كلٍ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

| ص | س |
|----|----|
| ٦ | ٣ |
| ٢ | ٥ |
| ١٠ | ٧ |
| ١٨ | ٩ |
| ٢٦ | ١١ |

(٢)



(١)



مثال ٢ مطاعم: استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

أ) أوجد معدل التغير في الأسعار من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ، وفسّر معناه.

ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ، وفسّر إجابتك.

مثال ٣ حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

| ٢٤ | ٢٠ | ١٦ | ١٢ | ٨ | س |
|----|----|----|----|---|---|
| ٤- | ٠ | ٣ | ٥ | ٧ | ص |

| ٥ | ٢ | ١- | ٤- | ٧- | س |
|---|---|----|----|----|---|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ص |

| ٤ | ٢ | ١- | ٤- | ٧- | س |
|----|---|----|----|----|---|
| ٣- | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ص |

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(٦) (٤, ٣)، (-٢, ١)، (٧, ٣)، (٤, -٣)

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

$$(٩) (٢, ٥)، (-٧, ر)، م = \frac{٥}{٦}$$

$$(٨) (-٤, ر)، (٨, -٣)، م = ٥$$

تدريب وحل المسائل

مثال ١ أوجد معدل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

| ٤ | ٣ | ٢ | ١ | ٠ | س |
|----|---|---|---|----|---|
| ٣- | ٢ | ١ | ٠ | -١ | ص |

(١١)

| ٢٠ | ١٥ | ١٠ | ٥ | ٠ | س |
|----|----|----|---|----|---|
| ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | -١ | ص |

(١٠)

| عدد سكان المملكة العربية السعودية | السنة |
|-----------------------------------|--------|
| ٢٧١٣٦٩٧٧ | ١٤٣١هـ |
| ٣٢٥٥٢٢٣٦ | ١٤٣٨هـ |

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء



وزارة التعليم

Ministry of Education

الدرس ٢-٥: معدل التغير والميل ٢٤٥-٢٤٦

مثال ٣ حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

| ٠ | ١- | ٣- | ٥- | ٧- | س |
|----|----|----|----|----|---|
| ٢٣ | ٢٠ | ١٧ | ١٤ | ١١ | ص |

(١٣)

مثال ٤

| ٣- | ٥- | ٧- | ٩- | ١١- | س |
|----|----|----|----|-----|---|
| ٣ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ص |

(١٤)

مثال ٥

المثلثان ٤ ، ٥

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

$$(15) 15 = 8 - (1, 1), (10, 6), (14, 6)$$

$$(16) 16 = 2 - (2, 2), (2, 2)$$

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

$$(18) 8 = -4 + (r, 5), (r, 10), (12, 10)$$

$$(19) 4 = -8 + (r, 3), (5, r), (r, 10)$$

٢٠) معدل نمو الشعر: طول شعر فاطمة ٢٥ سنتيمتراً. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتيمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضاً أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

| ٦ | ٣ | ٠ | الزمن (شهر) |
|---|---|---|--------------------|
| | | | طول شعر فاطمة (سم) |

أ) أكمل الجدول المجاور.

ب) مثل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانياً.

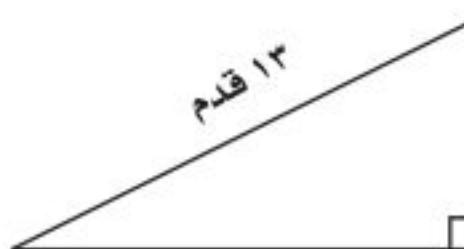
ج) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟



مسائل مهارات التفكير العليا

الربط مع الحياة

تميّز سيارات الدفع الرباعي بنظام حركي يوفر لها الأمان وسهولة الحركة على الطرق الرملية والجبلية والوعرة.



٢١) تبرير: لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسر ذلك.

٢٢) تحدي: إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدماً تحرّكها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟

٢٣) تحدي: أوجد قيمة دالتي تجعل ميل المستقيم المار بال نقطتين (أ، ب)، (ج، د) يساوي $\frac{1}{2}$.

٢٤) اكتب: بِين العلاقة بين معدل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

تدريب على اختبار

٢٦) احتمال: ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (٦-١) مرة واحدة؟

- ب) $\frac{1}{6}$
د) $\frac{1}{6}$

٢٥) اشتريت روان حاسوباً بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد ستين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

- أ) ١٥٠٠ ريال.
ب) ٧٥٠ ريالاً.
ج) ١٢٥٠ ريال.
د) ٢٥٠٠ ريال.

$$(29) 48 - 8s = 12$$

$$(28) 32 - 8s = 0$$

$$(27) 3s + 18 = 0$$

$$(30) \text{ حل المعادلة } |s - 3| = 8. \quad (\text{الدرس } 5-1)$$

مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً: (الدرس ٤-٢)

$$(27) 3s + 18 = 0$$

$$(30) \text{ حل المعادلة } |s - 3| = 8. \quad (\text{الدرس } 5-1)$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:

$$(31) 13 - (1) = 12$$

$$(32) 33 - 3 = 30$$

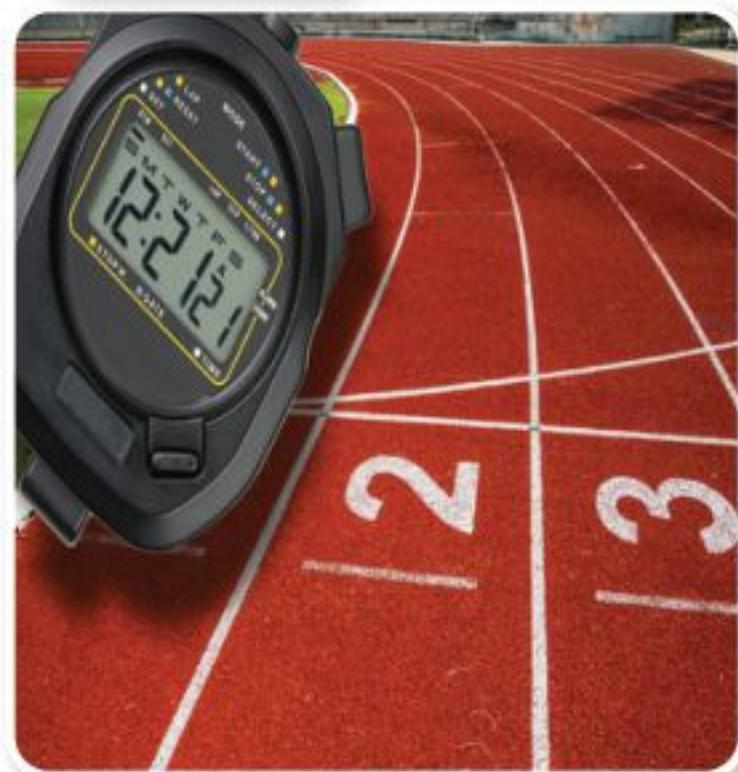
$$(32) 16 - 4 = 12$$





المتتابعات الحسابية كدواال خطية

المادة



في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

- ٤٠٠ متر في دقيقة و٣٢ ثانية.
- ٨٠٠ متر في ٣ دقائق و٤ ثوانٍ.
- ١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و٣٦ ثانية.
- ١٦٠٠ متر في ٦ دقائق ٨ ثوانٍ.

وأنهى الفريق السباق كاملاً في زمن قدره ٧ دقائق و٤٠ ثانية.

تعرف المتتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدواال خطية. **الممتتابة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد ، ويُسمى كل عدد فيها **حداً**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكون جدولًا ، ثم حلل البيانات.

| المسافة (متر) | الزمن (ثواني: دقائق) |
|---------------|----------------------|
| ٢٠٠٠ | ٧:٤٠ |
| ١٦٠٠ | ٦:٠٨ |
| ١٢٠٠ | ٤:٣٦ |
| ٨٠٠ | ٣:٠٤ |
| ٤٠٠ | ١:٣٢ |

↓
١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ +

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حددين متاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساس

التعبير اللغطي: الممتتابة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس الممتتابة.

أمثلة

$3, 5, 7, 9, \dots, 11$

$2, 4, 6, 8, \dots, 10$

$d = 2$

الممتتابة الحسابية

أمثلة

$17, 21, 25, 29, 33, \dots$

$d = 4$

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في الممتتابة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود الممتتابة التي لم تكتب.



فيما سبق

درست الدوال الخطية

والآن

- أتعرف الممتتابعات الحسابية.
- أمثل الممتتابعات الحسابية بدوال خطية.

المفردات

- الممتتابة
- الحد
- الممتتابة الحسابية
- الأساس

أساس الممتباة

إذا كانت حدود الممتباة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.

مثال ١ تمييز الممتباة الحسابية

حدّد ما إذا كانت كل ممتباة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

ب) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{13}{16}$

$$\begin{array}{cccc} \frac{13}{16} & \frac{3}{4} & \frac{5}{8} & \frac{1}{2} \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ \frac{1}{16} + & \frac{1}{8} + & \frac{1}{4} + & \frac{1}{2} + \end{array}$$

أ) $-4, -2, 0, 2, \dots$

$$\begin{array}{cccc} 2 & 0 & -2 & -4 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 2+ & 2+ & 2+ & 2+ \end{array}$$

ليست ممتباة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالممتباة حسابية.

تحقق من فهمك

ب) $\dots, 1, 4, 9, 25, \dots$

أ) $\dots, 14, 18, 22, 26, \dots$

يمكن استعمال أساس الممتباة الحسابية لإيجاد الحد التالي فيها.

مثال ٢ إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية في الممتباة الحسابية: $3, 9, 15, \dots$

أضف ٦ إلى الحد الأخير في الممتباة لتجد الحد التالي.

$$\begin{array}{cccc} 21 & 9 & 3 & \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{array}$$

الخطوة ١: أوجد الأساس بطرح الحدود الممتاليات.

$$\begin{array}{cccc} 15 & 9 & 3 & \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{array}$$

الأساس = 6.

الحدود الثلاثة التالية هي: ٢١، ٩، ٣.

تحقق من فهمك

٢) أوجد الحدود الأربع التالية في الممتباة الحسابية: $5, 9, 11, 12, \dots$

يمكن التعبير عن أي حد من حدود الممتباة الحسابية بدلالة الحد الأول a ، وأساس د كما يأتي:
العدد (على فرض أن $a = 5$)،

| الحد | الرمز | بدلالة a, d |
|-------------|--------------|---------------|
| الحد الأول | a | a |
| الحد الثاني | $a + d$ | $a + d$ |
| الحد الثالث | $a + 2d$ | $a + 2d$ |
| الحد الرابع | $a + 3d$ | $a + 3d$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| الحد النوني | $a + (n-1)d$ | $a + (n-1)d$ |

أضف إلى

مطويتك



الحد النوني في ممتباة حسابية

مفهوم أساسي

يُعبر عن الحد النوني لممتباة حسابية حدها الأول a ، وأساسها d بالصيغة: $a + (n-1)d$.
ن عدد صحيح موجب.



تاریخ الرياضيات

ابن حمزة المغربي:
عالم مسلم عاش في القرن ١٠ هـ، درس الممتباة الحسابية والهندسية، والربط بينها، ليضع أساس علم اللوغاريتمات في كتابه "تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد".

إرشادات للدراسة

الحد التنوبي:
بما أن n تمثل ترتيب
الحد، فإن قيمها هي
الأعداد الصحيحة
الموجبة.

مثال ٣ إيجاد الحد التنوبي

أ) اكتب معادلة الحد التنوبي للمتتابعة الحسابية: $12, 8, 4, \dots, 0$

الخطوة ١: أوجد الأساس.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 12 & - & 8 & - \\ & & & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ & & 4 & + & 4 & + & 4 & + \end{array}$$

الأساس 4

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد التنوبي بشكل عام

$$An = A_1 + (n - 1)d$$

$$A_1 = 12, d = 4$$

$$12 + (n - 1)4 =$$

خاصية التوزيع

$$12 + 4n - 4 =$$

بسط

$$4n - 16 =$$

ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

عُرض 9 بدلاً من n في معادلة الحد التنوبي التي توصلت إليها في الفقرة أ.

معادلة الحد التنوبي

$$An = 16 - 4n$$

$$n = 9$$

$$16 - 4(9) =$$

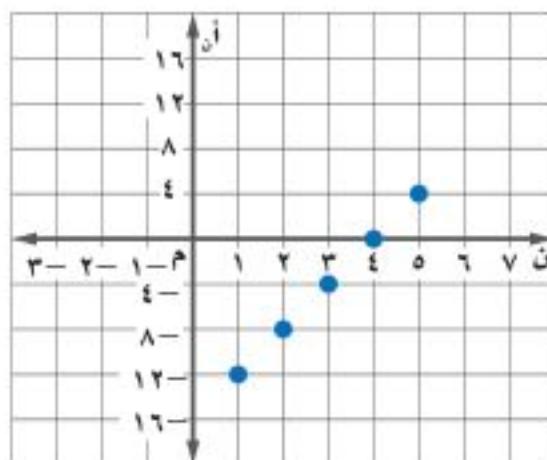
اضرب

$$16 - 36 =$$

بسط

$$-20 =$$

ج) مثل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانياً.



| (n, An) | An | 16 - 4n | n |
|----------|-----|-----------|---|
| (1, -16) | -16 | 16 - 4(1) | 1 |
| (2, -12) | -12 | 16 - 4(2) | 2 |
| (3, -8) | -8 | 16 - 4(3) | 3 |
| (4, -4) | -4 | 16 - 4(4) | 4 |
| (5, 0) | 0 | 16 - 4(5) | 5 |

د) ما الحد الذي قيمته 32 ؟

عُرض 32 بدلاً من n في معادلة الحد التنوبي.

معادلة الحد التنوبي

$$An = 16 - 4n$$

$$32 = 16 - 4n$$

$$32 = 16 - 4n$$

اضف 16 إلى الطرفين

$$16 + 32 = 16 - 4n$$

بسط

$$48 = 4n$$

اقسم على 4

$$12 = n$$

إذن الحد الذي قيمته 32 هو الثاني عشر.

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: $3, 10, 23, 36, \dots$ أجب عمّا يأتي:

أ) اكتب معادلة الحد التنوبي للمتتابعة.

ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

ج) مثل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانياً.

د) ما الحد الذي قيمته (-114) ؟



المتتابعات الحسابية والدوال: كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للمتابعة الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يكون فيها (n) متغيراً مستقلاً، $(q(n))$ متغيراً تابعاً، (d) هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد التنوبي على صورة الدالة: $q(n) = (n - 1)d + a$ ، حيث n عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقة، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

مثال ٤ من واقع الحياة المتابعة الحسابية باعتبارها دالة

دعوة: المتتابعة الحسابية $25, 0, 50, 0, 75, 0, \dots$ ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين، 3 رسائل، 4 رسائل، ...

أ) اكتب دالة تعبّر عن هذه المتتابعة.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & , & 0, & 75 \\ & & & \swarrow & & \swarrow & \\ & & & 0, & 25+ & 0, & 25+ \\ & & & 0, & 25+ & 0, & 25+ \end{array}$$

الحد الأول في المتتابعة A ، هو $25, 0$ ، وأساسها $25, 0$ أيضاً.

$$\text{معادلة الحد التنوبي: } q(n) = 25 + (n - 1)d$$

$$q(1) = 25 + (1 - 1)d = 25$$

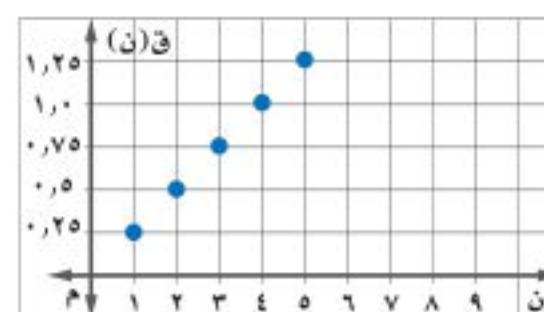
$$\text{خاصية التوزيع: } q(n) = 25 + (n - 1)d = 25 + 0, 25n - 0, 25 =$$

$$\text{بسط: } q(n) = 0, 25n + 25$$

فتكون الدالة: $q(n) = 0, 25n + 25$.

ب) مثل الدالة بيانيًّا، وحدد مجالها.

معدل التغيير للدالة $25, 0, 50, 0, 75, 0, \dots$ ، كون جدولًا للدالة، ثم عيّن النقاط بيانيًّا.



| ن | q(n) |
|---|-------|
| 1 | 0, 25 |
| 2 | 0, 50 |
| 3 | 0, 75 |
| 4 | 1 |
| 5 | 1, 25 |

بما أن مجال الدالة هو عدد الرسائل التي بعثها منصور؛ لذا فالمجال $= \{1, 2, 3, \dots\}$

تحقق من فهمك

٤) **الوثب الطويل:** يبيّن الجدول الآتي أطوال وثبات محمد في أثناء تدربه على الوثب الطويل بالمدرسة:

| الوثبة | طول الوثبة (متر) |
|--------|------------------|
| ٤ | ٢,٣ |
| ٣ | ٢,٢ |
| ٢ | ٢,١ |
| ١ | ٢ |

أ) اكتب دالة تمثل المتتابعة الحسابية.

ب) مثل الدالة بيانيًّا.



الربط مع الحياة

يُعد الرياضي السعودي حسين السبع أول واثب عربي ينطلق حاجز ٨ أمتار، وذلك بعد أن سجل ٨,٠٤ أمتار في تصفيات دورة الألعاب الأولمبية بالعاصمة الصينية عام ٢٠٠٨ م.

المصدر: وكالة الأنباء السعودية



مثال ١ حدد ما إذا كانت كل متابعة فيما يأتى حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

- ... , 19, 14, 9, 4 (2) ... , 13, 10, 17, 18 (3)

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متابعة حسابية فيما يأتي:

- ...، ۱۰، ۷، ۲، ۲- (۴) ...، ۳، ۶، ۹، ۱۲ (۲)

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

- $$\dots, 0, \dots, 0 - , 1 - \quad (6) \qquad \dots, 9, 11, 13, 10 \quad (5)$$

مثال ٤ **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالاً في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالاً، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالاً. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالاً. اكتب دالة تعبر عن الممتداة الحسابية، ثم مثلها بيانياً.

تدريب و حل المسائل

مثال ١ حدد ما إذا كانت كل متابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

- $$\dots, \frac{7}{13}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2} \quad (9) \qquad \dots, 9, 0, 1, 3 - \quad (8)$$

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متابعة حسابية فيما يأتي:

- ... , 10, 17, 19, 21 (1) ... , 3, 2, 2, 14, 1, 18, 1, 12 (1)

- $$\dots, 1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} - (13) \qquad \dots, 3\frac{1}{3}, 3, 2\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3} (14)$$

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

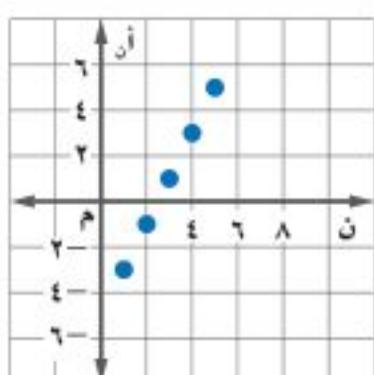
- $$\dots, 13, 8, 3, 2 = (15) \quad \dots, 18 = 13 = 8 = 3 = (18)$$

- ...،۲۳-،۱۹-،۱۰-،۱۱- (۱۷) ...،۴-،۰،۲۰-،۰،۰-،۰،۱۰- (۱۸)

مثال ٤ ١٨) حدائق ترفيهية: لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاثة ساعات ٦ ألعاب.

- ٤) اكتب دالة للتعبير عن المتابعة الحسابية.

- ب) مثل الدالة بيانيًا، وحدد المجال.



- ١٩) مستعملاً التمثيل البياني المجاور لمتابعة حسابية:

- ٩) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

- ب) اكتب معادلة الحد التنوبي.

- ج) اكتب دالة للتعبير عن المتابعة الحسابية.

٢) إعلانات: تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب

- عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان،

- م ممتلئاً باستخدام أحد التطبيقات

٤٢) ما الحد الأول في متابعة حسابية حدتها الرابع يساوي ٨ وأساسها؟

(٢٢) متابعة حسابية أساسها -٥. إذا كان A_1 يساوي ٢٢ فما قيمة A_5 ؟

(٢٣) ما الحد الذي قيمته -٣٦ في المتابعة الحسابية $28, 20, 12, 4, \dots$ ؟

(٢٤) **تمثيلات متعددة:** في متابعة فيبوناتشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقيين له.

والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

أ) جبرياً: اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت $n \leq 3$.

ب) جبرياً: أوجد الحد الخامس عشر في المتابعة.

ج) تحليلياً: بُين ما إذا كانت متابعة فيبوناتشي حسابية أم لا؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٥) **مسألة مفتوحة:** كُون متابعة حسابية أساسها -١٠.

(٢٦) **تحدد:** أوجد قيمة s التي تجعل $s+6, s+4, s+3$ الحدود الثلاثة الأولى لمتابعة حسابية.

(٢٧) بُين إذا كانت المتابعة: $s-1, s-2, s-3, s-5, \dots$ حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.

(٢٨) **تحدد:** بُين هل المتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) $s+1, s+3, s+4, s+8, \dots$
ب) $s-2, s-4, s-6, \dots$

(٢٩) **اكتب:** وضح كيف تجد حدّاً معيناً في متابعة حسابية، وكيف تكتب المتابعة الحسابية كدالة خطية.

تدريب على اختبار

(٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟

ج) $\{(-2, 1), (-1, 2), (0, 3), (1, 2), (2, 1)\}$

أ) $\{(-6, 5), (-4, 2), (-3, 1), (-2, 4)\}$

د) $\{(-6, 5), (-4, 3), (-2, 2), (0, 1)\}$

ب) $\{(3, 1), (5, 3), (4, 2), (6, 3)\}$

(٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتابعة الحسابية: $-7, -4, -1, 2, \dots$

د) $A_n = 3n + 4$

ج) $A_n = 3n - 10$

ب) $A_n = -7n + 1$

أ) $A_n = 3n - 4$

مراجعة تراكمية

(٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بال نقطتين $(9, 2)$ ، $(-1, 3)$. (الدرس ٥-٢)

حُلَّ كُلُّ من المعادلتين الآتيتين بيانياً: (الدرس ٤-٢)

$$x - 1 = 3s \quad (٣٣)$$

$$x + 8 = 7s \quad (٣٤)$$

(٣٥) حُلَّ المعادلة $5s + 7 = 8$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٣-١)

(٣٦) حُلَّ المعادلة $3s = 12$. (الدرس ٢-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثُل كُلُّ من المعادلات الآتية بيانياً:

$$s - c = -4 \quad (٣٧)$$

$$2s + 4c = 8 \quad (٣٩)$$



اختبار الفصل

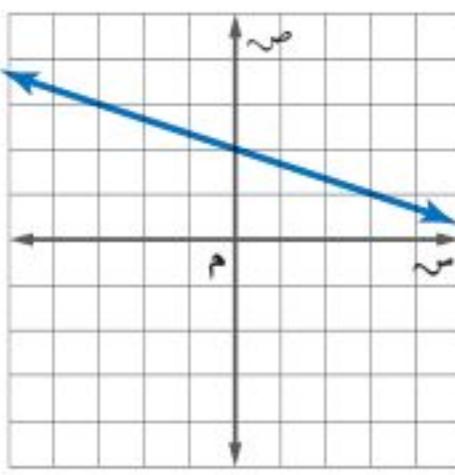
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(١٢) $(7, 3), (8, 5)$

(١٣) $(2, 3), (2, 5)$

(١٤) $(4, 6), (3, 6)$

(١٥) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



أ) -3

ب) $-\frac{1}{3}$

ج) 3

د) $\frac{1}{3}$

(١٦) **اختيار من متعدد:** ما قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1, 0), (r, 3)$ يساوي 2 ؟

أ) 3

ب) $\frac{2}{5}$

ج) $-\frac{3}{2}$

د) $\frac{5}{2}$

(١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

$\dots, 5, 6, 8, 11, 15, \dots$

يبين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

(١٨) $\dots, 16, 24, 32, 40, \dots$

(١٩) $\dots, 75, 0, 5, 1, 3, 6, 11, \dots$

١) مثل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانياً،

ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

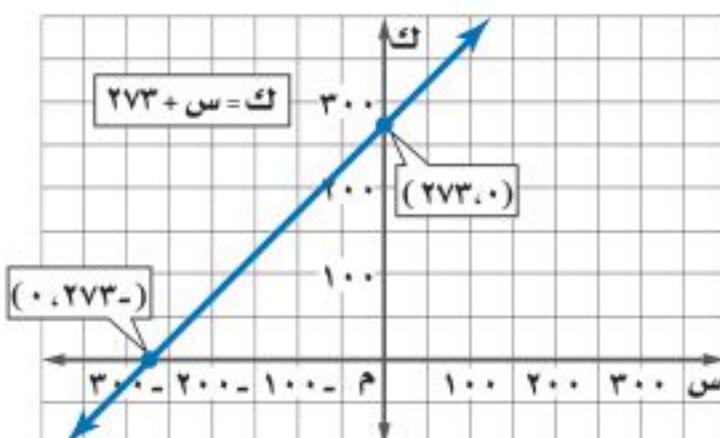
$\{(3, 0), (1, 0), (0, 1), (-1, 0), (-3, 0)\}$

إذا كان $d(s) = 5 - 2s$ ، $h(s) = s^2 + 7s$

فأوجد قيمة كل من :

(٢) $h(3) = ?$

(٤) **درجة الحرارة:** يبيّن الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (s) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (k).



أ) حدد كلاً من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسّر ذلك.

ب) أوجد المقطع s والمقطع k ، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

مثل كلاً من المعادلات الآتية بيانياً:

(٥) $s = 2s + 2$

(٦) $s = 4s$

(٧) $s + 2s = 1$

(٨) $s - 3s = 5$

حلّ كُلّ معادلة مما يأتي بيانياً:

(٩) $s = 2 + 4s$

(١٠) $s = 0 - 6s$

(١١) $s = 4s + 16$



الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

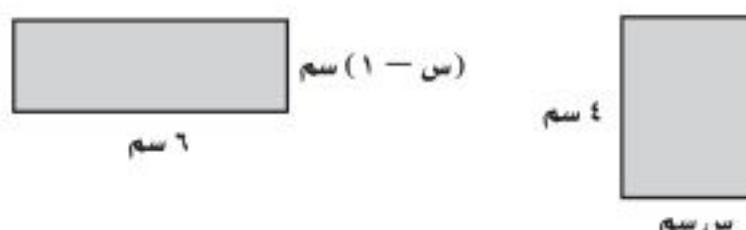
- ٤) الجدول الآتي يبيّن تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

| عدد الوجبات | التكلفة (ريال) |
|-------------|----------------|
| ٦٠ | ١ |
| ٨٥ | ٢ |
| ١١٠ | ٣ |
| ١٣٥ | ٤ |

أيُّ المعادلات الآتية تعبرُ عن الموقف؟

- أ) $D(n) = 25n + 25$ ج) $D(n) = 35n + 35$
 ب) $D(n) = 25n + 30$ د) $D(n) = 35n + 40$

- ٥) إذا كان للشكليين الآتيين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



- أ) ٣ ج) ٥
 ب) ٤ د) ٦

- ٦) الجدول أدناه يبيّن كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

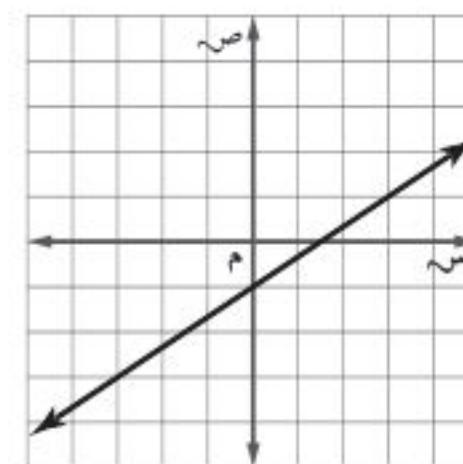
| الساعة (س) | الكمية (ص) |
|------------|------------|
| ٤ | ١,٨ |
| ٣ | ١,٣٥ |
| ٢ | ٠,٩ |
| ١ | ٠,٤٥ |

ما الدالة الخطية التي تعبرُ عن الموقف؟

- أ) $s = 45, 0$ ج) $s = 9, 0$
 ب) $s = 45, 0$ د) $s = 1, 8$



- ١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبيّن في الشكل أدناه؟



- أ) $-\frac{1}{3}$ ج) $\frac{2}{3}$
 ب) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{3}{2}$

- ٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

| ساعات العمل | الأجر (ريال) |
|-------------|--------------|
| ٤ | ٢٢٠ |
| ٣ | ١٦٥ |
| ٢ | ١١٠ |
| ١ | ٥٥ |

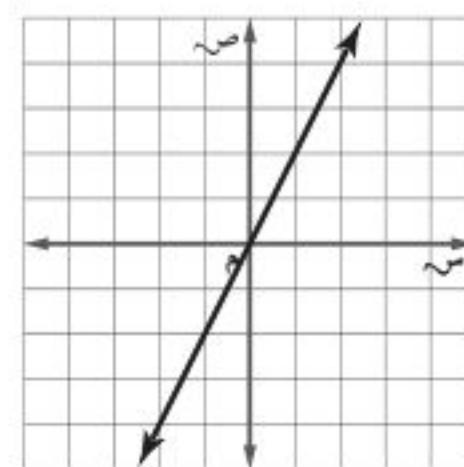
- أ) زيادة ٦٥ ريالاً في الساعة.
 ب) زيادة ٥٥ ريالاً في الساعة.
 ج) نقصان ٥٥ ريالاً في الساعة.
 د) نقصان ٦٥ ريالاً في الساعة.

- ٣) ما معادلة الحد النوني للممتتابعة:
 ٢، ٤، ٧، ١٣، ٢٦، ...؟

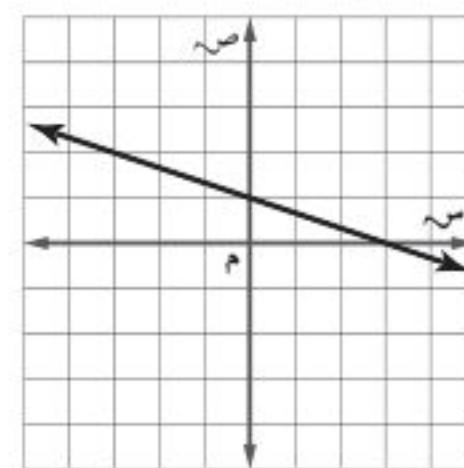
- أ) $a_n = 2n - 1$ ج) $a_n = 3n + 2$
 ب) $a_n = 2n + 4$ د) $a_n = 3n - 5$

إجابة قصيرة

٧) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل أدناه.



٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة: $-\frac{1}{3}s + 1 = 0$



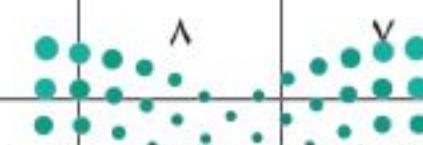
إجابة مطولة

٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدماً فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدماً/ الدقيقة.

أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

ب) إذا كانت ز تعبّر عن الزمن الذي أطلق بالونه، ع تمثل ارتفاع البالون، فعّبر عن الموقف بمتتابعة حسابية.

ج) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.



الفصل ٣

الدواال الخطية

فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية بيانياً.

واليآن

- أكتب المعادلات الخطية بصيغها المختلفة وأمثلها بيانياً.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معلومة ويباوزي / يعادل مستقيماً معلوماً.

المادة

 **سفر:** يختلف عدد الرحلات الجوية من سنة إلى أخرى، وبناءً على البيانات السنوية لعدد الرحلات يمكن إيجاد معدل التغير السنوي لتحديد النموذج الخطى المستعمل للتنبؤ بعدد الرحلات في السنوات القادمة.

المفردات

- صيغة الميل والمقطع ص (٩٤)
- التنبؤ الخطى ص (١٠٢)
- صيغة الميل ونقطة ص (١٠٨)
- المستقيمان المتوازيان ص (١١٣)
- المستقيمان المتعامدان ص (١١٤)

المسطويات

منظم أفكار

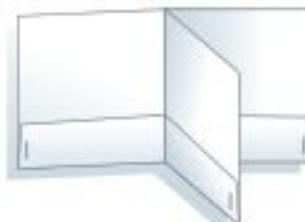
الدواال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الدوال الخطية، مبتدئاً بورقة A3.

٤ سم غلاف
المطوية بعنوان
الفصل.

٢ اطو النصف العلوي للورقة
إلى أسفل، ثم اطو الورقة من
المتصف إلى الخلف واقلبها
لتشكل جيّاً مع الحواف
السفليّة.

٢ اطو الورقة من المتصف
طوليًّا وعرضيًّا، ثم افتح
الطي، وقص على طول خط
الطي من الأعلى إلى المركز.

١ اطو الحافتين
الصغيرتين من
الورقة طوليًّا
بمقدار ٤ سم
لكل منها.





التهيئة للفصل ٣

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

اختبار سريع

مثال ١

$$\text{أوجد قيمة: } 2(m-n)^2 + 3b \text{ عندما } m=5, n=2, b=-3.$$

| | |
|-----------------|---|
| العبارة الأصلية | $(m-n)^2 + 3b$ |
| عوْض عن م، ن، ب | $(3-5)^2 + 3(2)$ |
| اطرح | $(3-5)^2 + 3(2) = (3+(-5))^2 + 3(2) = (-2)^2 + 3(2) = 4 + 6 = 10$ |
| أوجد قيمة القوة | $(3-5)^2 + 3(2) = (3+(-5))^2 + 3(2) = (-2)^2 + 3(2) = 4 + 6 = 10$ |
| اضرب | $(9-(-18)) = 9+18 = 27$ |
| اجمع | $9 = 27$ |

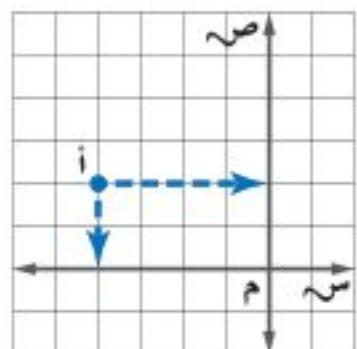
مثال ٢

$$\text{حل المعادلة: } 5s + 15 = 9$$

| | |
|--------------------|-------------------------|
| المعادلة الأصلية | $5s + 15 = 9$ |
| اطرح ١٥ من الطرفين | $5s + 15 - 15 = 9 - 15$ |
| بسط | $5s = -6$ |
| اقسم كل طرف على ٥ | $s = \frac{-6}{5}$ |
| بسط | $s = -\frac{6}{5}$ |

مثال ٣

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل النقطة أ.



الخطوة ١: ابدأ من النقطة أ.

الخطوة ٢: أنزل خطأ رأسياً إلى المحور (س)، فيكون الإحداثي السيني هو -٤.

الخطوة ٣: أنزل خطأ أفقياً إلى المحور (ص)، فيكون الإحداثي الصادي هو ٢.

إذن الزوج المرتب للنقطة أ هو (٢، -٤).

أوجد قيمة $3a^2 - 2ab + jc$ عند القيم المعطاة: (الدرس ١-١)

$$(1) a=2, b=1, j=5$$

$$(2) a=1, b=0, j=11$$

$$(3) a=5, b=3, j=-9$$

٤ استئجار سيارة: تمثل تكلفة استئجار سيارة بالمعادلة $t = 4s + 30$ ص ، حيث يمثل س عدد الأيام، وص عدد الكيلومترات. أوجد تكلفة استئجار السيارة مدة ٥ أيام لقطع مسافة ٤٢٥ كيلومتر.

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدروس ١-٣، ٢-١)

$$(5) s = 3 + 5$$

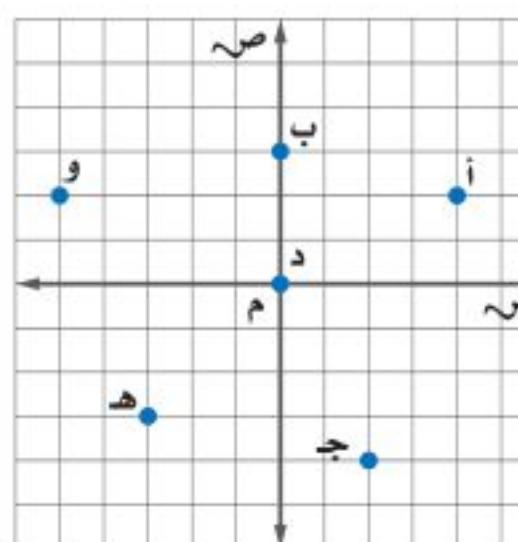
$$(6) 2s - 4 = 6$$

$$(7) 2s - 2 = s + 3$$

٨ هندسة: إذا علمت أن قانون محيط المستطيل هو $\text{مح} = 2l + 2s$ ، حيث l = الطول ، s = العرض ، فأوجد قيمة s بدلالة كل من l ، مح .

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:

(الدرس ١-٢)



(9) أ

(10) ب

(11) ج

(12) د

(13) هـ

(14) و



تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا

المادة

مسابقة الشعر



يحفظ جميل ٥٠٠ بيت من الشعر، وعندما اشتراك في نادي الشعر بدأ بحفظ ٣٠ بيتاً جديداً كل شهر. ولمعرفة عدد الأبيات (s) التي يحفظها بعد (t) شهراً نكتب المعادلة:

$$s = 30t + 500$$

صيغة الميل والمقطع: يمكن كتابة أي معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع. على النحو: $s = mt + b$ حيث m الميل، b المقطع الصادي، وأي تغير في قيمة أي منها يؤدي إلى تغيير التمثيل البياني لالمعادلة.

فيما سبق

درست معدل التغير والميل.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثلها بيانيًّا.
- أمثل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

صيغة الميل والمقطع

مطويتك

صيغة الميل والمقطع

مفهوم أساسى

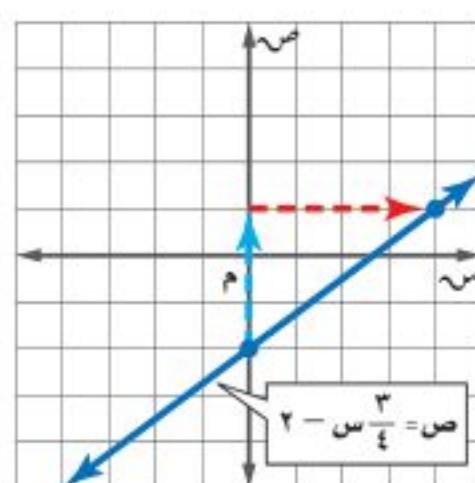
التعبير اللفظي: صيغة الميل والمقطع لمعادلة الخطية هي: $s = mt + b$ ، m = الميل، b = المقطع الصادي.

مثال: $s = 2s + 6$

الميل \rightarrow المقطع الصادي

مثال ١ كتابة المعادلة وتمثيلها بيانيًّا

اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{3}{4}$ ، ومقطعه الصادي = -٢ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانيًّا.



$$s = ms + b$$

$$s = \frac{3}{4}s - 2$$

$$s = \frac{3}{4}s - 2$$

والآن، مثل المعادلة بيانيًّا.

الخطوة ١: عين النقطة (٠، -٢) التي تمثل المقطع الصادي

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{3}{4}$ ، تحرّك من النقطة (٠، -٢) بمقدار ٣ وحدات إلى الأعلى،

و٤ وحدات إلى اليمين وعين النقطة الجديدة.

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيماً يمر بهاتين النقطتين.

تحقق من فهمك



اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانيًّا:

(١) الميل = $-\frac{1}{2}$ ، المقطع الصادي = ٣ (٢) الميل = ٣، المقطع الصادي = -٨

إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، فإن إعادة كتابتها بهذه الصيغة تسهل تمثيلها بيانياً.

تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

مثال ٢

مثل المعادلة $3s + 2c = 6$ بيانياً.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

المعادلة الأصلية

$$3s + 2c = 6$$

اطرح $3s$ من طرفي المعادلة

$$3s + 2c - 3s = 6 - 3s$$

بسط

$$2c = 6 - 3s$$

$$6 - 3s = 6 + (-3s) = -3s + 6$$

$$2c = -3s + 6$$

اقسم كل طرف على ٢

$$\frac{2c}{2} = \frac{-3s + 6}{2}$$

صيغة الميل والمقطع

$$c = -\frac{3}{2}s + 3$$

والآن، مثل المعادلة بيانياً، الميل = $-\frac{3}{2}$ ، والمقطع الصادي = ٣.

الخطوة ١: عين المقطع الصادي $(0, 3)$

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{-3}{2}$ ، تحرك من النقطة $(0, 3)$ إلى

الأسفل ٣ وحدات ووحدتين إلى اليمين، وعين النقطة الجديدة.

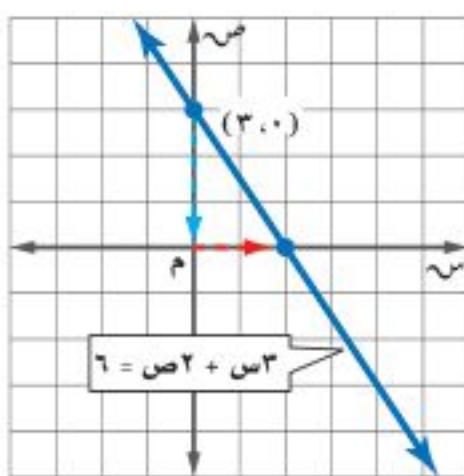
الخطوة ٣: ارسم خطأ مستقيماً يصل بين النقطتين.

تحقق من فهمك

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

$$2b - 3s + 5c = 10$$

$$12 - 4c = 3s$$



ارشادات للدراسة

المتغيرات التابعة،
ص هو المتغير التابع؛ لأن
يعتمد على التغير في س.

ارشادات للدراسة

الميل والاتجاه

لتحديد النقطة الثانية التي يمر بها المستقيم، انطلاقاً من النقطة التي تمثل المقطع الصادي، نستعمل الميل، فإذا كان موجباً فتحرك إلى أعلى وإلى اليمين. وإذا كان سالباً، فإما أن يكون البسط سالباً فتحرك إلى الأسفل، وإما أن يكون المقام سالباً فتحرك إلى اليسار. وفي كلتا الحالين نحصل على المستقيم نفسه.

تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

مثال ٣

مثل المعادلة $c = -3s$ بيانياً.

الخطوة ١: عين المقطع الصادي $(0, 0)$.

الخطوة ٢: الميل = ٠، ارسم خطأ مستقيماً يمر بال نقاط التي إحداثياتها الصادي -3 .

تحقق من فهمك

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

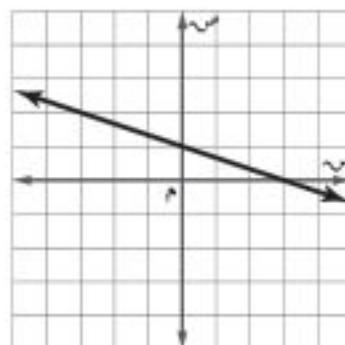
$$5 = c$$

$$1 = 2c$$

لاحظ أن معادلات المستقيمات الأفقية لا تتضمن المتغير s ، وأن تمثيلها لا يقطع محور السينات ما عدا التمثيل البياني للمعادلة $s = c$ الذي ينطبق على محور السينات.

قد تحتاج أحياناً إلى كتابة معادلة عُرف تمثيلها البياني. ولإجراء ذلك، عِين المقطع الصادي، ثم استعمل الحركة أفقياً ورأسيّاً لإيجاد نقطة أخرى على الشكل، ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٤ من اختبار



أي مما يأتي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟

أ) $s = 3s + 1$ ج) $s = -\frac{1}{3}s + 1$

ب) $s = 3s - 3$ د) $s = -\frac{1}{3}s - 3$

إرشادات للاختبار

حذف البدائل (الخطأ)
حلل التمثيل البياني وأوجد الميل والمقطع الصادي، ثم احذف البدائل التي لا تتوافق مع الشكل.

اقرأ السؤال:

أنت بحاجة إلى معرفة كل من: الميل والمقطع الصادي للمستقيم من أجل كتابة معادلته.

حل السؤال:

الخطوة ١: بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(0, 1)$ ، لذا فالقطع الصادي يساوي 1 ، وتكون الإجابة الصحيحة هي أ أو ج.

الخطوة ٢: للانتقال من النقطة $(0, 1)$ إلى $(3, 0)$ ، تحرك وحدة واحدة إلى الأسفل وثلاث وحدات إلى اليمين، فالميل يساوي $-\frac{1}{3}$.

الخطوة ٣: اكتب المعادلة: $s = m s + b$
 $s = -\frac{1}{3}s + 1$.

تحقق: يمر المستقيم بالنقطة $(-3, 2)$ أيضاً، وتكون هذه النقطة حلّاً للمعادلة إن كانت صحيحة.

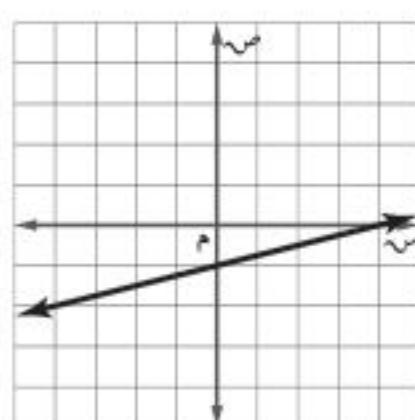
$$s = -\frac{1}{3}s + 1$$

$$2 \stackrel{?}{=} -\frac{1}{3}(-3) + 1$$

$$1 + 1 \stackrel{?}{=} 2$$

الإجابة الصحيحة هي ج.

تحقق من فهمك



٤) أي مما يأتي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟

أ) $s = \frac{1}{4}s - 1$ ج) $s = 4s + 4$

ب) $s = 4s - 1$ د) $s = \frac{1}{4}s + 4$

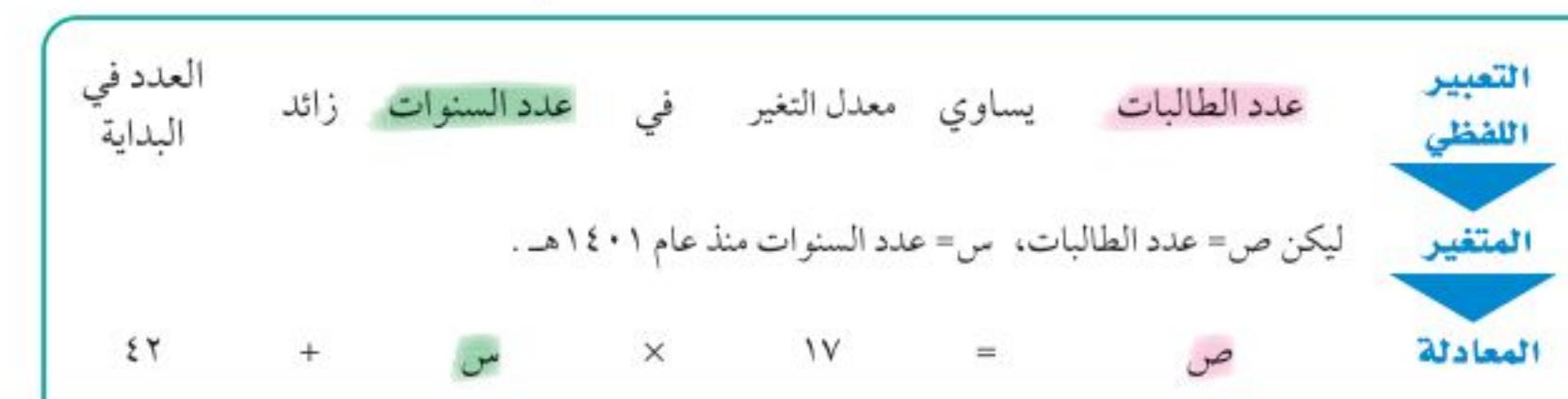


تمثيل بيانات من واقع الحياة: يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغييرها ثابتاً، فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل، والمقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفرًا.

مثال ٥ من واقع الحياة كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانياً

مدارس: استعمل المعلومات الواردة إلى اليمين عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٠١ هـ.



الربط مع الحياة

بلغ عدد طالبات المرحلة

الثانوية لعام ١٤٠١ هـ نحو

٤٢ ألف طالبة، وقد ازداد هذا

العدد بمعدل ١٧ ألف طالبة

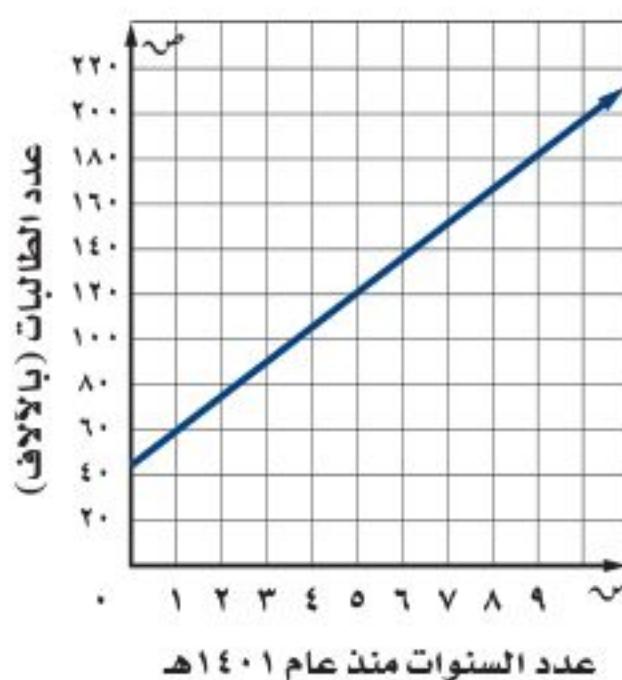
تقريباً كل سنة حيث بلغ عدد

الطالبات عام ١٤٢١ هـ ٣٨٦ ألفاً تقريباً.

المصدر: الإحصائية الصادرة عن

مركز الحاسوب والمعلومات في

وزارة التعليم.



$$\begin{aligned}
 \text{المعادلة هي ص} &= ١٧ س + ٤٢ \\
 \text{ب) مثل المعادلة بيانياً.} \\
 \text{المقطع الصادي هو نقطة البداية، لذا} \\
 \text{فالمستقيم يمر بالنقطة (٠, ٤٢).} \\
 \text{معدّل التغيير هو الميل، لذا فالميل يساوي ١٧} \\
 \text{ج) قدر عدد الطالبات عام ١٤٤٤ هـ.} \\
 \text{اكتب المعادلة} & \quad \text{ص} = ١٧ س + ٤٢ \\
 \text{عوض عن س بـ (٣٦)} & \quad ٤٢ + ١٧(٣٦) = \\
 \text{بسط} & \quad ٧٧٣ =
 \end{aligned}$$

فيكون عدد طالبات المرحلة الثانوية عام ١٤٤٤ هـ نحو ٧٧٣ ألف طالبة.

تحقق من فهمك

٥) **مهرجان خيري:** بلغت تكلفة وجبات العشاء في مهرجان خيري ١١٦٠ ريالاً، فإذا بيعت الوجبة الواحدة بـ ٥ ريالات.

أ) فاكتب معادلة تبيّن مقدار ربح المهرجان عند بيع (ن) وجبة.

ب) مثل هذه المعادلة بيانياً.

ج) أوجد مقدار الربح إذا بيعت ٨٠٠ وجبة.

تأكد

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانياً:

٢) الميل: $\frac{3}{4}$ ، المقطع الصادي: -١.

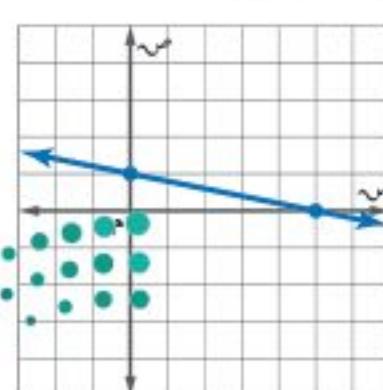
١) الميل: ٢ ، المقطع الصادي: ٤

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

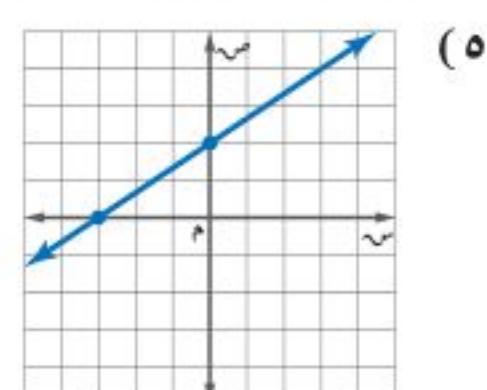
٤) $٢س + ص = -٦$

٣) $-٤س + ص = ٢$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:



٦



٥

مثال ١

المثالان ٢ ، ٣

مثال ٤

مثال ٥ نقود: اشتري محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالاً دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

أ) اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعاً.

ب) مثل المعادلة بيانياً.

ج) أوجد المبلغ الذي سيدفعه محمد بعد ٨ أسابيع.

تدريب وحل المسائل

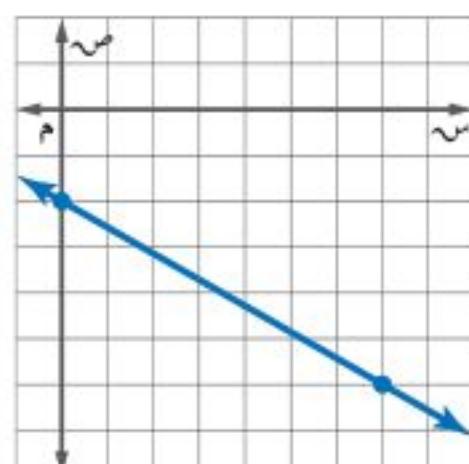
مثال ١ اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانياً:

٨) الميل: ٥، المقطع الصادي: ٤ ٩) الميل: ٣، المقطع الصادي: -٨

المثالان ٢، ٣ مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

$$10) \text{ ص} = ٧ - ٥\text{س} \quad 11) \text{ ص} = ١$$

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:



مثال ٥ المها العربي: المها العربي من الثدييات المعرضة للانقراض. وقد أنشأت المملكة عدة محميات للحفاظ عليها، فكان عددها عام ١٤١٧هـ، نحو ٤٠٠ رأس، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ٥٠ رأساً تقريباً كل سنة.

أ) اكتب معادلة تمثل عدد المها في المملكة بعد (س) سنة منذ عام ١٤١٧هـ.

ب) مثل المعادلة بيانياً.

ج) قدر عدد المها عام ١٤٤٥هـ.

١٥) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله = $-\frac{3}{7}$ ، ومقطعه الصادي: ٢

١٦) مثل المعادلة $\text{ص} = \frac{3}{4}\text{س} - ٣$ بيانياً.

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١٧) الميل: -١، المقطع الصادي: ٠ ١٨) الميل: ١، المقطع الصادي: ٢٥ ،

١٩) اكتب معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٣.

٢٠) **دراجات**: يتضمن محل تأجير الدراجات النارية ٥ ريالات بالإضافة إلى ٢٥ ريالاً عن كل ساعة.



الربط مع الحياة

بدلت المملكة العربية السعودية جهوداً كبيرة لحماية المها العربي من الانقراض، حيث انطلق أول برنامج لإعادة توطينها في عام ١٩٨٦م.

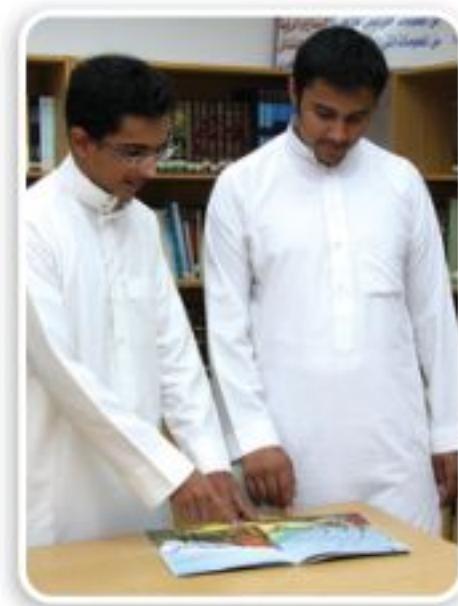
ج) ما تكلفة تأجير دراجتين مدة ٨ ساعات؟

أ) اكتب معادلة التكلفة الكلية لاستئجار دراجة نارية مدة (س) ساعة بصيغة الميل والمقطع.

ب) مثل المعادلة بيانياً.

٢١) **مجلات:** تم بيع ٥٠٠٠٠ نسخة من إحدى المجلات في سنته الأولى، وازداد هذا العدد بعد ذلك بمعدل ٥٠٠٠ نسخة في السنة.

- أ) اكتب معادلة تمثل عدد النسخ المباعة (ن) بعد (ص) سنة.
ب) ماذا يمثل الميل؟
ج) ماذا يمثل المقطع الصادي؟
د) إذا بدأت المجلة سنة ١٤٢٠ هـ، ففي أي سنة يصل عدد النسخ المباعة إلى ١٥٠٠٠٠ وفق المعدل نفسه؟



الربط مع الحياة

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بدالة خطية، ثم اكتب هذه الدالة ومثلها بيانياً.

٢٣) **تبرير:** بين ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة الخط الرأسى بصيغة الميل والمقطع أم لا، وفسّر إجابتك.

٢٤) **تحدى:** ما الخصائص المشتركة للتمثيلات البيانية للمعادلات الآتية:
 $ص = 2س + 3$ ، ص = $4س + 3$ ، ص = $-س + 3$ ، ص = $-10س + 3$.

٢٥) **اكتب:** وضح كيف تجد معدل تغير معادلة خطية بالصيغة القياسية.

مجلة «القافلة» من أوائل المجلات التي ظهرت في المملكة عام ١٣٧٣ هـ، وكان يكتب فيها أدباء على مستوى العالم العربي.

المصدر: www.qafilah.com

تدريب على اختبار

٢٧) تحتاج وصفة كعكة الفواكه إلى ٥٠ ملليترًا من عصير البرتقال لكل ١٥٠ ملليترًا من عصير الليمون، فإذا استعملت فدوى ٦٠٠ ملليلتر من عصير الليمون، فكم ملليترًا من عصير البرتقال تم استعماله؟

ج) ٢٠٠

أ) ١٥٠

د) ٥٠

ب) ٦٠٠

٢٦) يحتوي مخزن للإلكترونيات على س قرصاً مدمجاً، فإذا بيع منها ٣٥٠ قرصاً، وأضيف إليها ٣ ص من الأقراص، فأي عبارة مما يأتي تمثل عدد الأقراص التي أصبحت موجودة في المخزن؟

أ) $س - 350 - 3$ ص ج) $س + 350 + 3$ ص

ب) $س - 350 - 3$ ص د) $350 - 3 - س$

مراجعة تراكيمية

٢٨) اكتب معادلة الحد التوقيعي للمتابعة الحسابية ٣، ١١، ٧، ١٥، ... (الدرس ٦-٢)

٢٩) أوجد الحدين الرابع والخامس للمتابعة ١، ٥، ٢، ٦، ٣، ... (الدرس ٦-٢)

٣٠) حل المعادلة $3 - 2s = 6$. (الدرس ٣-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(٣١) (٣، ٢)، (٧، ٩)

(٣٢) (٤، ٢)، (٦، ٣)

(٣٣) (١، ٣)، (٣، ٣)

Ministry of Education

الدرس ٣-١: تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانياً ٤٥-٩٤٢٠٢٣



وزارة التعليم



كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

٢ - ٣

المادة



وصلت إيرادات المملكة عام ٢٠١٥م إلى ٦٠٨ مليار ريال، وفي عام ٢٠١٧م إلى ٦٩٦ مليار ريال. إن معرفة هذه المعلومات تمكنك من كتابة معادلة خطية تستطيع من خلالها التنبؤ بإيرادات المملكة في السنوات القادمة إذا افترضت أن الإيرادات تزداد بالمعدل نفسه سنويًا.

كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع: يبين المثال أدناه طريقة كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ١ كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله ٣. حيث أعطي في هذا المثال ميل المستقيم ولم يعط المقطع الصادي له، لذا فإنك تحتاج لإيجاده أولاً.

الخطوة ١: أوجد المقطع الصادي.

صيغة الميل والمقطع

$$ص = مس + ب$$

عَوْض عن $m = 3$ ، وعن $s = 1$ ، وعن $b = 2$

بسط

$$1 = 2(3) + ب$$

$$1 = 6 + ب$$

اطرح ٦ من كل طرف

$$6 - 6 = 6 + ب - 6$$

بسط

$$5 = ب$$

الخطوة ٢: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

صيغة الميل والمقطع

$$ص = مس + ب$$

عَوْض عن $m = 3$ ، وعن $s = 5$

$$ص = 3س - 5$$

ف تكون المعادلة هي: $ص = 3س - 5$.

تحقق من فهمك

١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢، ٥) وميله ٤.



كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما: يمكنك استعمال نقطتين يمر بهما خط مستقيم لإيجاد الميل أولاً، ثم اتباع الخطوات نفسها في المثال (١) لكتابة المعادلة.

مثال ٢ كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١، ٣)، (٢، ٤) :

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل} & \quad m = \frac{s_2 - s_1}{x_2 - x_1} \\ (s_1, c_1) = (1, 3), (s_2, c_2) = (2, 4) & \quad m = \frac{4 - 3}{2 - 1} \\ \text{بسط} & \quad m = \frac{1}{1} = 1 \end{aligned}$$

الخطوة ٢: استعمل أيّاً من النقطتين لإيجاد المقطع الصادي.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل والمقطع} & \quad c = mx + b \\ \text{عرض عن } m \text{ بـ (٥)، وعن } s \text{ بـ (٦)، وعن } c \text{ بـ (٧)} & \quad 4 = 1(2) + b \\ \text{بسط} & \quad 4 = 2 + b \\ \text{اطرح (٦) من كل طرف} & \quad 4 - 2 = 10 + b - 10 \\ \text{بسط} & \quad 2 = b \end{aligned}$$

الخطوة ٣: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع الصادي.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل والمقطع الصادي} & \quad c = mx + b \\ \text{عرض عن } m \text{ بـ (٥)، وعن } b \text{ بـ (٧)} & \quad c = 1(4) + 2 \\ \text{فتكون المعادلة هي: } c = 4s + 2. & \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

أوجد معادلة المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(١٢، ٤)، (٨، ١)، (١٢، ١)، (٤، ٨).

(٢، ٤)، (٦، ٥)، (٦، ٢).

مثال ٣ من واقع الحياة استعمال صيغة الميل والمقطع الصادي

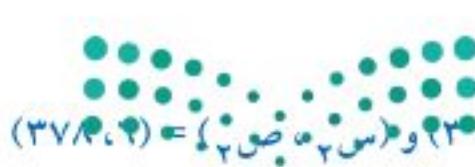
| عدد الرحلات | السنة |
|-------------|-------|
| ٣٥٤ | ٢٠١٤ |
| ٣٦٦ | ٢٠١٥ |
| ٣٧٨ | ٢٠١٦ |
| ٣٩٠ | ٢٠١٧ |

رحلات جوية: يبيّن الجدول المجاور معدل عدد الرحلات الجوية المغادرة إلى إحدى عواصم البلدان خلال سنوات معينة. اكتب معادلة يمكنك استعمالها للتنبؤ بعدد الرحلات المغادرة إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه.

فهم: تعلم عدد الرحلات الجوية في السنوات ٢٠١٤ م - ٢٠١٧ م، وتريد كتابة معادلة تساعدك على التنبؤ بعدد الرحلات المغادرة.

خطط: افترض أن (س) تمثل السنوات منذ عام ٢٠١٠، (ص) تمثل عدد الرحلات الجوية. وابحث عن معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣٦٦، ٥)، (٣٧٨، ٦).

حل: أوجد الميل m .



$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل} & \quad m = \frac{s_2 - s_1}{x_2 - x_1} \\ \text{عرض (س، ص) = (٣٦٦، ٥) و (س، ص) = (٣٧٨، ٦)} & \quad m = \frac{378 - 366}{6 - 5} = 12 \end{aligned}$$

بسط

$$12 = \frac{12}{1} =$$

إرشادات للدراسة

اختيار نقطة

عند إعطاء نقطتين على مستقيم، يمكنك اختيار أيّ منهما لتكون (س، ص)، وتأكد من اتساق اختيارك خلال حل المسألة.

اختر النقطة (٦، ٣٧٨)، وأوجد المقطع الصادي للمستقيم.

صيغة الميل والمقطع الصادي

$$ص = مس + ب$$

عَوْضُ عَنْ مِمْبَارٍ ١٢، وَعَنْ سِمْبَارٍ ٦، وَعَنْ صِمْبَارٍ ٣٧٨

$$ص = ١٢ + ٦ + ب$$

بسط

$$ص = ٣٧٨ + ب$$

اطرح ٧٢ من كل طرف

$$ص = ٣٠٦ + ب$$

استعمل م = ١٢، ب = ٣٠٦ لكتابة المعادلة

صيغة الميل والمقطع الصادي

$$ص = مس + ب$$

عَوْضُ عَنْ مِمْبَارٍ ١٢، وَعَنْ سِمْبَارٍ ٣٠٦

$$ص = ١٢ + ٣٠٦ + ب$$

تحقق: تحقق من صحة الحل باستعمال إحداثيات النقطة الأخرى.

المعادلة الأصلية

$$ص = ١٢ + ٣٠٦$$

عَوْضُ عَنْ سِمْبَارٍ ٥، وَعَنْ صِمْبَارٍ ٣٦٦

$$ص = ١٢ + ٣٠٦ + ٥ \stackrel{?}{=} ٣٦٦$$

بسط

$$\checkmark ٣٦٦ = ٣٦٦$$

تحقق من فهمك

٣) **رواتب:** يتلقى طلال أجرة أسبوعية قدرها ٣٥١ ريالاً مقابل ساعات عمله الأساسية مضافة إليها ساعة عمل إضافية . فإذا عمل الأسبوع الماضي ٥ ساعات إضافية وتلقى مبلغاً إجمالياً قدره ٤١٥ ريالاً، فاكتتب معادلة خطية لإيجاد أجراه الكلية (ج) إذا عمل (س) ساعة إضافية.

يمكنك استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدى البيانات، وتُسمى هذه العملية **التنبؤ الخططي**.



الربط مع الحياة

مثال ٤ من واقع الحياة التنبؤ باستعمال صيغة الميل والمقطع

رحلات جوية: استعمل المعادلة في المثال ٣ لتقدير عدد الرحلات الجوية عام ٢٠٢٢م.

المعادلة الأصلية

$$ص = ١٢ + ٣٠٦$$

عَوْضُ عَنْ سِمْبَارٍ ١٢

$$ص = ٣٠٦ + ١٢$$

بسط

$$ص = ٤٥٠$$

التقدير المناسب لمعدل الرحلات الجوية يساوي ٤٥٠ رحلة.

تحقق من فهمك

٤) **رواتب:** استعمل المعادلة (الناتجة في التتحقق من فهمك ٣) للتتبؤ بالمبلغ **المستحق للذبي** يتلقاه طلال في الأسبوع إذا عمل ٨ ساعات إضافية.

تنامي حركة النقل الجوي باطراد نتيجة الطفرات السريعة التي يشهدها هذا المجال الحيواني، وتزداد الرحلات الجوية لمواكبة كثافة المسافرين، خصوصاً في الأعياد والاجازات ومواسم الحج والعمراء.

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-4, 6)$ وميله -2 .

مثال ٢ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 5), (-7, 7)$.

المثالان ٣ ، ٤ **سكان**: بلغ عدد سكان المملكة عام 1438هـ نحو $32,5$ مليون نسمة، ويزداد عددهم بمعدل $75,0$ مليون نسمة سنويًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد سكان المملكة (ك) بالملايين بعد (ص) سنة منذ عام 1438هـ .

ب) إذا استمرت الزيادة نفسها، فكم يصبح عدد سكان المملكة عام 1450هـ ؟

تدريب وحل المسائل

مثال ١ تقنية: اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله ثمّ مثله بيانياً، وتحقق من صحة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية في كل مما يأتي:

$$4) (1, 3); \text{الميل} = 2.$$

$$5) (-1, 4); \text{الميل} = -1.$$

$$6) (1, 0); \text{الميل} = 1.$$

مثال ٢ اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

$$7) (2, 4), (3, 9).$$

$$8) (3, 0), (7, 5).$$

$$9) (1, 2), (3, 3).$$

المثالان ٣ ، ٤ سيارات: يحرك سامي سيارة لعبة باستعمال جهاز التحكم عن بعد بسرعة ثابتة. فبدأ بتحريك السيارة عندما كانت على بعد 5 أقدام منه، وبعد ثانيتين أصبح بعدها 35 قدماً.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية.

ب) قدر المسافة التي تقطعها السيارة بعد 10 ثوانٍ.

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:

$$11) (4, 2); \text{الميل} = \frac{1}{2}.$$

$$12) (4, 6); \text{الميل} = \frac{3}{4}.$$

إرشادات لحل المسألة

تحديد الإجابات المعقولة

تحديد معقولية الإجابة

مفید عندما لا يكون

الجواب الدقيق ضروريًا.



$$13) (-4, -2); \text{ الميل} = \frac{-3}{5}.$$

١٤) طلاب: قُدّر عدد خريجي الجامعات من حملة البكالوريوس في المملكة عام ١٤٣٠هـ بنحو ١١٥ ألف طالب وطالبة، ووصل عام ١٤٣٦هـ إلى ١٧١ ألف طالب وطالبة.

- أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الخريجين من حملة البكالوريوس (ك) بعد (ع) سنة من العام ١٤٣٠هـ، حيث $ع = ١٤٢٠$ في العام ١٤٣٠هـ.
- ب) مثل المعادلة بيانياً.
- ج) قُدّر عدد الخريجين عام ١٤٥٠هـ.

١٥) نادٍ رياضي: يقدم نادٍ رياضي عرضاً للعضوية مقابل ٢٦٥ ريالاً، ودروساً في التمارين الرياضية بمبلغ إضافي مقداره ٥ ريالات لكل درس.

- أ) اكتب معادلة تمثل التكلفة الكلية لعضو حضر س درساً.
- ب) إذا كان المبلغ الذي دفعه مالك ٥٠٠ ريال في إحدى السنوات، فما عدد دروس التمارين الرياضية التي حضرها؟

اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي :

$$16) \left(1, \frac{5}{4} \right), \left(-1, \frac{1}{4} \right).$$

$$17) \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{12} \right), \left(1, -\frac{3}{4} \right).$$

بيان هل تقع النقطة على المستقيم المُعطاً معادلته؟ وبين سبب ذلك.

$$18) \text{ص} = \frac{1}{3}s + 5$$

$$19) \text{ص} = \frac{1}{2}s - 5$$



٢٠) بيئة: طبق مصنع برنامجاً لتقليل النفايات، ففي عام ٢٠١٠م كانت كمية النفايات ٩٥٢ طناً، ثم بدأت تتناقص بعد ذلك بمعدل ٢٨ طناً سنوياً.

الربط مع الحياة

يدعو ديننا الإسلامي الحنيف إلى المحافظة على نظافة البيئة، وتحريم تلوينها وإفسادها؛ حتى لا تتأثر صحة الإنسان وسائر المخلوقات سلباً.

أ) كم طناً تصل كمية النفايات عام ٢٠٢٥م؟

ب) في أيّ عام يصبح الاستمرار في هذا الاتجاه مستحيلاً؟ وضح إجابتك.

٢١) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذا السؤال، العلاقة بين ميلي المستقيمين المتعامدين.

أ) بيانياً، مثل المستقيم $\text{ص} = \frac{3}{4}s + 1$ على ورقة رسم بياني.

ب) شكلياً، ارسم مستقيماً يعادل المستقيم المرسوم باستعمال مسطرة غير مدرجة ومنقلة.

ج) جبرياً، أوجد معادلة المستقيم الذي يتعامد مع المستقيم الأصلي، وصف الطريقة التي استعملتها لكتابة المعادلة.

د) تحليلياً، قارن ميلي المستقيمين، وصف العلاقة بينهما.



مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٢) اكتشف الخطأ: كتب كل من أحمد وسمير معادلة المستقيم المار بال نقطتين (٣، ٦)، (٤، ٢). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح السبب.

| | |
|--|--|
| للهمير $c = \frac{6}{3} = \frac{(2-4)}{3-6} = 2$ $ص = 2s + ب$ $6 = 2(4) + ب$ $6 = 8 + ب$ $ب = 6 - 8$ $ب = -2$ $ص = 2s - 2$ | أحمد $c = \frac{6}{3} = \frac{(2-4)}{3-6} = 2$ $ص = 2s + ب$ $2 = 2(3) + ب$ $2 = 6 + ب$ $ب = 2 - 6$ $ب = -4$ $ص = 2s - 4$ |
|--|--|

(٢٣) تحد: إذا كانت النقاط (٣، ٧)، (١، ٦)، (٩، هـ) تقع على المستقيم نفسه، فأوجد قيمة هـ، وبين خطوات الحل.

(٢٤) تبرير: تعلم أن الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: $أs + ب = ج$.

أ) أعد كتابة هذه المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

ب) ما ميل المستقيم؟

ج) ما قيمة المقطع الصادي؟



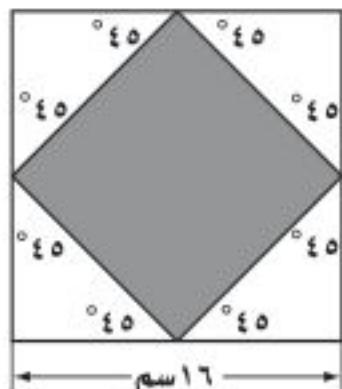
(٢٥) مسألة مفتوحة: اكتب مسألة من واقع الحياة تناسب التمثيل المجاور، ثم عرف المتغيرين، وصف العلاقة بينهما، واقتصر معادلة تمثل هذه العلاقة، وصف معنى كل من الميل والمقطع الصادي.

(٢٦) اكتب: ما المعلومات الضرورية لكتابية معادلة مستقيم؟ وضح إجابتك.



تدريب على اختبار

٢٨) هندسة: في الشكل أدناه، تم توصيل متصرفات أضلاع المربع للحصول على مربع أصغر. فما مساحة المربع المظلل؟



ج) ٢٤٨ سم^٢

د) ٢٥٦ سم^٢

أ) ٦٤ سم^٢

ب) ١٢٨ سم^٢

٢٧) يحصل ماجد على خصم نسبته ١٢٪، فإذا اشتري سلعة بـ ٣٥٥ ريالاً، فما مقدار الخصم على هذا المبلغ إلى أقرب ريال؟

ج) ٣٦ ريالاً

د) ٤٣ ريالاً

أ) ١٢ ريالاً

ب) ٣٠ ريالاً

مراجعة تراكمية

٢٩) مثل المعادلة: $s = 3s + 2$ بيانياً. (الدرس ٣-٢)

٣٠) **أرصاد جوية:** يُعبر عن المسافة (ف) بالأميال التي يقطعها صوت الرعد (ن) بالثواني بالمعادلة: $v = 21n + 20$. (الدرس ٣-٢)

أ) مثل المعادلة بيانياً.

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير الزمن المستغرق بين حدوث الرعد وسماع صوته من مسافة ٣ أميال.

٣١) حلّ المعادلة: $-14 - \frac{n}{9} = 9$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٣-١)

٣٢) حلّ المعادلة: $3s = s + 1$. (الدرس ٤-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو معطى:

$$m = \frac{4}{3}, (2, r), (5, 2), (-3, 0)$$

$$m = 4, (r, -6), (2, -6)$$



اختبار منتصف الفصل

٨) يمر بالنقطتين $(-3, 4)$ ، $(1, 12)$.

٩) يمر بالنقطتين $(-1, 2)$ ، $(4, 6)$.

١٠) يمر بالنقطة $(2, 1)$ ، وميله يساوي صفرًا.

١١) اختصار من متعدد: اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة

$(0, 0)$ وميله يساوي -4 (الدرس ٢-٣)

أ) $s = c - 4$

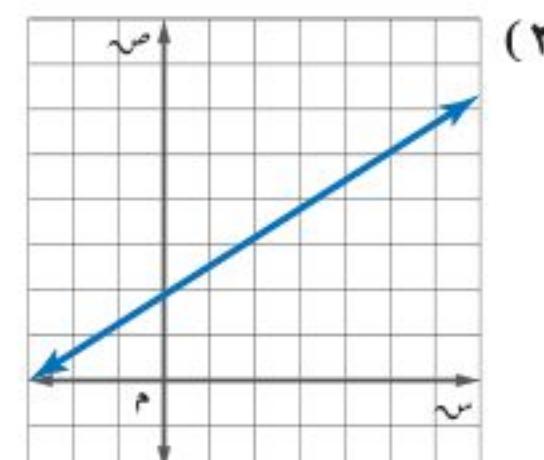
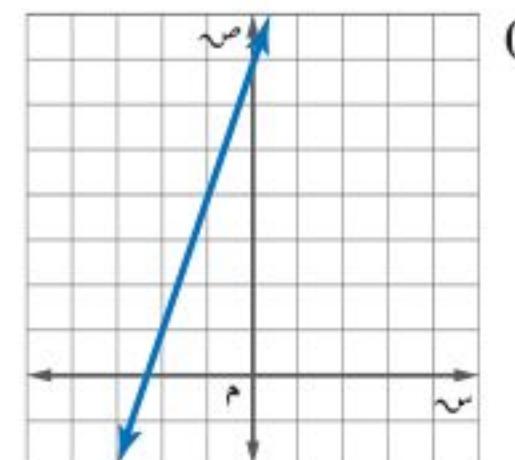
ب) $s = c + 4$

ج) $c = -4s$

د) $c = 4 - s$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما

يأتي: (الدرس ١-٣)



مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً: (الدرس ١-٣)

٣) $c = 2s + 3$

٤) $c = \frac{1}{3}s - 2$

٥) خدمة توصيل: طلب مجموعة موظفين عدداً من الوجبات من مطعم، فإذا كان ثمن الوجبة الواحدة ٢٥ ريالاً، وأجر خدمة التوصيل ١٠ ريالات، فاكتتب معادلة لإيجاد المبلغ الذي يجب دفعه للمطعم. (الدرس ٢-٣)

اكتب معادلة المستقيم في كلٍ من الحالات التالية: (الدرس ٢-٣)

٦) يمر بالنقطة $(2, 5)$ ، وميله يساوي ٣

٧) يمر بالنقطة $(-1, 3)$ ، وميله يساوي $\frac{1}{2}$



كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

المادة



تهدف مسابقة الملك عبدالعزيز الدولية لحفظ القرآن الكريم وتفسيره إلى التأسي والمحبة بين المتسابقين من شتى دول العالم الإسلامي، وقد رصدت لذلك مكافآت مجزية. وقد بدأت هذه المسابقة عام ١٣٩٩ هـ بـ ٥٥ مشاركاً، وتزايد العدد خلال ثلاثين عاماً بمعدل ١٥٦ مشاركاً سنوياً.

يمكنك التعبير عن عدد المشاركين في المسابقة سنوياً بالمعادلة: $s = 156 + 55$ ، حيث تمثل s عدد السنوات بعد عام ١٣٩٩ هـ، s عدد المشاركين.

صيغة الميل ونقطة: يمكنك كتابة معادلة المستقيم **بصيغة الميل ونقطة** إذا علمت إحداثيات نقطة يمر بها وميله.

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية إذا علم الميل ونقطة، أو علمت نقطتين.

والآن

- اكتب معادلات خطية بصيغة الميل ونقطة.
- اكتب معادلات خطية بصيغ مختلفة.

المفردات

صيغة الميل ونقطة

مطويتك

مفهوم أساسى

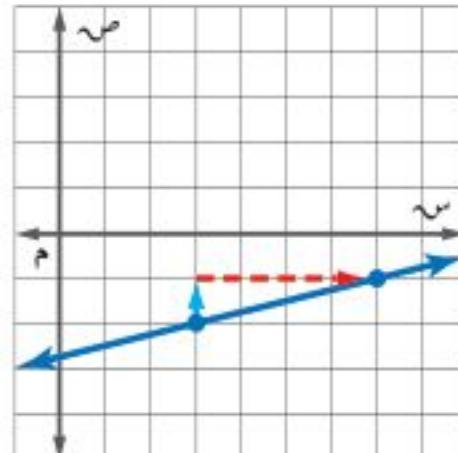
صيغة الميل ونقطة

التعبير اللغطي: تعبير المعادلة الخطية $s - s_1 = m(s - s_1)$ عن معادلة المستقيم غير الرأسى بصيغة الميل ونقطة، حيث (s_1, s_1) نقطة معطاة تقع على المستقيم، m ميل هذا المستقيم.

الرموز: $s - s_1 = m(s - s_1)$

مثال ١ كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة وتمثيلها بيانياً

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $(3, 2)$ وميله $\frac{1}{4}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثلها بيانياً.



$$\begin{aligned} s - s_1 &= m(s - s_1) && \text{صيغة الميل ونقطة} \\ s - (2) &= \frac{1}{4}(s - 1) && (s_1, s_1) = (1, 0), m = \frac{1}{4} \\ s + 2 &= \frac{1}{4}s - \frac{1}{4} && \text{بسط} \end{aligned}$$

وللتمثيل البياني عين النقطة $(3, 2)$ ، واستعمل الميل لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم، ثم ارسم المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين.

تحقق من فهمك



- ١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $(1, 2)$ وميله -6 بصيغة الميل ونقطة، **ممثلها بيانياً**.

صيغ المعادلات الخطية: إذا علم ميل المستقيم وإحداها نقطة أو علمت نقطتان، فيمكنك كتابة المعادلة الخطية بإحدى الطائق الآتية:

| مطويتك | كتابة المعادلات | ملخص المفهوم | إرشادات للدراسة |
|--|---|--|-----------------------|
| <p>المعطى: نقطتان</p> <p>الخطوة ١: أوجد الميل.</p> <p>الخطوة ٢: اختر إحدى النقطتين.</p> <p>الخطوة ٣: اتبع الخطوات نفسها الواردة في كتابة معادلة المستقيم إذا علم الميل ونقطة.</p> | <p>المعطى: الميل ونقطة</p> <p>الخطوة ١: عَوْض عن قيم m, s_1, s_2 في المعادلة: $s_2 - s_1 = m(s_2 - s_1)$ أو عَوْض عن قيم m, s_1, s_2 في صيغة الميل والمقطع وحلها لإيجاد قيمة b.</p> <p>الخطوة ٢: أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.</p> | <p>يظل الميل ثابتاً عند أي نقطتين على المستقيم، ويمكن تسمية أي منهما (s_1, s_1) والأخر (s_2, s_2).</p> | <p>الميل :</p> |

مثال ٢ الصورة القياسية لمعادلة مستقيم

اكتب المعادلة $s - 1 = \frac{2}{3}(s - 5)$ بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$s - 1 = \frac{2}{3}(s - 5)$$

اضرب كل طرف في العدد (٣) للتخلص من الكسر

$$(s - 1) = \frac{2}{3}(s - 5)$$

بسط

$$3(s - 1) = 2(s - 5)$$

خاصية التوزيع

$$3s - 3 = 2s + 10$$

أضف (٣) إلى كل طرف

$$3s = 2s + 13$$

أضف ٣ إلى كل طرف

$$2s + 3 = 13$$

مراجعة المفردات

الصورة القياسية

المعادلة الخطية

هي $As + B = C$,

$A \neq 0$, A, B لا تساوي

صفراً معاً, A, B , C

أعداد صحيحة, العامل

المشترك الأكبر لها

يساوي ١ (الدرس ٢-٢)

تحقق من فهمك

٢) اكتب المعادلة $s - 1 = 7(s + 5)$ بالصورة القياسية.

لإيجاد المقطع الصادي لمعادلة، أعد كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ صيغة الميل والمقطع

اكتب المعادلة $s + 3 = \frac{3}{2}(s + 1)$ بصيغة الميل والمقطع.

المعادلة الأصلية

$$s + 3 = \frac{3}{2}(s + 1)$$

خاصية التوزيع

$$s + 3 = \frac{3}{2}s + \frac{3}{2}$$

اطرح $\frac{3}{2}$ من كل طرف

$$s = \frac{3}{2}s - \frac{3}{2}$$

تحقق من فهمك

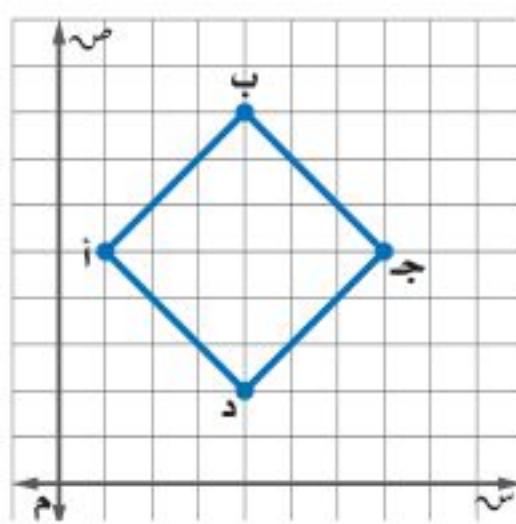
٣) اكتب المعادلة $s + 6 = -3(s - 4)$ بصيغة الميل والمقطع.



ويفيد استعمال الصيغ المختلفة للمعادلات الخطية في موضوعات أخرى.

صيغة الميل ونقطة والصورة القياسية

مثال ٤



هندسة: يبيّن الشكل المجاور المربع ABCD.

أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن边 CD بصيغة الميل ونقطة.

الخطوة ١: أوجد ميل边 CD.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(x_1, y_1) = (-1, 1), (x_2, y_2) = (1, 1)$$

$$m = \frac{1 - 1}{1 - (-1)} =$$

صيغة الميل

الخطوة ٢: عرض في صيغة الميل ونقطة.

صيغة الميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(x_1, y_1) = (1, 1)$$

$$y - 1 = 1(x - 1)$$

على اعتبار أن $(x_1, y_1) = (1, 1)$

$$y - 1 = 1(x - 1)$$

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

$$y - 1 = 1(x - 1)$$

المعادلة الأصلية

$$y = x + 1$$

$$y = x + 1$$

خاصية التوزيع

$$y = x + 1$$

$$y = x + 1$$

اضف 2 إلى كل طرف

$$y = x + 3$$

$$y = x + 3$$

اطرح 1 من كل طرف

$$y = x + 2$$

$$y = x + 2$$

اضرب كل طرف في (-1)

$$y = -x - 2$$

تحقق من فهمك

٤١) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع BC بصيغة الميل ونقطة.

٤٢) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع BC بالصورة القياسية.

تأكد

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثلها بيانياً:

١) يمر بالنقطة (-2, 5)، وميله $-\frac{5}{6}$

٢) يمر بالنقطة (-2, -8)، وميله -6

مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

$$3) y + 2 = \frac{7}{8}(x - 3) \quad 4) y + 5 = -\frac{2}{3}(x + 3) \quad 5) y + 2 = \frac{5}{6}(x + 6)$$



ارشادات للدراسة

الميل في المربع

الأضلاع المتقابلة وغير الرأسية في المربع لها الميل نفسه. وإذا كانت إحدى إثبات أحد الرؤوس غير معطاة، فاستعمل ميل الضلع المقابل لإيجادها.

مثال ٣

اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

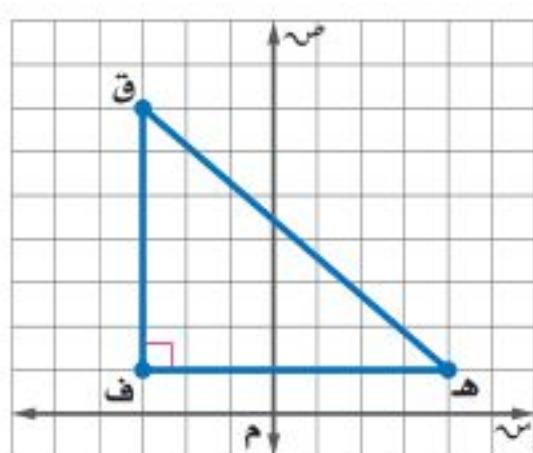
$$6) \text{ ص} - 10 = 4(\text{س} + 6) \quad 7) \text{ ص} - 7 = -\frac{3}{4}(\text{س} + 5) \quad 8) \text{ ص} - 9 = \text{س} + 4$$

مثال ٤

٩) هندسة: استعمل المثلث القائم في $\triangle FGH$ للإجابة بما يأتي:

أ) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع \overline{FG} .

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

**تدريب وحل المسائل**

مثال ١ تقنية: اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانياً، وتحقق من صحة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

١٠) يمر بالنقطة $(5, 3)$ ؛ وميله $7 - 3$

١٢) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة $(0, -6)$ بصيغة الميل ونقطة.

مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

$$13) \text{ ص} - 10 = 2(\text{س} - 8) \quad 14) \text{ ص} - 6 = -3(\text{س} + 2) \quad 15) \text{ ص} + 4 = \frac{2}{3}(\text{س} + 7)$$

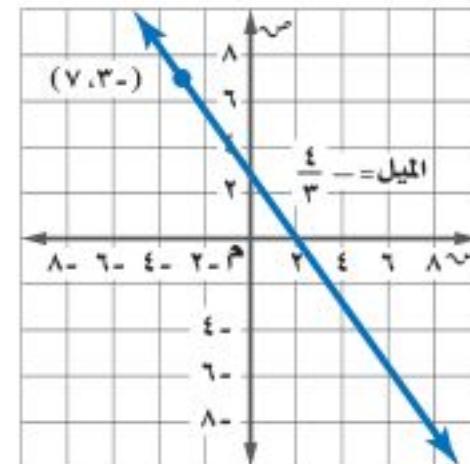
مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع :

$$16) \text{ ص} - 6 = 2(\text{س} - 7) \quad 17) \text{ ص} + 5 = 6(\text{س} + 7) \quad 18) \text{ ص} + 2 = \frac{1}{7}(\text{س} - 4)$$

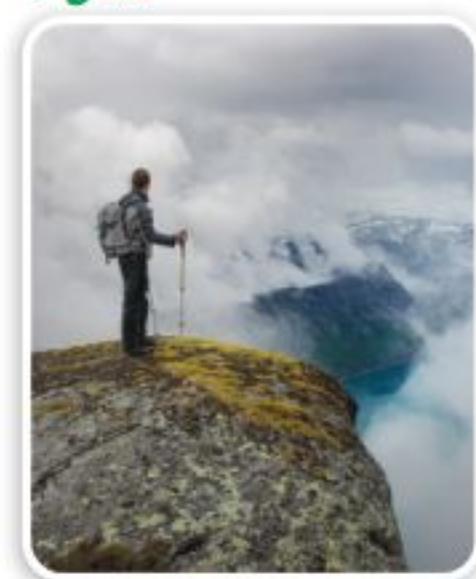
١٩) معمداً على الشكل الوارد في مثال ٤. اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع \overline{AD} بصيغة الميل ونقطة، ثم بالصورة القياسية.

اكتب معادلة المستقيم في كل من السؤالين الآتيين بالصورة القياسية:

$$20) \text{ ص} + 8 = -\frac{11}{12}(\text{س} - 14) \quad 21) \text{ ص} - 3 = 2,5(\text{س} + 1)$$



مثال ٤ اكتب معادلة المستقيم الممثل في الشكل المجاور بصيغة الميل ونقطة.

الربط مع الحياة**الربط مع الحياة**

ينخفض الضغط الجوي وتقل كمية الأكسجين كلما ارتفعنا إلى أعلى، ويسبب التعرض للضغط الجوي المنخفض لفترات طويلة أمراضاً معينة.

٢٣) طقس: الضغط الجوي هو دالة خطية في الارتفاع. فالضغط الجوي يساوي ٥٩٨ مللمتر زئبق عند ارتفاع ١,٨ كيلومتر، ويساوي ٥٧٧ مللمتر زئبق عند ارتفاع ١,٢ كيلومتر.



أ) اكتب صيغة الضغط الجوي على صورة دالة في الارتفاع.

ب) ما الارتفاع بالكيلومترات الذي تساوي عنده قيمة الضغط الجوي ٦٥٧ مللمتر زئبق؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٤) **اكتشف الخطأ:** يكتب كل من أنس وأيمن معادلة المستقيم المار بال نقطتين $(3, 7)$ ، $(4, 6)$ بصيغة الميل ونقطة. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر ذلك.

أيمن

$$ص - 4 = \frac{11}{9}(س + 6)$$

أنس

$$ص - 7 = \frac{11}{9}(س + 3)$$

٢٥) **تبرير:** اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين $(3, 8)$ ، $(4, 7)$. وما ميله؟ وأين يقطع كلاً من محوري السينات والصادات؟

الميل ونقطة.

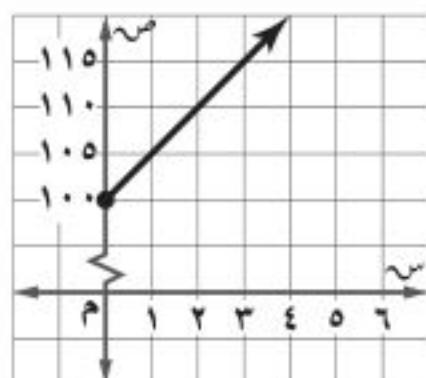
٢٦) **تحدد:** اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين (f, g) ، (h, i) بصيغة الميل ونقطة.

٢٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفاً من واقع الحياة يتضمن معدلاً ثابتاً للتغير وقيمة للمتغير ص تقابل قيمة محددة للمتغير س ، ومثل هذا الموقف باستعمال معادلة خط مستقيم بصيغة الميل ونقطة، وبصيغة الميل والمقطع.

٢٨) **اكتتب:** وَضُّحْ كيف يمكنك استعمال صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة.

تدريب على اختبار

٣٠) أي العبارات الآتية يمثلها الشكل أدناه؟



(أ) لديك ١٠٠ ريال، وتصرف **ج**) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز،
وتوفر ٥ ريالات أسبوعياً.

(ب) لديك ١٠٠ ريال، وتتوفر **د**) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز،
وتصرف ٥ ريالات أخرى أسبوعياً.

٢٩) **قائمة مشتريات:** يقدم متجر قسيمة مشتريات لعملائه بقيمة ٥ ريالات عن كل ٧٥ ريالاً من المشتريات. إذا أراد عميل أن يحصل على قسيمة شرائية بقيمة ٣٥ ريالاً، فكم ريالاً عليه أن يدفع؟

(أ) ٣٧٥ ريالاً (ج) ٥٢٥ ريالاً

(ب) ١٠٥ ريالات (د) ٢٦٢٥ ريالاً

مراجعة تراكمية

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين $(2, 4)$ ، $(4, 2)$ بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٢٣)

٣٢) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله -2 ، وقطعه الصادي 6 بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ١٣)

٣٣) **مسرح مدرسي:** يحتوي مسرح على ٧ صفوف من المقاعد المرتبة على شكل متتابعة حسابية، كما في الجدول المجاور. فإذا حضر الحفل ٣٨٦ شخصاً، فهل يكون المسرح قد تجاوز ما يستوعبه؟ (الدرس ٦٢)

| الصف | عدد المقاعد |
|--------|-------------|
| السابع | ٧٦ |
| السادس | ٦٨ |
| الخامس | ٦٠ |

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(34) ص = ٣ص + ٦$$

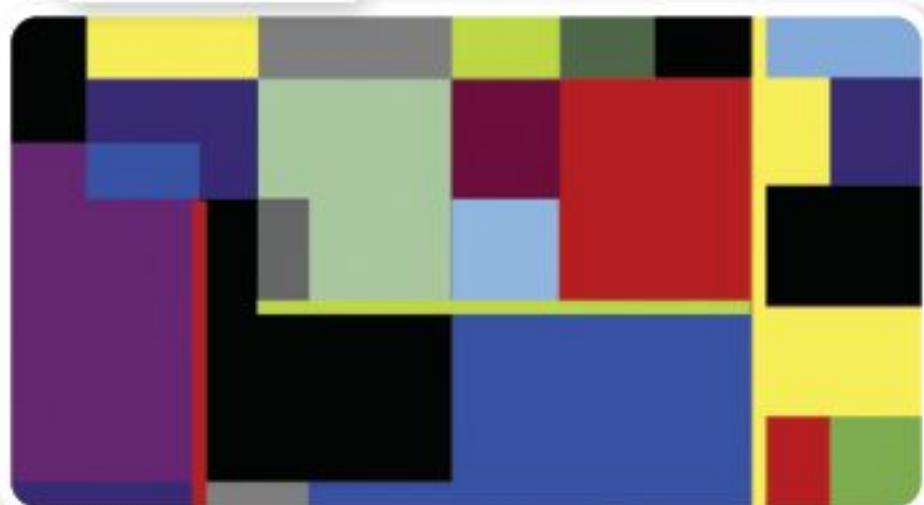


$$(35) ٤ب - ٥ = -ب + ٢$$



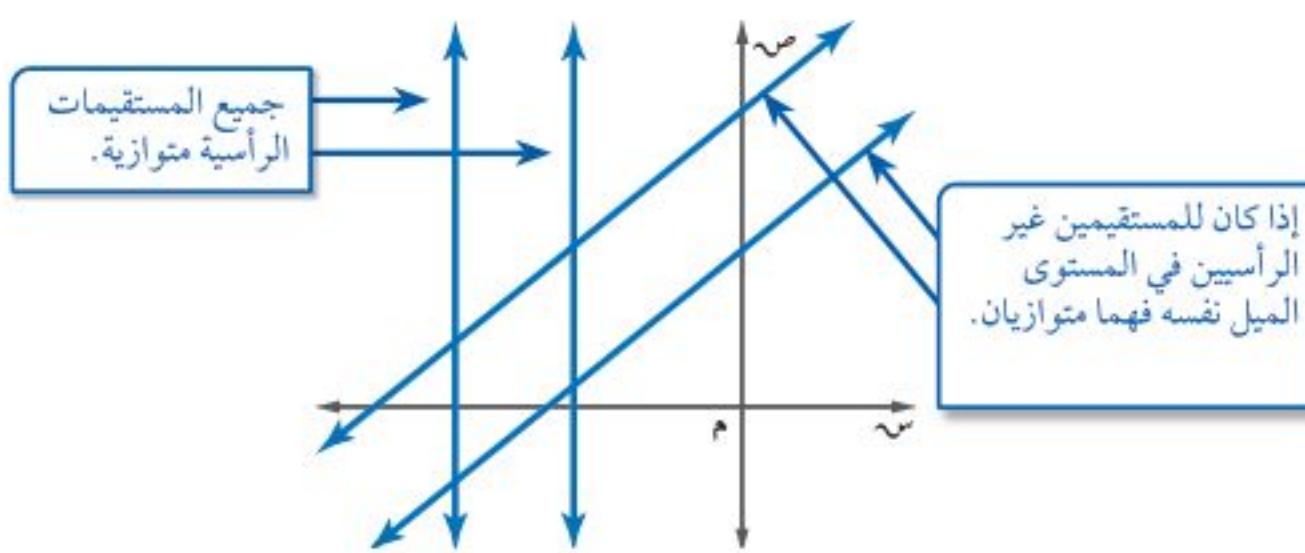
المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

لماذا؟



عند النظر إلى المربعات والمستطيلات والمستقيمات في اللوحة الفنية المجاورة، تجد أن بعض الخطوط المستقيمة تتقاطع لتكون زوايا قائمة، وبعضها الآخر لا يتقاطع أبداً.

المستقيمان المتوازيان: المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر، يسميان **مستقيمين متوازيين**، ويكون لهما الميل نفسه.



ولكتابه معادلة مستقيم علمت إحدى نقاطه ومعادلة مستقيم آخر يوازيه، أو جد أول ميل المستقيم المعلوم، ثم عرض عن الميل والنقطة المعطاة في المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

مثال ١ المستقيم المار بنقطة معطاة ويواري مستقيماً معلوماً

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3, 5)$ والموازي للمستقيم $s = 2x - 4$.

الخطوة ١ : بما أن ميل المستقيم $s = 2x - 4$ يساوي ٢، فإن ميل المستقيم الموازي له يساوي ٢ أيضاً.

الخطوة ٢ : أوجد المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

$$\text{صيغة الميل ونقطة} \quad s - s_1 = m(s - s_1)$$

$$\text{عوض عن } m \text{ بـ } (2), \text{ وعن } (s_1, s_1) \text{ بـ } (-3, 5) \quad s - 5 = 2[s - (-3)]$$

$$\text{بسط} \quad s - 5 = 2(s + 3)$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad s - 5 = 2s + 6$$

$$\text{أضف } (5) \text{ إلى كل طرف.} \quad s - 5 + 5 = 2s + 6 + 5$$

$$\text{بسط.} \quad s = 2s + 11$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: $s = 2s + 11$

تحقق من فهمك

- ١) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة $(4, 1)$ والموازي للمستقيم $s = \frac{1}{4}s + 7$.

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية بصيغة الميل ونقطة.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويواري مستقيماً معلوماً.

- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيماً معلوماً.

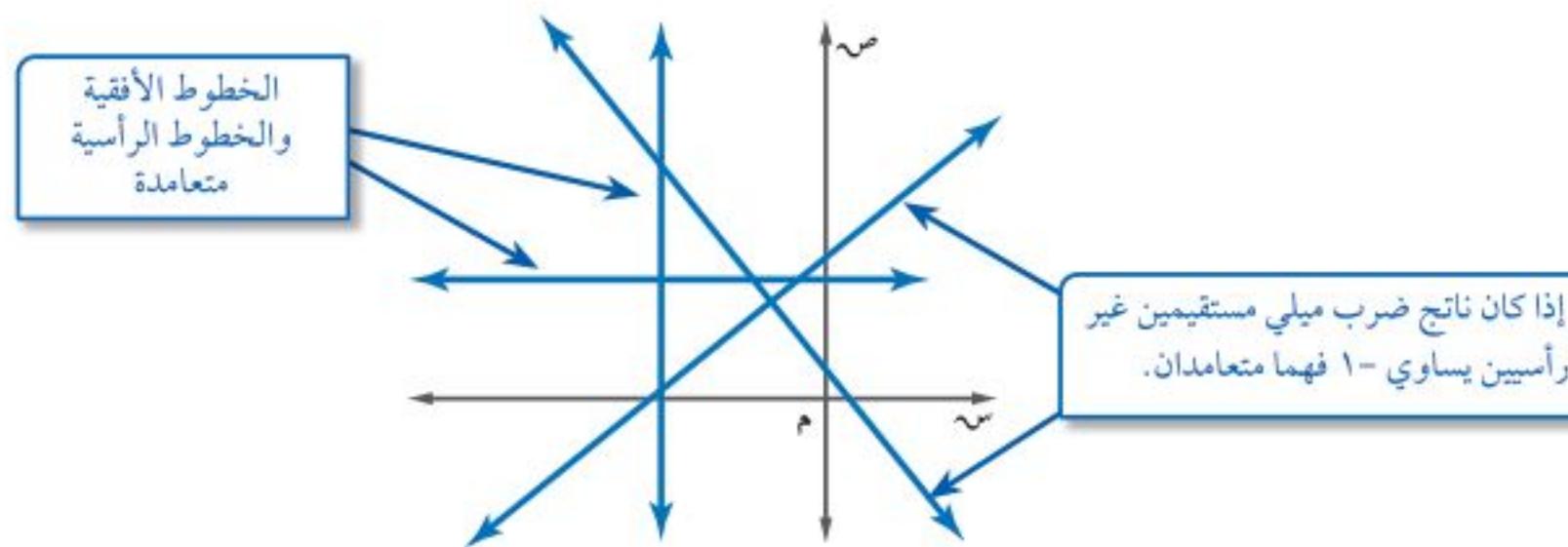
المفردات

المستقيمان المتوازيان
المستقيمان المتعامدان

معكوس المقلوب

معكوس مقلوب العدد $\frac{1}{b}$
هو $-\frac{b}{1}$.

المستقيمان المتعامدان: المستقيمان اللذان يتقاطعان مكونين زوايا قائمة يسميان **مستقيمين متعامدين**، ويكون ميل كل منهما معكوس مقلوب الآخر. فمثلاً إذا كان ميل أحدهما 4 ، فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $-\frac{1}{4}$.



باستعمال الميل يمكنك تحديد هل المستقيمان متعامدان أم لا.

مثال ٢ من واقع الحياة ميلا المستقيمين المتعامدين

تصميم: بيّن الشكل الآتي مخططًا لشعار إحدى الشركات ممثلاً على المستوى الإحداثي:

أ) هل \overline{AD} دفي قائمة؟

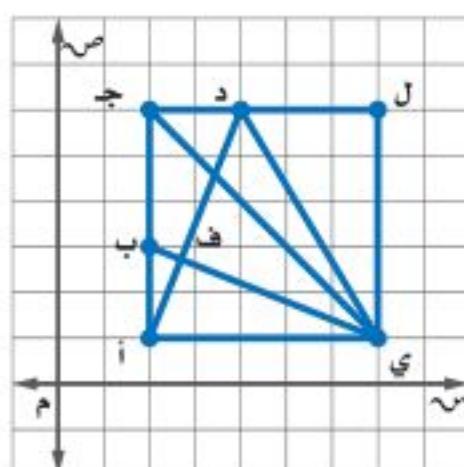
إذا كان الضلعان \overline{BI} ، \overline{AD} متعامدين، فإن \overline{AD} دفي تكون قائمة.

أوجد ميل كل من \overline{BI} ، \overline{AD} .

$$\text{ميل } \overline{BI} = \frac{2-1}{5-0} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} = \frac{1-6}{2-4} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

بما أن $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$. فالضلعان متعامدان، إذن \overline{AD} دفي قائمة.



ب) هل كل ضلعين متقابلين في الشكل \overline{AJ} ، \overline{GL} متوازيان؟

إذا كان الضلعان المتقابلان متوازيين فإن لهما الميل نفسه.

ميل $\overline{AJ} = \frac{6-1}{2-2} = \frac{5}{0}$ (غير معروف) وميل $\overline{GL} = \frac{1-6}{7-7} = \frac{-5}{0}$ (غير معروف)، لذا \overline{AJ} ، \overline{GL} رأسيان ويواляزيان محور الصادات وبالتالي فهموا متوازيان.

ميل $\overline{GL} = \frac{6-1}{2-7} = \frac{5}{-5} = -1$ ، وميل $\overline{AI} = \frac{1-1}{7-2} = 0$ ، لذا فالضلعان \overline{GL} ، \overline{AI} أفقيان ويواляزيان محور السينات، وبالتالي فهموا متوازيان.

تحقق من فهنك

٢) **إنشاءات:** تظهر على واجهة منزل عارضتان خشبيتان، مُثلت إدراهما بالقطعة المستقيمة \overline{R} التي طرفاها $(-6, 2)$ ، $R(-1, 8)$ ، وُمثلت العارضة المتصلة بها بالقطعة المستقيمة \overline{ST} التي طرفاها $S(-3, 6)$ ، $T(-8, 5)$. فهل هاتان العارضتان متعامدتان؟ وضح إجابتك



يمكنك أن تحدد ما إذا كان المستقيمان الممثلان ببيانياً متوازيين أم متعامدين بمقارنة ميليهما.

قراءة الرياضيات

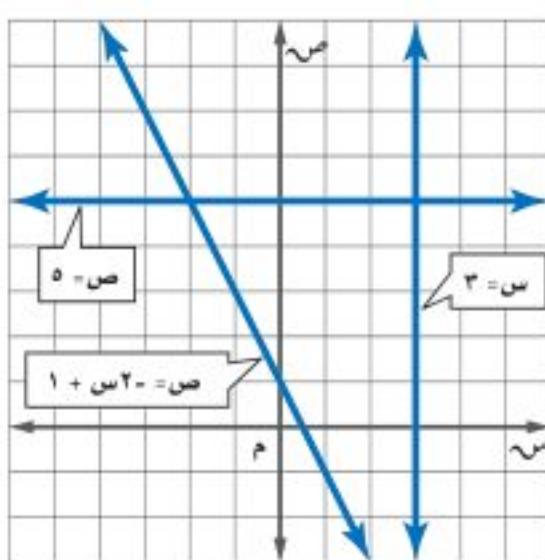
التوازي والتعامد

يستعمل الرمز \parallel للدلالة على التوازي، والرمز \perp للدلالة على التعامد.

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

مثال ٣

حدّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:



$$ص = 5, س = 3, ص = -2س + 1$$

مثل كل معادلة على المستوى الإحداثي.

من التمثيل البياني يمكنك ملاحظة أن المستقيم $ص = 5$ يوازي محور السينات، وأن المستقيم $س = 3$ يوازي محور الصادات، لذا فهما متعامدان، ولا يتوازى أي مستقيمين من الثلاثة.

تحقق من فهمك

- ٣) حدّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:
 $6س - 2ص = 4, ص = 3س - 4$.

يمكنك كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعايد مستقيماً آخر علمت معادلته.

المستقيم المار بنقطة معطاة ويعايد مستقيماً معلوماً

مثال ٤

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-4, 6)$ ، والمعايد للمستقيم $2س + 3ص = 12$ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المعطى بإيجاد قيمة $ص$.

المعادلة الأصلية

$$2س + 3ص = 12$$

اطرح $2س$ من كلا الطرفين

$$2س - 2س + 3ص = -2س + 12$$

بسط

$$3ص = -2س + 12$$

اقسم كل طرف على 3

$$\frac{3ص}{3} = \frac{-2س + 12}{3}$$

بسط.

$$ص = -\frac{2}{3}س + 4$$

$$\text{الميل} = -\frac{2}{3}$$

الخطوة ٢: ميل المستقيم المعايد للمستقيم المعطى هو معكوس مقلوب العدد $-\frac{2}{3}$ ؛ أي $\frac{3}{2}$.
أوجد معادلة المستقيم العمودي.

صيغة الميل ونقطة

$$ص - ص_1 = m(س - س_1)$$

$$(س_1, ص_1) = (-4, 6), m = \frac{3}{2}$$

بسط

$$ص - 6 = \frac{3}{2}[س - (-4)]$$

طبق خاصية التوزيع، ثم أضف 6 إلى كل طرف

$$ص - 6 = \frac{3}{2}(س + 4)$$

بسط.

$$ص - 6 = \frac{3}{2}س + 6 + 6$$

$$ص = \frac{3}{2}س + 12 + 6$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: $ص = \frac{3}{2}س + 18$

تحقق من فهمك

- ٤) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $(4, 7)$ والمعايد للمستقيم $ص = 4س + 1$ بصيغة الميل والمقطع.

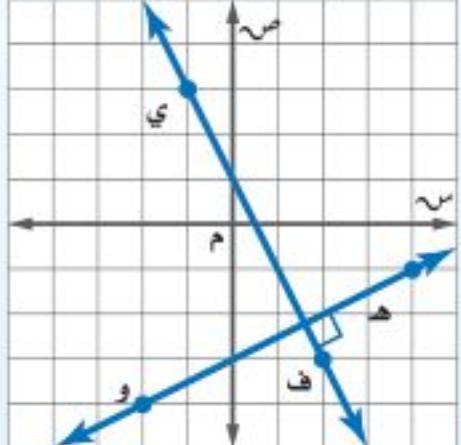
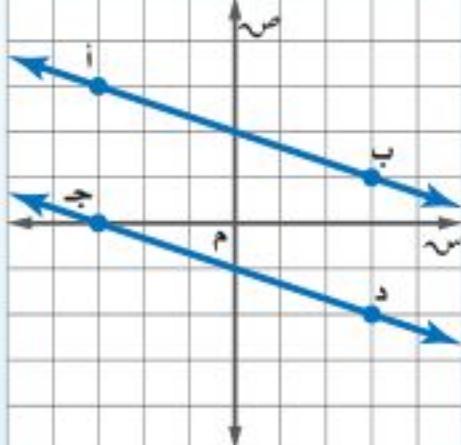
إرشادات للدراسة

تمثيل المسألة بيانياً

مثل معادلة المستقيم المعلوم على ورقة رسم بياني، ثم عِين النقطة المعطاة، واستعمل مسطرة لرسم المستقيم العمودي المار بالنقطة المعطاة.

ملخص المفهوم

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

| النوع | الاستقيمات المتعامدة | الاستقيمات المتوازية |
|------------------|--|--|
| التعبير اللفظي: | يكون المستقيمان غير الرأسين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 . | يكون المستقيمان غير الرأسين متوازيين إذا تساوى ميلاهما. |
| التعبير بالرموز: | $هـ \perp فـ$ | $أـ \parallel جـ$ |
| نماذج: |  |  |

تأكد ✓

مثال ١

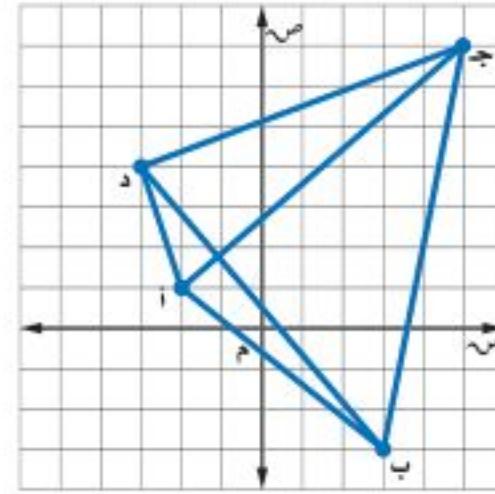
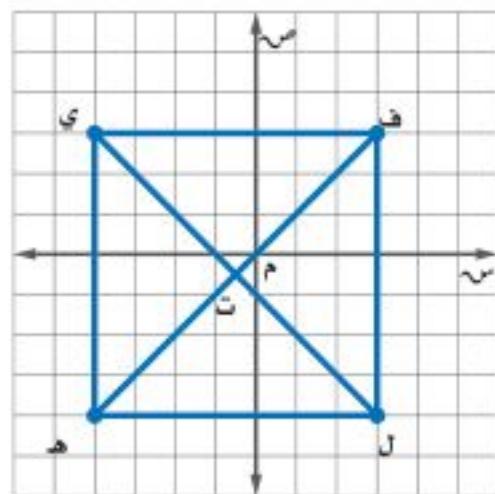
الميل والمقطع:

$$1) (-1, 2), ص = \frac{1}{2}س - 3$$

$$2) (0, 4), ص = -4س + 5$$

مثال ٢

٤) **هندسة:** المربع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متجاورين متعامدان، وقطران متعامدان أيضًا. حدد إذا كان الشكل الرباعي في $هـ لـ فـ يـ$ مربعاً أم لا، وفسّر إجابتك.



مثال ٣

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ٥، ٦ متوازية أم متعامدة، وفسّر إجابتك.

$$5) ص = -2س, 2ص = س, 4ص = س, 4ص = 2س + 4 \quad 6) ص = \frac{1}{2}س, 3ص = س, ص = -\frac{1}{3}س$$

مثال ٤

ما يأتي:

$$7) (-3, 2), ص = -\frac{1}{2}س - 4$$

$$8) (-1, 4), ص = 3س + 5$$



مثال ١ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

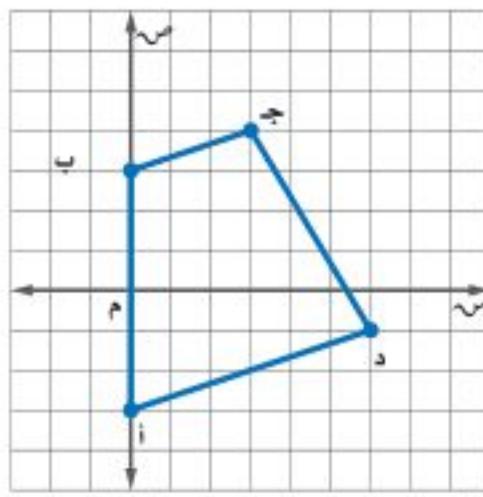
$$10) (2, 0), \text{ ص} = 5 - س$$

$$11) (-3, 2), \text{ ص} = \frac{3}{4} س + 4$$

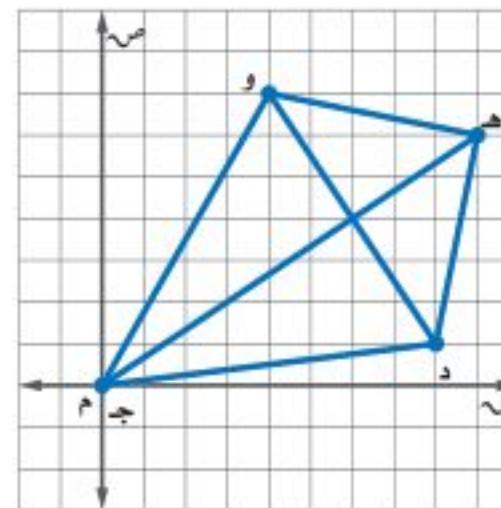
$$9) (4, -3), \text{ ص} = 3 س - 5$$

$$12) (9, 12), \text{ ص} = 13 س - 4$$

١٤ هندسة: شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط. فهل الشكل أب جـ دـ شبه منحرف؟ فسر إجابتك.



١٣ هندسة: يمثل الشكل جـ دـ هـ طائرة ورقية. هل قطرها متعامدان؟ فسر إجابتك.



١٥ حدد ما إذا كان المستقيمان $\text{ص} = \frac{1}{6} س + 4$ ، $\text{ص} = 6 س + 4$ ، متعامدين أم لا، وفسّر إجابتك.

مثال ٢ حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ١٦، ١٧ متوازية أم متعامدة، وفسّر إجابتك:

$$16) 2 س - 8 \text{ ص} = 24, 4 س + \text{ص} = 2, س - 4 \text{ ص} = 4$$

$$17) 3 س - 9 \text{ ص} = 9, 3 \text{ ص} = س + 12, 2 س - 6 \text{ ص} = 12$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$18) (-3, 2), \text{ ص} = -2 س + 4 \quad 19) (2, 5), \text{ ص} = \frac{1}{2} س - 3 \quad 20) (4, -5), \text{ ص} = \frac{1}{3} س + 6$$

٢١ اكتب معادلة المستقيم المعامد للمستقيم $ص = -\frac{1}{2} س - 4$ والمار بقطبه السيني بصيغة الميل والمقطع.

حدد ما إذا كان المستقيمان في كل مما يأتي متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك:

$$21) \text{ ص} = 4 س + 3$$

$$22) \text{ ص} = -2 س + 5$$

$$23) \text{ ص} = 3 س - 5$$

$$24) \text{ ص} = 2 س + 3$$

$$25) \text{ ص} = 6 س - 3$$

$$26) \text{ ص} = 3 س + 2$$

$$27) \text{ ص} = 3 س - 2$$

٢٥ اكتب معادلة المستقيم الموازي للمستقيم $ص = 7 س - 3$ والمار بنقطة الأصل.

٢٦ علم الآثار: وجد عالم آثار في منطقة ما قطعة فخارية عند النقطة (٢، ٦)، وقطعة معدنية عند النقطة (٤، ١)، فهل يتعامد المستقيم المار بكل من القطعة الفخارية والقطعة المعدنية مع المستقيم المار بال نقطتين (٧، ٧)، (١٠، ١٤)؟ فسر إجابتك.

٢٧ تصميم: أنشأ عبدالله تصميماً باستعمال برنامج حاسوبي، حيث رسم قطعة مستقيمة تمر بالنقطتين (١، ٢)، (٤، ٣)، ثم قطعة أخرى تمر بالنقطتين (٢، ٧)، (٨، ٣)، فهل تصلح هذه النقاط لتكون رؤوساً لمستطيل؟ فسر إجابتك.



الربط مع الحياة

يجمع علماء الآثار القطع الأثرية ويحللونها للحصول على معلومات عن الحضارات القديمة. ويتميزون بالكفاءة والدقة والقدرة على الربط بين الآثار وصولاً إلى النظريات والحقائق العلمية.

٢٨ تمثيلات متعددة: ستكشف في هذه المسألة المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

أ) بيانياً، مثل النقاط $A(-3, 3)$ ، $B(3, 5)$ ، $C(-4, 0)$ على المستوى الإحداثي.

ب) تحليلياً، حدد إحداثيات النقطة الرابعة D ليتشكل متوازي أضلاع من النقاط الأربع، وفسّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تحدد:** إذا وازى المستقيم المار بال نقطتين (٤، ٢)، (٥، ٤)، (٦، ٣) المستقيم ص = ٣س + ٤، فما قيمة د؟

٣٠) **تبرير:** هل المستقيم الأفقي يعادل المستقيم الرأسي أحياناً أم دائماً أم لا يعادله أبداً؟ فسر إجابتك.

٣١) **مسألة مفتوحة:** مثل بيانياً مستقىماً يوازي المستقيم ص = ٢س - ١، ومستقىماً آخر يعادله.

٣٢) **اكتشف الخطأ:** يحاول فيصل وأسماء إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{1}{3}s + 2$ والمار بالنقطة (٥، ٣). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

أسماء

$$\begin{aligned} s - 5 &= 3 \\ [s - 3] &= 5 \\ s - 3 &= 5 \\ s &= 3 + 5 \\ s &= 8 \\ s &= 3s + 14 \end{aligned}$$

فيصل

$$\begin{aligned} s - 5 &= 3 \\ [s - 3] &= 5 \\ s - 3 &= 5 \\ s &= 3 - 5 \\ s &= -2 \\ s &= 3s - 4 \end{aligned}$$

٣٣) **اكتب:** وضح كيف يمكنك أن تحدد ما إذا كان مستقيمان معطيان متوازيين أم متعامدين.

تدريب على اختبار

٣٥) **إجابة قصيرة:** يملا خالد بركة ماء سعتها ٦٠٠٠ غالون بمعدل ثابت، وبعد ٤ ساعات كان في البركة ٨٠٠ غالون. فما عدد الساعات اللازمة لملء البركة كاملة؟

٣٤) أي نقطتين فيما يأتي يمر بهما مستقيم يوازي مستقىماً ميله $\frac{3}{4}$ ؟

- أ) (٥، ٠)، (٤، ٢)، (٠، ٠) ج) (٢، ٤)، (٠، ٢)
ب) (٤، ٢)، (٠، ٢)، (٠، ٤) د) (٢، ٠)، (٠، ٤)

مراجعة تراكمية

اكتب كل معادلة مما يأتي بالصورة القياسية: (الدرس ٣-٣)

٣٦) ص - ١٣ = ٤ (س - ٢) ٣٧) ص - ٥ = ٢ - (س + ٢) ٣٨) ص + ٣ = ٥ - (س + ١)



٣٩) **تأجير قوارب:** استأجر محمود ورفاقه قارباً لمدة ٣ ساعات مقابل ٩٠ ريالاً حسب القاعدة المجاورة. (الدرس ٢-٢)

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (ك) لاستئجار القارب مدة (هـ) ساعة.

ب) كم ريالاً يكلف استئجار القارب مدة ٨ ساعات؟

٤٠) مثل المستقيم ص = ٣س - ٢ بيانياً. (الدرس ١-٣)

٤١) أوجد المقاطعين السيني والصادري للمستقيم ص + ٢س = ٨. (الدرس ٢-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٤٢) ٦٧ = ل - ١٠٤ ٤٣) ٧ - س = ٤ - ٤



الفصل ٣ اختبار الفصل

اكتب بصيغة الميل والمقطع كل معادلة فيما يأتي:

$$(10) ص - ٣ = ٤(س + ٣)$$

$$(11) ص + ١ = \frac{1}{2}(س - ٨)$$

$$(12) ص + ٤ = ٧ - (س - ٣)$$

(13) بَيِّن ما إذا كان المستقيمان:

$ص = -٦س + ٨$ ، $٣س + \frac{1}{2}ص = ٣$ متوازيين، أم متعامدين،
أم غير ذلك. وفسّر إجابتك.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$(14) (٣, -٤)، ص = ١ - ٣س - ٥$$

$$(15) (٠, -٣)، ص = ٢ - س + ٤$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$(16) (-٤, ٥)، -٤س + ٥ص = -٦$$

$$(17) (-١, ٤)، -س - ٢ص = ٠$$

(18) **اختيار من متعدد:** ثمن وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٢ ريالاً مضافاً إليها ٢,٥٠ ريال لكل نوع إضافي من المقبلات. أي المعادلات الآتية تمثل ثمن وجبة طعام مع العدد (ت) من المقبلات؟

أ) $ص = ١٢ ت + ٢,٥$ ج) $ص = ٢,٥ + ١٢ ت$

ب) $ص = ١٤,٥٠ ت$ د) $ص = ٢,٥٠ ت - ١٢$



(١) مثل المعادلة $ص = ٢س - ٣$ بيانياً.

(٢) **اختيار من متعدد:** اشتري أسامة فطيرة بيتزا بـ ٢٨ ريالاً وعدد س من علب العصير، ما المعادلة التي تعبر عن المبلغ الإجمالي (ت) الذي دفعه أسامة، إذا كان ثمن علبة العصير ١,٥ ريال؟

أ) $ت = ٢٨س + ١,٥$

ب) $ت = ٢٩,٥ س$

ج) $ت = ٢٨ + ١,٥ س$

د) $ت = ١,٥ س - ٢٨$

(٣) **قوارب:** اكتب بصيغة الميل والمقطع المعادلة التي تمثل تكلفة استئجار قارب (ص) واستعماله مدة (ن) ساعة.



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كلٍ من الحالات الآتية:

(٤) يمر بالنقطة (-٤, ٢)، وميله يساوي -٣

(٥) يمر بالنقطة (٣, -٥)، وميله يساوي - $\frac{2}{3}$

(٦) يمر بال نقطتين (١٠, ٣)، (٤, ١)

(٧) يمر بال نقطتين (٤, ٤)، (-٣, ٠)

(٨) يمر بال نقطتين (٢, ٥)، (٨, ٢)

(٩) اكتب المعادلة $ص + ٣ = \frac{1}{3}(س - ٥)$ في الصورة القياسية.

الاختبار التراكمي

اختیار من متعدد

٣) ميل المستقيم المار بال نقطتين $(5, 0)$ ، $(2, 6)$ يساوي:

- ۲- (د) $\frac{1}{2}$ - (ب)

$$4) \text{ حل المعادلة: } \frac{s}{12} = 5 \text{ هو:}$$

- ١٧ (ج) $\frac{12}{5}$ (ا)
٦٠ (د) $\frac{5}{12}$ (ب)

$$5) \text{ حل المعادلة: } -9t + 6 = 3t$$

- ٥- (ج) ١٥- (ب)
٦- (د) ٣- (ب)

$$6) \text{ حل المعادلة: } 3(b + 4) = 33 \text{ هو:}$$

- ١٥ (ج) ٧ (إ)
٢٦ (د) ١١ (ب)

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) إذا كان لل المستقيم ميل موجب و مقطع صادي سالب، فماذا يحدث لل مقطع السيني إذا زاد كل من الميل والمقطع الصادي إلى مثليه؟

أ) يصبح المقطع السيني أربعة أمثال الأصلي.

ب) يصبح المقطع السيني مثلثي الأصل.

ج) يصبح المقطع السيني $\frac{1}{3}$ الأصلي.

د) يبقى المقطع السيني كما هو.

٢) يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية والفهرنهaitية. فأي المعادلات الخطية الآتية تمثل هذه العلاقة؟

| الدرجات الفهرتهايية (ف) | الدرجات السيليزية (س) |
|----------------------------|--------------------------|
| $^{\circ}50$ | $^{\circ}10$ |
| $^{\circ}59$ | $^{\circ}15$ |
| $^{\circ}68$ | $^{\circ}20$ |
| $^{\circ}77$ | $^{\circ}25$ |
| $^{\circ}86$ | $^{\circ}30$ |

$$ج) \quad f = s + \frac{9}{5} \quad ج) \quad f = s + \frac{8}{5}$$

$$\text{د) } f = \frac{12}{5} s + 26 \quad \text{ب) } f = \frac{4}{5} s + 42$$



إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) مثل الدالة $s = 2s + 3$ بيانيًا.

٨) وضح كيف تحدد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.

٩) حل المعادلة $(s-1)=8$ إذا كانت مجموعة التعويض هي:
 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

١٠) اكتب كلاً من مجال ومدى العلاقة:
 $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 2), (5, 3), (6, 4)\}$.

١١) حدد ما إذا كانت العلاقة الآتية دالة أم لا، وفسّر إجابتك:
 $\{0, 1, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 30\}$.

١٢) حل المعادلة: $|s-6|=11$.

١٣) حل المعادلة: $25-s=220$.

١٤) اكتب المعادلة: $25-s=35$ ص بالصورة القياسية.

للمساعدة ..

إذا لم تجب عن السؤال

مراجعة الدرس ..

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| ١٥ | ١٤ | ١٣ | ١٢ | ١١ | ١٠ | ٩ | ٨ | ٧ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ١ | |
| ٦-٢ | ٣-٣ | ٤-١ | ٥-١ | ٦-٢ | ١-٢ | ١-١ | ٤-٣ | ٣-٢ | ٣-١ | ٣-١ | ٢-١ | ٥-٢ | ٢-٣ | ٣-٢ | |

الفصل الرابع

المتباينات الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية.

واليآن

- أحل متباينات ذات خطوة واحدة، وأخرى متعددة الخطوات.
- أحل متباينات مركبة، وأخرى تتضمن القيمة المطلقة.

المادة

 **مياه:** تعاوني دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي من نقص كميات الأمطار السنوية. وتشير الإحصاءات إلى أن معدل الأمطار السنوي يتراوح بين ٧٠ إلى ١٣٠ ملتمتراً، باستثناء السلاسل الجبلية في الجنوب الغربي للمملكة العربية السعودية وجنوب عُمان التي قد يصل معدل الأمطار في كل منها إلى أكثر من ٥٠٠ ملم.

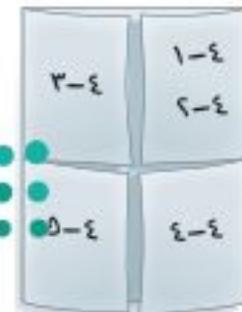
المفردات:

- الصفة المميزة للمجموعة ص (١٢٥)
- خاصية الضرب للمتباينات ص (١٣٠)
- خاصية القسمة للمتباينات ص (١٣٢)
- المتباينة المركبة ص (١٤٣)

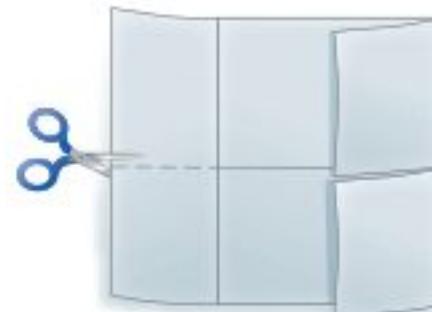
المطويات منظم أفكار

المتباينات الخطية أعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المتباينات الخطية مبتدئاً بورقة A4.

٤ سم الطيات الأربع
بأرقام الدروس.



٣ افتح الورقة وقص كلاً من
الطرفين على خط الطي
العرضي حتى تصل إلى
الخط الرأسي.



٢ أعد طي الورقة
نصفين.



١ اطوي جانبي الورقة
طوليًا بحيث تلتقي
الحافظتان في الوسط.





التهيئة للفصل ٤

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة $-3s^2 + 4s - 6$ إذا كانت $s = -2$.

المعادلة الأصلية

$$-3s^2 + 4s - 6$$

عَوْضِ $s = -2$

$$-3(-2)^2 + 4(-2) - 6$$

احسب القوة

$$-3(4) + 4(-2) - 6$$

اضرب

$$-12 - 8 - 6$$

اجمع واطرح

$$-26 =$$

اختبار سريع

أوجد قيمة كل من العبارتين الآتتين عند القيم المعطاة
بجوارهما: (مهارة سابقة)

$$(1) 3s + 4 \text{ إذا كانت } s = -4, s = 2$$

$$(2) 2m + 3k \text{ إذا كانت } m = -8, k = 3$$

(3) **سيارات:** تمثل العبارة $\frac{s}{\text{لتر}} \text{ كيلم}$ معدل استهلاك الوقود في السيارة. احسب (إلى أقرب جزء من عشرة) معدل استهلاك سيارة للوقود إذا استهلكت ١٢ لترًا من البنزين عندما قطعت ٩٥ كيلم.

مثال ٢

حل المعادلة: $-2(s - 4) = 7s - 19$.

المعادلة الأصلية

$$-2(s - 4) = 7s - 19$$

خاصية التوزيع

$$-2s + 8 = 7s - 19$$

أضف $2s$ إلى كلا الطرفين

$$-2s + 8 + 2s = 7s - 19 + 2s$$

بسط

$$8 = 9s - 19$$

أضف 19 إلى كلا الطرفين

$$8 + 19 = 9s - 19 + 19$$

بسط

$$27 = 9s$$

اقسم كلا الطرفين

على 9

$$3 = s$$

مثال ٣

حل المعادلة: $|s - 4| = 9$.

إذا كانت $|s - 4| = 9$, فإنما أن تكون

$$s - 4 = 9 \quad \text{وإما} \quad s - 4 = -9$$

$$s - 4 + 4 = 9 + 4 \quad s - 4 = 13$$

$$s = 13$$

إذن مجموعة الحل: $\{13, -5\}$.

حل كلاً من المعادلتين الآتتين: (الدرس ٥-١)

$$(11) |s + 11| = 18 \quad |2s - 12| = 16$$

(13) **دراسة:** في دراسة مسحية، وجد أن ٧٢٪ من الأشخاص يفضلون قراءة الكتب الدينية ، فإذا كانت نسبة الخطأ في النتائج ٢٪، فما الحدان الأدنى والأعلى للنسبة المئوية للذين يفضلون قراءة الكتب الدينية؟



حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

٤ - ١

لماذا؟



تبين المعلومات الواردة في الجدول أدناه أن المخصصات اليومية المقترنة من السعرات الحرارية للذكور الذين تتراوح أعمارهم بين ١٤-١١ سنة، تقل عن الكمية المقترنة للذين تتراوح أعمارهم بين ١٨-١٥ سنة.

| السعرات الحرارية | |
|------------------|-----------------|
| العمر ١٨-١٥ سنة | العمر ١٤-١١ سنة |
| ٢٧٥٥ | ٢٢٢٠ |

المصدر: Vital Health Zone

$$2755 > 2220$$

إذا أكل شخص عمره ١٣ سنة وشخص عمره ١٦ سنة طعاماً يحتوي كمية من السعرات تزيد ١٥٠ سعراً على الكمية المقترنة لكل منهما، فإن كمية السعرات الحرارية التي حصل عليها الذي عمره ١٣ سنة تبقى أقل من التي حصل عليها الذي عمره ١٦ سنة.

$$\begin{aligned} 150 + 2755 &\not= 2220 \\ 2905 &> 2370 \end{aligned}$$

حل المتباينات باستعمال الجمع يوضح هذا المثال خاصية الجمع للمتباينات.

أضف إلى
مطويتك

خاصية الجمع للمتباينات

مفهوم أساسى

- التعبير اللفظي:** إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: a , b , c :
 ١) إذا كانت $a < b$, فإن $a + c < b + c$.
 ٢) إذا كانت $a > b$, فإن $a + c > b + c$.

تبقي هذه الخاصية صحيحة في حالتي \leq و \geq .

مثال ١ الحل بالجمع

حُلّ المتباينة $s - 12 \leq 8$. وتحقق من صحة الحل.

المتباينة الأصلية

$$s - 12 \leq 8$$

أضف ١٢ إلى كلا الطرفين

$$s \leq 20$$

بسط

لذا فمجموع الحل هي: {كل الأعداد الأكبر من أو تساوي ٢٠}.

تحقق للتحقق من صحة الحل عَوْض عن s في المتباينة الأصلية بثلاثة أعداد مختلفة على أن يكون أحدها ٢٠، والعدد الثاني أكبر من ٢٠ والعدد الثالث أصغر من ٢٠.

تحقق من فهمك

حُلّ كلاً من المتباينتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(1) 22 > m - 11$$

$$(2) d - 14 \leq 19$$

فيما سبق

درست حل معادلات خطية باستعمال الجمع والطرح.

والآن

- **أحل متباينات خطية باستعمال الجمع.**
- **أحل متباينات خطية باستعمال الطرح.**

المفردات

الصفة المميزة
للمجموعة

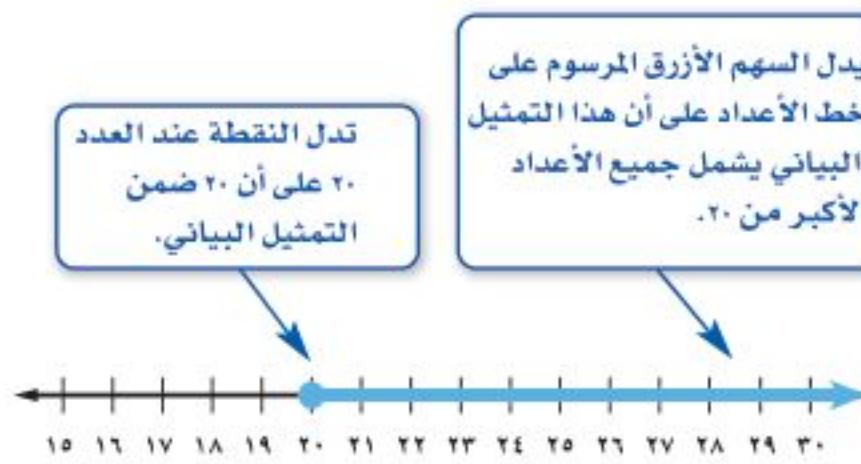
قراءة الرياضيات

الصفة المميزة للمجموعة

تقرا $\{s | s \leq 20\}$
مجموعه كل الأعداد
س، حيث س أكبر من أو
تساوي ٢٠.

الطريقة المختصرة لكتابه مجموعة الحل هي استعمال **الصفة المميزة للمجموعة**، وتكون مجموعة الحل
للمثال ١ بهذه الطريقة هي $\{s | s \leq 20\}$.

ويمكن تمثيل هذه المجموعة بيانياً على خط الأعداد، ويجب التتحقق إن كانت نقطة طرف التمثيل البياني
للمتباينة دائرة مظللة أو دائرة غير مظللة. فإذا كانت نقطة الطرف غير متضمنة في التمثيل البياني فاستعمل
الدائرة غير المظللة، أما إذا كان التمثيل يتضمنها فاستعمل الدائرة المظللة.



حل المتباينات باستعمال الطرح يستعمل الطرح أيضاً لحل المتباينات.

أضف إلى
مطويتك

خاصية الطرح للمتباينات

مفهوم أساسي

- التعبير اللفظي:** إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ ، ب ، ج .
- ١) إذا كانت $A > B$ ، فإن $A - J > B - J$.
٢) إذا كانت $A < B$ ، فإن $A - J < B - J$.

وتبقى هذه الخاصية صحيحة أيضاً في حالتي \leq و \geq .

مثال ٢ الحل بالطرح

$$\text{حُلّ المتباينة: } M + 19 < 56 .$$

المتباينة الأصلية

$$M + 19 < 56$$

اطرح ١٩ من كلا الطرفين

$$M + 19 - 19 < 56 - 19$$

بسط

$$M < 37$$

لذا مجموعة الحل هي: $\{M | M < 37\}$.

تحقق من فهتمك

١٢) حُلّ المتباينة $F + 8 > 5$. ٢) حُلّ المتباينة $S - 18 \geq 5$.



ارشادات للاختبار

فصل المتغير
عند حل المتباينات يكون
الهدف فصل المتغير في
أحد طرفيها. وهو الهدف
نفسه في حل المعادلات.

عند حل المتباعدة لا تقتصر عملية الطرح على الثواب فقط ، ولكن يمكن طرح المتغيرات من كلا طرفيها.

ارشادات للدراسة

كتابة المتباعدة:
تبسيط المتباعدة بجعل المتغير في طرفها الأيمن كما في المتباعدة $A \leq 6$ ، يساعد على كتابة مجموعة الحل باستعمال الصفة المميزة للمجموعة بسهولة.

مثال ٣ المتغير في طرفي المتباعدة

حُلّ المتباعدة: $A + 6 \geq 4$ ، ثم مثل مجموعه حلها بيانياً على خط الأعداد.

المتباعدة الأصلية

$$A + 6 \geq 4$$

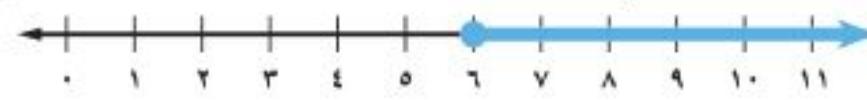
اطرح ٦ من كلا طرفي المتباعدة

$$A + 6 - 6 \geq 4 - 6$$

بسط

$$A \geq -2$$

بما أن المتباعدة $A \geq -2$ هي نفسها $A \leq 6$ ، فإن مجموعه الحل هي $\{A | A \leq 6\}$.



تحقق من فهمك

حُلّ كلاً من المتباعتين الآتتين، ثم مثل مجموعه حلها بيانياً على خط الأعداد:

$$(1) 9 - n > 10 \quad (2) 5h \geq 12 + 4h$$

يمكنك حل المسائل اللغوية التي تحتوي عبارات مثل "أكبر من" ، أو "أقل من" باستعمال المتباعتين.

| مختصر المفهوم | | العبارات التي تدل على متباعتين | | أضف إلى مخطوطة |
|--|--|--------------------------------|----------------|----------------|
| \leq | \geq | $<$ | $>$ | |
| أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن | أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على | أكبر من أكثر من | أقل من أصغر من | |

مثال ٤ من واقع الحياة استعمال المتباعتين لحل المسائل

وظائف: اشتريت مؤسسة على أحمد ألا يقل معدل إدخاله على الحاسوب عن ٦٤ كلمة في الدقيقة ليحصل على وظيفة فيها. فإذا كان معدله الآن ٤٨ كلمة في الدقيقة، فكم يجب أن يزيد معدل الكلمات التي يدخلها حتى يحصل على الوظيفة؟

التعبير اللغوي

المتغير

المتباعدة

يجب أن يصبح معدل إدخاله ٦٤ كلمة في الدقيقة على الأقل.

افتراض أن $n =$ عدد الكلمات التي يجب أن يزيدتها على معدله.

$$64 \leq n + 48$$

المتباعدة الأصلية

$$64 \leq n + 48$$

اطرح ٤٨ من الطرفين

$$64 - 48 \leq n$$

بسط

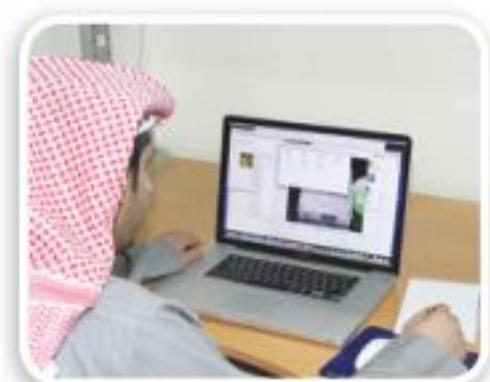
$$16 \leq n$$

يجب أن يزيد أحمد معدل الكلمات التي يدخلها بمقدار ١٦ كلمة في الدقيقة أو أكثر.

تحقق من فهمك



٤) **تسوق:** يرغب خالد في إنفاق ١٩٥ ريالاً في مركز تجاري، فاشترى قميصاً بـ ٧٥ ريالاً، ومحنة بـ ٤٢ ريالاً. فإذا أراد أن يشتري بنطالاً، فما المبلغ الذي يمكن أن يدفعه لذلك؟



الربط مع الحياة

من الابتكارات المؤثرة في حياة البشرية ظهرت الحاسوب الآلي واستخدامه في مجالات الكتابة والطباعة وغيرها، ودوره في إنجاز الأعمال بسرعة ودقة.

الأمثلة ١ ، ٢ ، ٣ حل كلاً من المتباينات الآتية، ثم مثل مجموعه حلها بيانياً على خط الأعداد:

$$(2) ٥ \leq ٧ + ص$$

$$(1) س - ٣ < ٧$$

$$(4) ٤ \geq ك + ١١$$

$$(3) ق + ٦ > ٢$$

$$(6) ٣ - ٧ \leq ن - ٨$$

$$(5) ١ - ن > ١٠$$

عرف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلها:

٧) ناتج جمع عدد وأربعة لا يقل عن ١٠ .

٨) ناتج جمع عدد وثلاثة يقل عن مثليه.

المثال ٤ **مدينة ألعاب:** تتحرك أرجوحة إلى الأمام وإلى الخلف وترتفع قليلاً في كل مرة بحيث لا يتجاوز أقصى ارتفاع لها ١٣٧ قدماً. فإذا كان ارتفاع الأرجوحة بعد ٣٠ ثانية هو ٤٥ قدماً، فكم قدماً يمكن أن يزيد ارتفاعها على ذلك؟

تدريب وحل المسائل

الأمثلة ١ ، ٢ ، ٣ حل كلاً من المتباينات الآتية، ثم مثل مجموعه حلها بيانياً على خط الأعداد:

$$(12) ت - ٣ < ٨ -$$

$$(11) ر - ٨ \geq ٣$$

$$(10) ف - ٦ \leq ٣$$

$$(15) ٣٠ \leq ق - ٢٣ -$$

$$(14) ج + ٥ \geq ١$$

$$(13) ١٣ < ر + ١٨$$

$$(18) ٩ - ١٢ > أ - ٣$$

$$(17) ص + ٣ \geq ٢ ص$$

$$(16) و - ٥ \geq ٢$$

عرف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها:

١٩) ناتج طرح ٨ من عدد ما أقل من ٢١ .

٢٠) مثلاً عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد و ٩ .

مثال ٤ حل كلاً من المسائل (٢١-٢٤) بتعريف متغير، وكتابة متباينة، ثم حلها:

٢١) توفير: يريد غانم أن يشتري سيارة ثمنها ٤٤٠٠ ريال. وقد وفر ١٣٠٠٠ ريال، فما المبلغ المتبقى عليه لشراء السيارة؟

٢٢) تقنية: أظهرت دراسة حديثة أن أكثر من ٢١ مليوناً ممن هم بين سن الثانية عشرة والسبعين عشرة يستعملون الإنترن特. منهم ١٦ مليوناً يستعملون الإنترنط في المدرسة، فما عدد الذين يستعملون الإنترنط خارج المدرسة؟

٢٣) مكتبة: أضاف أحمد ٢٠ كتاباً جديداً إلى مكتبه فأصبح لديه أكثر من ٦١ كتاباً. فكم كتاباً كان لديه؟

٢٤) كرة سلة: أراد أحد اللاعبين إحراز ١٥٠ نقطة على الأقل في  هذا الموسم:  حتى الآن ١٢٣ نقطة، فكم نقطة بقيت عليه؟

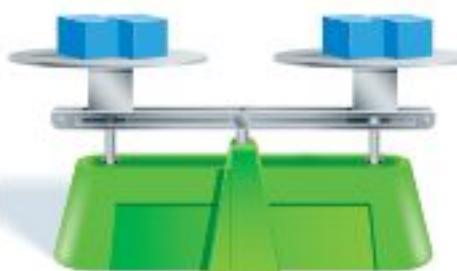
| الزمن | المكان |
|--------------------|-------------|
| ٥ ساعات و ٢٠ دقيقة | مكة المكرمة |
| ٤ ساعات و ١٥ دقيقة | منى |

٢٥) **متطوعون:** يتطلع بعض الشباب لخدمة حجاج بيت الله الحرام في مكة المكرمة ومنى. ويقول أحدهم: إن بإمكانه أن يتطلع لمدة لا تتجاوز ٣٠ ساعة في الأسبوع. فإذا تطوع المدة المبينة في الجدول المجاور، فما المدة التي يستطيع أن يتطلع بها هذا الأسبوع؟



حلًّا كلًّا من المبaitين الآتيين، وتحقق من صحة الحل، ثم مثل مجموعه الحل بيائً على خط الأعداد:

$$27) \frac{3}{2}d - \frac{2}{3} > 4, 5 + \frac{1}{9}d < 10, 1$$



٢٨) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة عملية الضرب والقسمة على المبaitن.

أ) هندسياً، افترض وجود ١٢ كجم على الكفة اليمنى للميزان، و ١٨ كجم على الكفة اليسرى. ووضح بالرسم هذا الموقف.

ب) عددياً، اكتب مبaitنة تمثل هذا الموقف.

ج) جدوياً، أنشئ جدوًّا يبين نتيجة جعل الكتل على كلتا الكفتين: مثليين، وثلاثة أمثال، وأربعة أمثال. وأنشئ جدوًّا آخر يبين نتيجة إنقاص الكتل على كلتا الكفتين بنسبة $\frac{1}{2}$ ، و $\frac{1}{3}$ ، و $\frac{1}{4}$ وخصص عموداً للمبaitنة في كلا الجدوين.

د) لفظياً، صُف تأثير ضرب أو قسمة كل من طرفي المبaitنة في العدد الموجب نفسه، على المبaitنة.

يقبل الشباب على العمل التطوعي لكونه واجباً وطنياً وإنسانياً شرعه ديننا، يقوي الترابط، ويعمق الانتماء والمسؤولية، ويستثمر أوقاتهم فيما يفيد التنمية والارتقاء بالفرد والمجتمع.

الربط مع الحياة

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تبرير:** حدّد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التمثيل البياني لكل من المبaitين $s < 4$ و $s \geq 4$.

٣٠) **تحدّ:** افترض $b < d + \frac{1}{3}$ ، $j < d + \frac{5}{8}$ ، $a < d + \frac{1}{4}$. رتب الأعداد a, b, j, d من الأصغر إلى الأكبر.

٣١) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة مبaitيات خطية تكافئ $s < -3$.

٣٢) **اكتب:** ما خطوات حل المبaitيات الخطية وتمثيل مجموعه حلها على خط الأعداد؟

تدريب على اختبار

٣٤) كان متوسط درجات ١٠ طلاب في مادة الكيمياء ٧٨. ثم اكتشف المعلم أنه أخطأ في رصد درجة أحد هؤلاء الطلاب وكانت أقل من درجته الحقيقية بعشرين درجات. فكم يصبح متوسط درجات الطلاب بعد التعديل؟

٣٣) ما مجموعه حل المبaitنة $s + 7 < 5$ ؟

أ) $\{s | s < 2\}$

ب) $\{s | s > 2\}$

ج) $\{s | s > -2\}$

د) $\{s | s < -2\}$

مراجعة تراكمية

٣٥) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-2, 3)$ والمعادل للمستقيم $s = -3s + 7$. (الدرس ٢-٣)

٣٦) أوجد قيمة الحد الثامن عشر في المتتابعة: $9, 7, 5, 3, \dots$ (الدرس ١-٢)

٣٧) حل المعادلة: $|3s - 6| = 12$. (الدرس ٥-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$38) 8s = 56$$

$$39) 4s = 120 - \frac{2}{5}l$$

$$40) -6s = -4$$





حل المتباينات

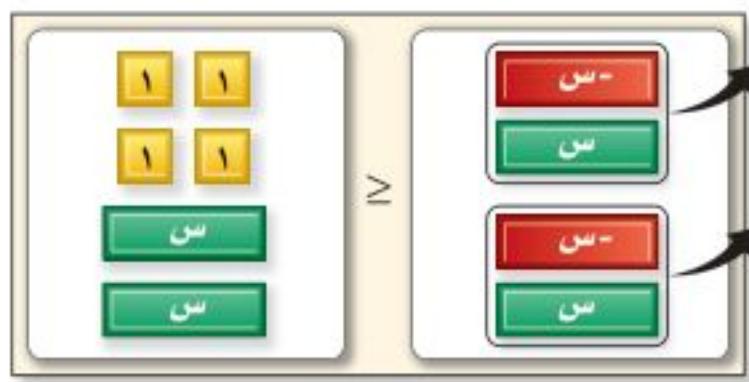
يمكن استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات.

حل المتباينات

نشاط

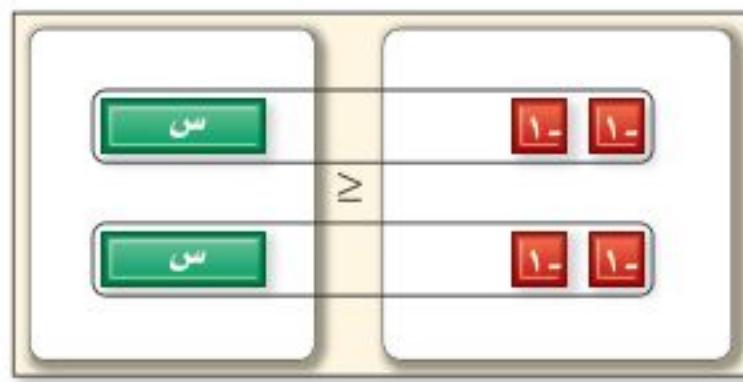
$$\text{حل المتباينة: } -2s \geq 4.$$

الخطوة ٢: بما أنك لا ت يريد إيجاد قيم س السالبة فيجب حذف بطاقات س السالبة بإضافة بطاقتين من س الموجبة إلى كل طرف من طرفي اللوحة، وحذف الأزواج الصفرية.



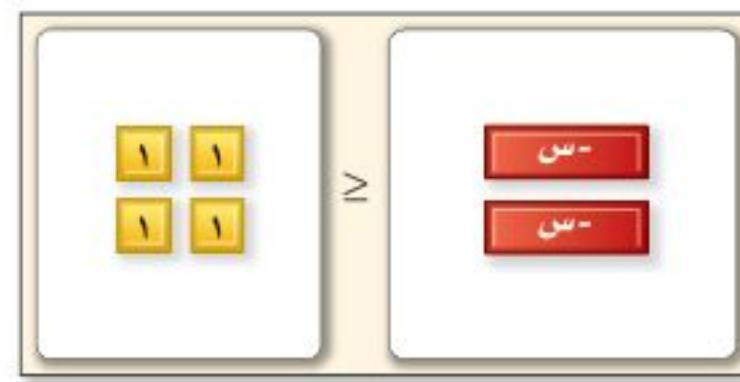
$$-2s + 4 \geq s$$

الخطوة ٤: افصل البطاقات إلى مجموعتين.



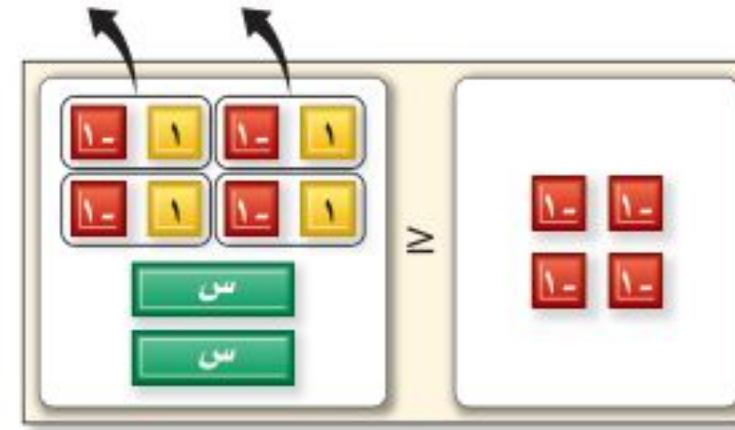
$$s \geq 2 \text{ أو } s \leq -2$$

الخطوة ١: استعمل بطاقة لاصقة لتغطي إشارة المساواة على لوحة المعادلة، واكتب على البطاقة إشارة \geq ثم مثل المتباينة ببطاقات الجبر.



$$-2s \geq 4$$

الخطوة ٣: أضف ٤ من بطاقات العدد سالب ١ إلى طرفي اللوحة، واحذف الأزواج الصفرية.



$$4 \geq -2s$$

التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المتباينات الآتية:

$$4 - 6s \geq 12$$

$$3 - 5s \leq 15$$

$$2 - 4s < -4$$



لماذا؟

حصل سعود على جائزة تسوق مقدارها ٢٥٠ ريالاً من محل لبيع العطور. فإذا كان ثمن زجاجة العطر الذي يريد شرائه ٤٥ ريالاً، فإن عدد زجاجات العطر (k) التي يمكن أن يشتريها يمثل بالممتباينة $45k \geq 250$.

فيما سبق

درست حل معادلات باستعمال الضرب والقسمة.

والآن

- أحل ممتباينات خطية باستعمال الضرب.
- أحل ممتباينات خطية باستعمال القسمة.

حل الممتباينات باستعمال الضرب: إذا ضربت كلاً من طرفي ممتباينة في عدد موجب فستبقى الممتباينة صحيحة.

الممتباينة الأصلية

$4 < 2$

اضرب كلاً من الطرفين في ٣

$4^3 > 2^3$

بسط.

$64 > 8$

لاحظ أن اتجاه إشارة الممتباينة بقي كما هو.

أما إذا ضربت طرفي الممتباينة في عدد سالب فإن اتجاه إشارة الممتباينة يتغير.

الممتباينة الأصلية

$9 > 7$

اضرب كلا الطرفين في -٢

$9^2 < 7^2$

بسط.

$81 < 49$

يوضح المثالان السابقان **خاصية الضرب للممتباينات**.

| أمثلة | بالرموز | التعبير اللفظي |
|---|--|---|
| $3,5 < 6$ $(2)3,5 < (2)6$ $7 < 12$ $5 > 2,1$ $(0,5) > (0,1)$ $2,5 > 1,05$ | لأي عددين حقيقيين A , B ولأي عدد موجب J , إذا كان $A > B$ فإن $AJ > BJ$, وإذا كان $A > B$ فإن $AJ < BJ$. | إذا ضرب كل من طرفي ممتباينة صحيحة في عدد موجب تكون الممتباينة الناتجة صحيحة أيضاً. |
| $4,5 < 7$ $(3-)4,5 > (3-)7$ $13,5 - > 21 -$ $5,2 > 3,1$ $(4-)5,2 < (4-)3,1$ $2,6,8 - > 12,4 -$ | لأي عددين حقيقيين A , B ولأي عدد سالب J , إذا كان $A > B$ فإن $AJ > BJ$, وإذا كان $A > B$ فإن $AJ < BJ$. | إذا ضرب كل من طرفي ممتباينة صحيحة في عدد سالب يتعين تغيير اتجاه إشارة الممتباينة لجعل الممتباينة الناتجة صحيحة أيضاً. |

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للممتباينات في حالتي \leq و \geq .

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة الحل
يمكنك التحقق من صحة
الحل في المثال 1 بتعويض
عدد أكبر من ٦٧٢ وإثبات
أن المتباينة الناتجة غير
صحيحة.

مثال ١ من واقع الحياة كتابة المتباينات وحلها

دراسة مسحية: في استطلاع أجرته إحدى المدارس، أجاب ثمن أفراد العينة، وعدهم أقل من ٨٤ طالبًا، بأنهم لم يتناولوا أي وجبة غداء سريعة خلال الفصل الدراسي الماضي . فما عدد أفراد العينة؟

افهم تعلم عدد الطلاب الذين لم يتناولوا أي وجبة غداء من مطاعم الوجبات السريعة ونسبتهم من عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم.

خطّط افترض أن n = عدد أفراد العينة، ثم اكتب جملة تمثل هذا الموقف.



حل حل المتباينة لإيجاد قيمة n .

$$\frac{1}{8}n < 84 \quad \text{المتباينة الأصلية}$$

$$\frac{1}{8}n < 84 \quad \text{اضرب كلاً من الطرفين في 8}$$

$$n < 672 \quad \text{بسط}$$

تحقق للتحقق من الإجابة عوض بعدد أقل من ٦٧٢ في المتباينة الأصلية.
إذا كانت $n = 80$ ، فإن $\frac{1}{8}(80) = 10$ ، والعدد ١٠ أقل من العدد ٨٤ ($10 < 84$).

لذا فمجموعه الحل هي: $\{n | n < 672\}$ ، إذن عدد أفراد العينة أقل من ٦٧٢ طالبًا.

تحقق من فهمك

١) **علم النبات:** تتركز أشجار التخيل بصفة خاصة في العالم العربي، حيث يوجد به أكثر من ٦٠ مليون شجرة تمثل نحو ثلاثة أخماس أشجار التخيل في العالم. فما عدد أشجار التخيل في العالم؟



يمكنك استعمال النظير الضربي لحل المتباينات.

الربط مع الحياة

شجرة التخيل هي الشجرة الوحيدة التي لا يسقط ورقها، وكل جزء فيها فائدة عظيمة: ثمارها، ليفها، ساقها، سعفها، جريدها، خوصها.

مثال ٢ الحل بالضرب

حل المتباينة $-\frac{3}{7}r > 21$ وتحقق من صحة الحل.

المتباينة الأصلية.

اضرب في $-\frac{7}{3}$ ، وغير اتجاه إشارة المتباينة.

بسط، وتحقق من صحة الحل بالتعويض.

$$-\frac{3}{7}r > 21$$

$$\left(\frac{7}{3}\right) - \left(\frac{7}{3}r\right) > 21$$

$$r < -49$$

مجموعه الحل هي: $\{r | r < -49\}$.

تحقق من فهمك

حل كلً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(2) -\frac{n}{6} \geq 8$$

$$(4) -\frac{2}{3}f < 10$$

$$(5) 2m \leq -3$$

$$(6) \frac{1}{9}t > 2$$

الإشارة السالبة:

لا تغير إشارة المتباينة إلا إذا كان معامل المتغير سالباً فقط، أما الإشارة السالبة مع الثوابت فإن وجودها لا يؤثر على إشارة المتباينة، فعند حل المتباينة $\frac{5}{3} < 5$ لا يتغير اتجاه إشارة المتباينة.

حل المتباينات بالقسمة: إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد موجب، تبقى المتباينة الناتجة صحيحة.

$$\begin{array}{l} \text{المتباينة الأصلية: } 10 - > 5 \\ \text{اقسم كلا الطرفين على 5.} \\ \text{بسط.} \\ \text{النتيجة: } 1 - > 1 \end{array}$$

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد سالب، يتغير اتجاه إشارة المتباينة الناتجة لتكون صحيحة.

$$\begin{array}{l} \text{المتباينة الأصلية: } 15 > 18 \\ \text{اقسم كلا الطرفين على -3.} \\ \text{بسط.} \\ \text{النتيجة: } 5 < -6 \end{array}$$

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة يتغير عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.
يوضح هذان المثالان خاصية القسمة للمتباينات.

| مفهوم أساسى | | |
|--|---|---|
| أمثلة | بالرموز | التعبير اللفظي |
| $5 > 1,5$ $\frac{5}{0,5} > \frac{1,5}{0,5}$ $10 > 3$ | $2,1 < 4,5$ $\frac{2,1}{3} < \frac{4,5}{3}$ $0,7 < 1,5$ | لأي عددين حقيقيين a, b وأي عدد حقيقي موجب j إذا كان $a > b$ فإن $\frac{a}{j} > \frac{b}{j}$. وإذا كان $a > b$ فإن $\frac{a}{j} < \frac{b}{j}$. |
| $3,6 > 1,8$ $\frac{3,6}{9} < \frac{1,8}{9}$ $< 0,2$ | $2,4 < 6$ $\frac{2,4}{6} > \frac{6}{6}$ $0,4 > 1$ | لأي عددين حقيقيين a, b وأي عدد حقيقي سالب j إذا كان $a > b$ فإن $\frac{a}{j} < \frac{b}{j}$. وإذا كان $a > b$ فإن $\frac{a}{j} > \frac{b}{j}$. |

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي \leq و \geq .

الحل بالقسمة

مثال ٣

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

ب) $-d \geq 147$

أ) $t < 60$

$$\begin{aligned} -d &\geq 147 & \text{المتباينة الأصلية} \\ -d &\leq \frac{147}{-7} & \text{اقسم كلا الطرفين على -7 وغيّر اتجاه إشارة المتباينة.} \\ d &\leq -21 & \text{بسط وتحقق من صحة التعويض.} \\ \text{مجموع الحل هي: } \{d | d \leq -21\} && \end{aligned}$$

المتباينة الأصلية

اقسم كلا الطرفين على 60

$t < \frac{60}{2}$

بسط وتحقق من صحة التعويض

مجموع الحل هي: $\{t | t < \frac{60}{2}\}$

تحقق من فهمك

ب) $-42 \leq 6 - 12h$

أ) $f \geq 58$



مثال ١ ١) **كتب:** جمعت دار نشر أكثر من ٥٥٠٠ ريال من بيع كتاب جديد، ثمن النسخة الواحدة ١٥ ريالاً. عرف متغيراً، واكتب متباعدة تمثل عدد الكتب المبيعة، ثم حلها وفسر الحل.

حل كلاً من المتباعدات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(2) \frac{1}{2}n < 30 \quad (3) 108 < 9n \quad (4) -\frac{1}{2} \leq 7 \quad (5) 7 < \frac{1}{2}m$$

المثالان ٢، ٣

تدريب وحل المسائل

مثال ١ عرف متغيراً في كل من السؤالين ٦ ، ٧ واكتب متباعدة، وحلها، ثم فسر الحل:

٦) **هاتف نقال:** اشتري سعد بطاقة هاتف بمبلغ ٥٠ ريالاً، فإذا كان سعر الدقيقة ٢٤،٠ ريال، فكم دقيقة يمكنه أن يتكلم بهذه البطاقة؟

٧) **نقود:** يحتاج رائد إلى ٥٦٠ ريالاً على الأقل لتعطية نفقات رحلته. وقد بدأ بتوفير ٢٥ ريالاً من مصروفه كل أسبوع. وبعد كم أسبوع يمكنه القيام بالرحلة؟

حل كلاً من المتباعدات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(8) \frac{1}{4}m \geq 17 \quad (9) -\frac{11}{11} < 11 - \frac{1}{11} \quad (10) \frac{m}{2} \geq 10 - 10 \\ (11) \frac{f}{72} > 72 - 18 \quad (12) \frac{1}{3}h < 14 \quad (13) \frac{1}{n} \geq 18 - 18 \\ (14) 6s \geq 96 \quad (15) 4s < 64 \quad (16) 2u < 32 \\ (17) 72 - 6t > 5 \quad (18) 33 - s \leq 33 - 33 \quad (19) 7 - fv < 5$$

٢٠) **دورات تدريبية:** من متطلبات الحصول على شهادة في إحدى الدورات حضور المشترك $\frac{3}{5}$ أيام التدريب على الأقل. فإذا حقق سالم هذا الشرط بحضوره ١٥ يوماً تدريبياً. فما الحد الأعلى لعدد أيام التدريب في هذه الدورة؟

٢١) **متاحف:** أراد مدرس التاريخ في مدرسة متوسطة اصطحاب طلابه لزيارة متحف. فإذا كان سعر بطاقة دخول المتحف للفرد ٨ ريالات. فما عدد الطلاب الذين يمكن أن يزوروا المتحف بمبلغ ٢٦٠ ريالاً؟

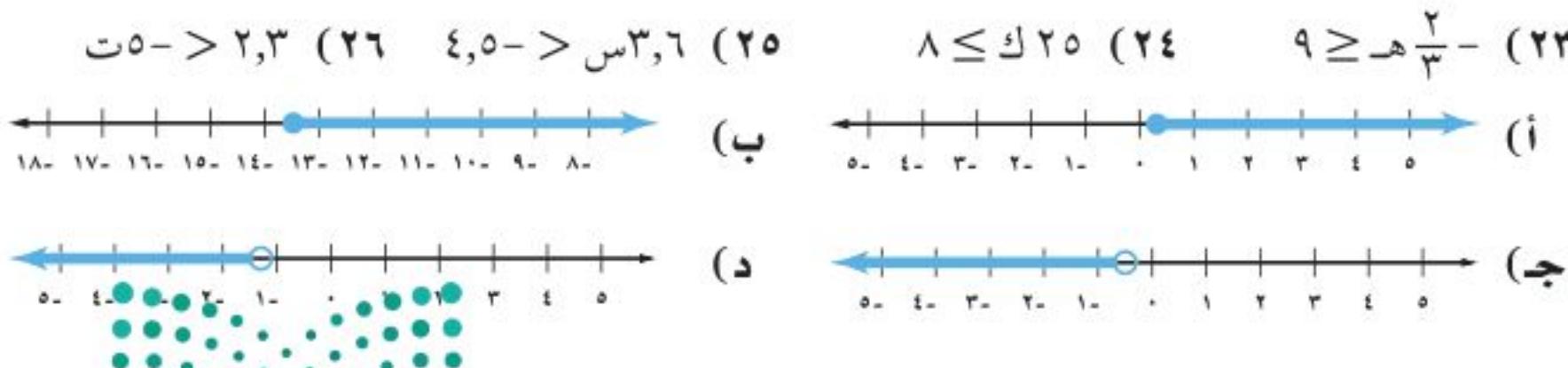
٢٢) **بنزين:** إذا كان سعر لتر البنزين لا يقل عن ١،٣٧ ريال، فكم لترًا من البنزين (الأقرب جزء من عشرة) يمكن أن يشتري خالد بمبلغ ٧٥ ريالاً؟

اكتب أمام كل متباعدة رمز التمثيل البياني لحلها:



تاريخ الرياضيات

أول من ابتكر الكسور العشرية هو العالم الرياضي المسلم غياث الدين الكاشي.



٢٧) **حلوى:** أشار ثلاثة طلاب الصف الثالث في مدرسة متوسطة، وعدهم أقل من ٣٦ طالباً، إلى أنهم يفضلون الشوكولاتة على غيرها من الحلوي. فما عدد طلاب الصف؟

٢٨) تمثيلات متعددة: حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة قاعدته × الارتفاع.

أ) هندسياً: ارسم هرماً قاعدته مربعة طول ضلعها ٦ سم وارتفاعه ٤ سم.

ب) عددياً: إذا كان حجم الهرم ٧٢ سم^٣، فاكتبه معادلة لإيجاد ارتفاعه.

ج) جدولياً: أنشئ جدولًا يبين قيم ع عندما $= 1, 3, 6, 9, 12$.

د) عددياً: اكتب متباينة لقيم ل الممكنة على أن يكون $L > 4$ ، واكتبه متباينة أخرى لقيم ع الممكنة على أن يكون $L < 4$.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) اكتشف الخطأ: حل كل من طلال وجمال المتباينة ٦ دا - ٨٤. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.

| جمال | طلال |
|-------------|-------------|
| $84 \leq 6$ | $84 \leq 6$ |
| $84 \geq 6$ | $84 \leq 6$ |
| $14 \geq 6$ | $14 \leq 6$ |

٣٠) تحدي: حدد إذا كانت المتباينتان $s^2 < 1$ ، $s > 1$ متكافئتين أم لا، وفسّر إجابتك.

٣١) تبرير: وضح إذا كانت العبارة "إذا كان $A < B$ فإن $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ " صحيحة أحياناً، أم دائمًا، أم غير صحيحة أبداً، وفسّر إجابتك.

٣٢) مسألة مفتوحة: اكتب موقفاً من واقع الحياة يمثل المتباينة $-\frac{5}{8} \leq s$.

٣٣) اكتب: ما الحالات التي يتغير فيها اتجاه إشارة المتباينة؟ وأعط أمثلة تؤيد ذلك.

تدريب على اختبار

٣٥) ما حل المعادلة: $4s - 3 = 2s$ ؟

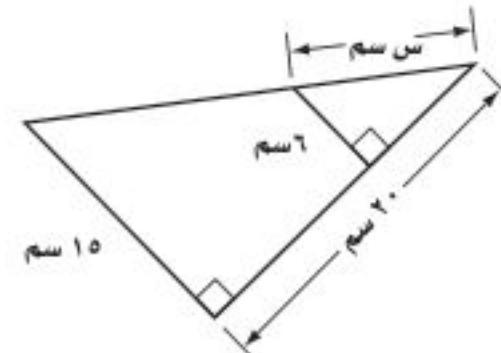
ج) $\frac{1}{2}$

أ) -2

د) 2

ب) $-\frac{1}{2}$

٣٤) إجابة قصيرة: أوجد قيمة س في الشكل الآتي.



مراجعة تراكمية

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثله على خط الأعداد: (الدرس ١٠-٤)

٣٨) $24 - 7 - 2b < -b$

٣٧) $11 + 11 < 24$

٣٦) $8 + 4 < 5$

٣٩) مثل المعادلة $k = 75 + 16s$ بيانيًا، ثم أوجد قيمة k عندما $s = 8$. (الدرس ٢-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٤٠) $4s + 11 = 19$

٤٢) $\frac{1}{4}s + 2s = 4s - 8$

٤١) $2s - 7 = 4s + 9$

٤٤) $\frac{5}{2}r + 7 = 13$

٤٣) $\frac{1}{3}(6l - 3) = 12 + 3l$





٣ - حل المُتباينات المتعددة الخطوات

لماذا؟



يحصل مندوب مبيعات على راتب شهري يضاف إليه عمولة تبعاً لمبيعاته. ويمكن استعمال متباينة متعددة الخطوات لإيجاد قيمة المبيعات التي تحقق للمندوب دخلاً شهرياً يليبي طموحه.

حل المُتباينات المتعددة الخطوات: يمكن حل المُتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

فيما سبق

درست حل معادلات متعددة الخطوات.

والآن

- أحل مُتباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- أحل مُتباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.

مثال ١ من واقع الحياة حل المُتباينة المتعددة الخطوات

مبيعات: يعمل عبد المجيد مندوب مبيعات براتب شهري قدره ٦٠٠٠ ريال وعمولة مقدارها ١٠٪ من مبيعاته، فإذا كان هدفه أن يكسب ١٢٠٠٠ ريال شهرياً على الأقل، فاكتبه متباينة وحلها لإيجاد قيمة المبيعات اللازمة لتحقيق هدفه؟

$$\text{الراتب الأساسي} + (\text{العمولة} \times \text{المبيعات}) \leq \text{الدخل المطلوب}$$

$$٦٠٠٠ + ١٠\% \text{س} \leq ١٢٠٠٠ \quad \text{بالتعويض}$$

$$\text{اطرح } ٦٠٠٠ \text{ من كلا الطرفين} \quad ٦٠٠٠ \leq ١٠\% \text{س}$$

$$\text{اقسم كلا الطرفين على } ١٠\% \quad \text{س} \leq ٦٠٠٠$$

لذا، يجب ألا تقل مبيعاته عن ٦٠٠٠ ريال ليتحقق هدفه.

تحقق من فهمك

- ١) **نقود:** أعلنت إحدى المطابع عن عرض خاص لطباعة ٤٠٠ نسخة من نشرة إعلانية بأقل من ١٣٣,٥٠ ريالاً. فإذا علمت أن سعر الطباعة يشمل رسوماً مقدارها ١٣,٥٠ ريالاً، فما سعر طباعة النسخة الواحدة من النشرة الإعلانية؟

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المُتباينات المتعددة الخطوات.

مثال ٢ متباينة تتضمن معاملًا سالبًا

$$\text{حل المُتباينة: } ١١\text{-ص} < ١٣\text{-ص} .$$

$$\text{المُتباينة الأصلية} \quad ٤٢ < ١٣ - ١١\text{-ص}$$

$$٥٥ > ١١\text{-ص} \quad \text{اضف } ١٣ \text{ إلى كلا الطرفين}$$

$$\frac{٥٥}{١١} > \frac{١١\text{-ص}}{١١} \quad \text{اقسم كلا الطرفين على } ١١ \text{ وغيّر اتجاه إشارة المُتباينة}$$

$$\text{ص} > ٥ \quad \text{بسط}$$

لذا، فمجموعه الحل هي: {ص | ص > ٥}.

تحقق من فهمك حل كلاً من المُتباينتين الآتيتين:

$$(٢) ٢٣ \leq ١٠ - ٢\text{ك}$$

$$(ب) ٤٣ < ٤\text{-ص} + ١١$$



يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

مثال ٣ كتابة المتباينة وحلها

عُرِّفَ المتغير، واكتُبَتَ المتباينة، ثُمَّ حلَّها.

خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال ذلك العدد زائد ٤٥.

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & & & & & \\ & خمسة & ناقص & ستة & أمثال & عدد & أكبر & من & أربعة & أمثال & العدد \\ & 5 & - & 6 & < & - & 4 & & & & \\ 45 & + & & & & & & & \end{array}$$

$$\text{اطرح } 4\text{ن من طرفي المتباينة} \quad 45 - 10n > 5$$

$$\text{اطرح } 5\text{ من طرفي المتباينة} \quad 40 - 10n > 0$$

$$\text{اقسم طرفي المتباينة على } -10, \text{ وغير اتجاه إشارة المتباينة} \quad \frac{40}{-10} > \frac{10n}{-10}$$

$$n < -4 \quad \text{بسط}$$

لذا، فمجموعه الحل هي $\{n | n < -4\}$

تحقق من فهمك

٣) نصف عدد زائد اثنين أكبر من سبعة وعشرين.

حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولاً خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

مثال ٤ خاصية التوزيع

حل المتباينة: $4(3t - 5) + 7 \leq 8t + 3$.

$$\text{المتباينة الأصلية} \quad 4(3t - 5) + 7 \leq 8t + 3$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 12t - 20 \leq 8t + 3$$

$$\text{جمع الحدود المتشابهة} \quad 12t - 13 \leq 8t + 3$$

$$\text{اطرح } 8t \text{ من الطرفين} \quad 4t \leq 13$$

$$\text{أضف } 13 \text{ إلى كلا الطرفين} \quad \frac{4t}{4} \leq \frac{16}{4}$$

$$\text{اقسم طرفي المتباينة على } 4 \quad t \leq 4$$

$$\text{بسط}$$

لذا فمجموعه الحل هي: $\{t | t \leq 4\}$.

مراجعة المفردات

ترتيب العمليات

- ١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.
- ٢) احسب قيمة كل القوى.
- ٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.
- ٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

تبليغ

خاصية التوزيع

إذا ضرب عدد سالب في مجموع حدين أو الفرق بينهما، فلتذكر أن توزع العدد مع إشارته السالبة على كل حد من الحدين بين القوسين.

المجموعة الخالية

لا تستعمل الصيغة المميزة
للمجموعة عندما تكون
مجموعة حل المتباينة هي
المجموعة الخالية. ويدلأ
من ذلك يعبر عن مجموعة
الحل بالرمز \emptyset .

مثال ٥

المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقة

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

$$ا) ٩t - ٥(t - ٥) \geq ٤(t - ٣)$$

المتباينة الأصلية

$$٩t - ٥(t - ٥) \geq ٤(t - ٣)$$

خاصية التوزيع

$$٩t - ٥t + ٢٥ \geq ٤t - ١٢$$

جمع الحدود المتشابهة

$$٤t + ٢٥ \geq ٤t - ١٢$$

اطرح ٤t من كلا الطرفين

$$٤t + ٢٥ - ٤t \geq ٤t - ١٢ - ٤t$$

بسط

$$٢٥ \geq -١٢$$

بما أن نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبداً، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي المجموعة الخالية \emptyset .

$$ب) ٣(٤m + ٦) \geq ٦(٢m - ٤)$$

المتباينة الأصلية

$$٣(٤m + ٦) \geq ٦(٢m - ٤)$$

خاصية التوزيع

$$١٢m + ١٨ \geq ١٢m - ٢٤$$

جمع الحدود المتشابهة

$$١٨ + ١٢m \geq ١٢ + ١٨m$$

اطرح ١٢m من الطرفين

$$١٨ \geq ١٢m - ١٨$$

بسط

$$١٨ \geq ١٨$$

بما أن نتيجة الحل عبارة صحيحة دائماً، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقة.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

$$ا) ١٨ - ٣(٨ج + ٤) \leq -٦(٤ج - ١) \quad ب) ٤٦ \geq ٤٨ - ٤(٢م - ٤)$$

تأكد

مثال ١ ١) **قوارب**: إذا أراد أربعة أشخاص ركوب قارب ومعهم حمولة مقدارها ٤٠ كجم، فاكتتب متباينة لإيجاد معدل الكتلة المسموح بها للشخص الواحد (ن)، وحلها، علماً بأن حمولة القارب ٤٠٠ كجم.

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

$$٣m - ١٧ > ٢٥$$

$$٢ < ٧ + ٣n$$

مثال ٢

عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافاً إليها مثلاً ذلك العدد.

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

مثال ٣

المثالان ٤ ، ٥

$$٥) ٦ \geq ٣(٥ص - ٢) \quad ٦) ٣ - ٥(٤ + ٣) < ٣(٤ - ٤) \quad ٧) ٣ - ٨س \leq ٩ - (١ - ٤س)$$



مثال ١ ٨) **تسوق:** يريد سليمان شراء حاسوب ثمنه ٢١٩٥ ريالاً وعدد من البرمجيات التعليمية ثمن الواحدة ٥ ريالاً. فإذا كان معه ٢٥٠٠ ريال، فاكتب متباعدة لإيجاد أكبر عدد من البرمجيات يمكن أن يشتريها، ثم حلها، وفسّر إجابتك.

مثال ٢ حل كلاً من المتباعدتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(10) -\frac{5}{4}x + 6 > 12 \quad (9) 37 - 7 > 10 - d$$

مثال ٣ عرّف المتغير، واكتب المتباعدة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

١٢) عشرة لا تزيد على ٤ أمثال مجموع مثلي عدد مع ثلاثة.

١٣) ثلاثة أمثال مجموع عدد مع سبعة أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد ناقص ثلاثة عشر.

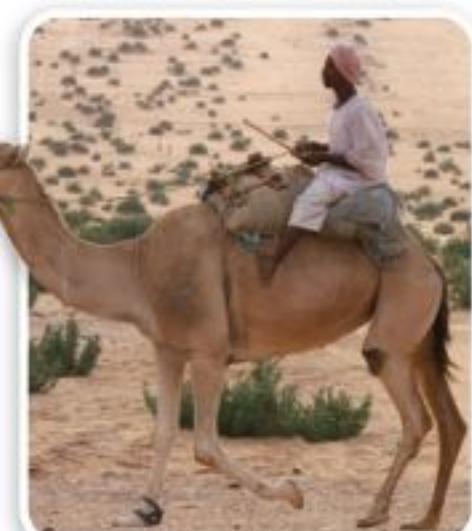
المثالان ٤ ، ٥ حل كلاً من المتباعدتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(15) 3(2 - b) > 10 - 3(b - 6). \quad (14) 6 - 3(n + 3) > n.$$

١٦) حل المتباعدة: $6(m - 3) < 5(2m + 4)$ ، موضحاً كل خطوة مع التبرير.

١٧) **علوم:** درجة حرارة جسم الجمل الطبيعية $97,7^{\circ}\text{F}$ في الصباح. وإذا لم يشرب ماءً حتى الظهر ترتفع درجة حرارته إلى أكثر من 104°F . اكتب متباعدة تمثل درجة حرارة جسم الجمل عند الظهر إذا لم يشرب ماءً بكل من درجتي الحرارة الفهرنهايتية (ف)، والسيлизية (س)، علمًا بأن

$$F = \frac{9}{5}S + 32$$



الربط مع الحياة

١٨) **هدايا:** يريد حسن أن يشتري هدية لوالدته بمبلغ لا يقل عن ٥٠٠ ريال. ويملك الآن ٣٨٠ ريالاً، ويمكنه توفير ١٠ ريالات يومياً.

أ) اكتب متباعدة لإيجاد عدد الأيام اللازمة ليتحقق هدفه، ثم حلها.

ب) مثل مجموعة الحل بيانياً.

تحرك الجمال رجلها الواقعتين على أحد جانبي جسمها معاً عندما تمشي، يعكس معظم الحيوانات الأخرى.



١٩) **تمثيلات متعددة:** سوف تحل في هذه المسألة المتباينات المركبة، مثل التي يكون فيها العدد أكبر من ٤، وأقل من ٩.

- أ) عددياً، اكتب متباينتين منفصلتين لهذه العبارة.
- ب) بيانياً، مثل مجموعة حل المتباينة الأولى باللون الأحمر، ومجموعة حل المتباينة الثانية باللون الأزرق، وظلل بالقلم الفسفوري جزء التمثيل البياني الذي يتداخل فيه اللونان.
- ج) جدوبياً، أنشئ جدولًا باستعمال عشر نقاط من خط الأعداد الذي مثّله متضمنة أعدادًا من الجزأين. استعمل عمودًا لكل متباينة وعمودًا ثالثًا بعنوان «حل مشترك»، وأمام الجدول بكتابه «صح» أو «خطأ».
- د) لفظياً، صف العلاقة بين الأجزاء الملونة في التمثيل البياني والجدول.
- هـ) منطقياً، ماذا تتوقع أن يكون التمثيل البياني للمتباينة $4 < س < 9$ ؟

عرف المتغير في المسألة الآتية، واكتبه المتباينة، ثم حلها، وفسّر إجابتك:

٢٠) **حيوانات:** كتلة حewan ٤١ كجم، وكتلته الطبيعية أقل من ٣٩٠ كجم، ويمكن أن يفقد من كتلته ٣ كجم في الأسبوع باستعمال برنامج غذائي معين. فكم أسبوعاً يلزم ليصل إلى كتلته الطبيعية؟



الربط مع الحياة

يعتني الطبيب البيطري بالحيوانات المصابة أو المريضة. ويمكن أن يعمل في أماكن كثيرة مثل حديقة الحيوان ومراكم الأبحاث أو في عيادة خاصة.

٢١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات المكونة من ثلاثة أعداد صحيحة زوجية موجبة متالية لا يزيد مجموعها على ٣٦.

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$٢٣) ١٣ - س > ١١ \quad ٣٧ + س < ٤٢$$

$$٢٤) ٤,٧ - ٢,٥ > س - ١,٥ \quad ٢٢)$$

$$٢٥) س - \frac{2}{3} \leq ٢ - س$$

$$٢٦) ٣٧ + س < ٤٢ \quad ٣٧ - س > ١١$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **تبrier:** اشرح كيف يمكن أن تحل المتباينة: $-3 < ف + 7 \leq 2$ دون أن تضرب كلا الطرفين في عدد سالب أو تقسمهما عليه.

٢٧) **تحد:** إذا كان للمتباينة $أس + ب < أس + ج$ عدد لا نهائي من الحلول، فما مجموعة حل المتباينة $أس + ب > أس + ج$ ؟ وضح الطريقة التي عرفت بها الإجابة.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين تحلان بخطوات متعددة ولهم التمثيل البياني نفسه.

٢٩) حدد المتباينة التي تختلف عن المتباينات الثلاث الأخرى. وفسّر إجابتك.

$$١٣ - س > ٢ + ٥$$

$$٥ - س > ١ + ٢$$

$$٣ - س < ٤$$

$$٤ - س < ٩ + ٣$$



٣٠) **أكتب:** اشرح متى تكون مجموعة حل المتباينة المجموعة الحالية أو مجموعة كل الأعداد الحقيقة، وأعط مثالاً على كل حالة.

تدريب على اختبار

(٣٢) إجابة قصيرة: تلقى ماجد ٧٢ ريالاً مقابل ٤ ساعات عمل. فكم ساعة يعمل بهذا المعدل، حتى يحصل على ١١٧٠ ريالاً؟

(٣١) ما مجموعة حل المتباينة:

٤٦ - ٨ > ت + ٢ ؟

أ) $\{t | t < 6,5\}$

ب) $\{t | t > 6,5\}$

مراجعة تراكمية

(٣٣) حل المتباينة: $\frac{s}{2} \geq -5$ وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٤-٤)

(٣٤) حل المتباينة: $f - 9 < 2$ وتحقق من صحة الحل ومثله على خط الأعداد. (الدرس ٤-٤)

(٣٥) حل المعادلة: $2(s - 3) = 5s + 12$ بيانياً، وتحقق من صحة الحل جبرياً. (الدرس ٤-٢)

إذا كان $q(s) = 4s - 3$ ، $h(s) = 2s^2 + 5$ ، فأوجد كلاً مما يأتي: (الدرس ٤-٢)

(٣٨) $q(j + 3)$

(٣٧) $h(2) - 5$

(٣٦) $q(-2)$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حدّد على خط الأعداد جميع الأعداد المعطاة في كلٍ مما يأتي:

(٤٠) $\{5, 1, 0, -3\}$

(٤٩) $\{4, -4, 2, -2\}$

(٤٢) {الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوي -٢}

(٤١) {الأعداد الصحيحة الأصغر من ٣}

(٤٤) {الأعداد الصحيحة الواقعة بين -٤، -٣}

(٤٣) {الأعداد الصحيحة الأصغر من -١}



اختبار منتصف الفصل

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٢)

$$(10) \frac{1}{3}x \leq 5$$

$$(11) \frac{j}{5} > 4$$

$$(12) -8s < 24$$

$$(13) m - 10 \geq 2$$

$$(14) \frac{s}{2} > \frac{9}{8}$$

$$(15) r - 45 \leq -9$$

$$(16) \frac{w}{6} < -3$$

$$(17) \frac{v}{7} > -2$$

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٣)

$$(18) 4 - 2 < 14$$

$$(19) 5s - 10 \geq s + 11$$

$$(20) 4 + b > -9$$

$$(21) \frac{w}{4} + 1 \leq -3$$

$$(22) -3b + (1 + 4b) > 2 - 8$$

عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل.

(الدرس ٤-٣)

(٢٣) ثلاثة أمثال عدد مضاعفٍ إليه ٨ لا يزيد على العدد مطروحاً منه ٤

حل كلاً من المتباينات الآتية، ثم مثل مجموعه حلها بيانياً على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

$$(1) s - 8 < 4$$

$$(2) m + 2 \leq 6$$

$$(3) b - 4 > 7$$

$$(4) 12 \geq q - 9$$

(٥) **مدينة الألعاب:** مع حمزة ٦٠ ريالاً، دفع منها ١٠ ريالات ثمن تذكرة دخول مدينة الألعاب.

(أ) اكتب متباينة تبين المبلغ (س) الذي يمكن لحمزة إنفاقه داخل مدينة الألعاب، وحلها.

(ب) إذا أنفق حمزة ٢٠ ريالاً ثمن وجبة الغداء، فاكتب متباينة تبين المبلغ الذي يمكن لحمزة إنفاقه، بعد دفع ثمن تذكرة الدخول وثمن وجبة الغداء. وحلها.

عرف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها: (الدرس ٤-٢)

(٦) ناتج جمع عدد ٢ لا يزيد على ٦.

(٧) ناتج طرح ٨ من عدد ما أكبر من ١.

(٨) العدد ٣ مضاعفاً إلى مثلي عدد أصغر من ذلك العدد.

(٩) **اختيار من متعدد:** وفرت عزيزة ٥٢ ريالاً، لشراء كتاب يزيد ثمنه على ٩٠ ريالاً، ما المبلغ الإضافي الذي يجب أن توفره عزيزة لشراء الكتاب؟ (الدرس ٤-١)

(أ) ٣٨ ريالاً.

(ب) أكثر من ٣٨ ريالاً.

(ج) ليس أكثر من ٣٨ ريالاً.

(د) ٣٨ ريالاً على الأكثر.



قراءة العبارات المركبة



تألف العبارة المركبة من عبارتين بسيطتين مربوطتين بأحد الحرفين و، أو، وقبل أن تتمكن من تحديد هل العبارة المركبة صحيحة أم خطأ ينبغي أن تعرف معنى الحرفين (و)، (أو).

للعنكبوت ثمانية أرجل و للحصان خمسة أرجل.

حتى تكون العبارة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) صحيحة، يجب أن تكون كلتا العبارتين البسيطتين صحيحتين.



للحصان خمسة أرجل. ← خطأ



للعنكبوت ثمانية أرجل. ← صحيحة

وبما أن إحدى العبارتين خطأ، فإن العبارة المركبة خطأ.

أما أداة الربط (أو) في العبارة المركبة فتعني في اللغة أحد الأمرين لا كليهما.

فعلى سبيل المثال: في العبارة "يمكنك أن تدرس في جامعة الملك فهد أو في جامعة الملك سعود" تعني: أن تدرس في إحدى الجامعتين وليس في كليهما.

ولكنها في الرياضيات تعني أحد الأمرين أو كليهما.

وحتى تكون العبارة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة، يجب أن تكون واحدة على الأقل من العبارتين البسيطتين صحيحة؛ فالعبارة «للعنكبوت ثمانية أرجل، أو للحصان خمسة أرجل» صحيحة؛ لأن العبارة البسيطة «للعنكبوت ثمانية أرجل» صحيحة.

تمارين:

حدد ما إذا كانت كل من العبارات المركبة الآتية صحيحة أم لا، وفسّر إجابتك:

١) العدد ٥ أولي أو العدد ٢ فردي.

٢) للمثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.

٣) $11 > 5$ أو $9 > 7$ $4 < 2 - 0$ و $3 > 7$

٤) $6 < 5 < 10$ و $4 < 2 - 5$ $5) 8 \neq 8$ أو $2 - 2 = 0$





حل المتباينات المركبة

المادة ٦١



كانت درجة الحرارة السيليزية العظمى في مدينة الرياض في أحد أيام شهر رمضان 27° ، ودرجة الحرارة السيليزية الصغرى 13° . فإذا مثل الرمز (ح) درجة الحرارة فيمكن أن تكتب متباينتين لتمثيل هذا الموقف.

لا تقل درجة الحرارة عن 13° ولا تزيد على 27°

$$13^{\circ} \leq h \leq 27^{\circ}$$

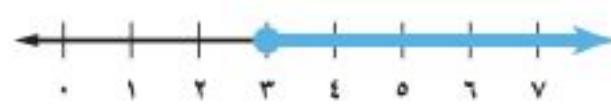
ويمكن دمج المتباينتين $h \leq 13^{\circ}$ و $h \geq 27^{\circ}$ معًا دون استعمال أداة الربط (و) في متباينة واحدة كما يأتي:

$$13^{\circ} \leq h \leq 27^{\circ}$$

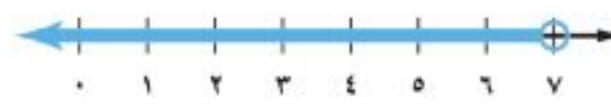
المتباينة التي تحتوي أداة الربط (و): تشكل المتباينتان $h \leq 13^{\circ}$ و $h \geq 27^{\circ}$ معاً **متباينة مركبة**، وتكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان المكونتان لها صحيحتين. ويكون تمثيلها البياني من منطقة تداخل التمثيلين البيانيين للمتباينتين، ويُسمى هذا **تقاطع التمثيلين** البيانيين.

يمكن إيجاد التقاطع بتمثيل كل متباينة، ثم بتحديد منطقة التقاطع

$$s \leq 3$$

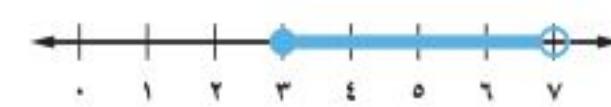


$$s > 7$$



$$s \leq 3 \text{ و } s > 7$$

$$7 > s \geq 3$$



تقرأ العبارة $3 \leq s < 7$ على النحو الآتي: س أكبر من أو تساوي 3 وأقل من 7، أو تقع س بين 3 و 7 مع تضمين العدد 3.

حل المتباينة المركبة وتمثيل التقاطع

مثال ١

حل المتباينة: $-2 < s - 3 < 4$ ، ثم مثل مجموعة الحل بيانياً.

اكتب أولاً هذه المتباينة في صورة متباينتين باستعمال (و)، ثم حل كلاً من المتباينتين.

اكتب المتباينتين

$$s - 3 < 4$$

$$-2 < s - 3$$

أضف 3 إلى كل من الطرفين

$$s - 3 + 3 > 4 + 3$$

$$s > 7$$

بسط

$$s > 7$$

مجموعه الحل هي $\{s | 1 \leq s < 7\}$. والآن مثل مجموعه الحل بيانياً.

تمثيل $1 \leq s < 7$



تمثيل $s > 7$



فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

- **أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وأمثل مجموعة حلها بيانياً.**

- **أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وأمثل مجموعة حلها بيانياً.**

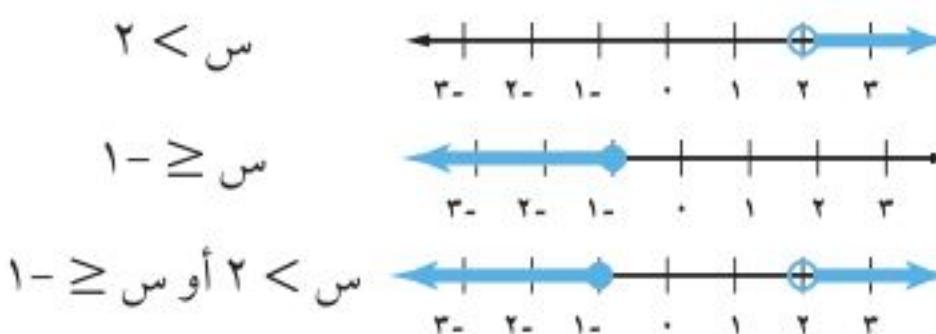
المفردات

المتباينة المركبة
التقاطع
الاتحاد

تحقق من فهمك

١) حل المتباينة $6 \geq 7 + x > 10$ ، ومثل مجموعه الحل بيانياً.

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (أو): يحتوي نوع آخر من المتباينات المركبة كلمة (أو). وتكون المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة إذا كانت إحدى المتباينتين المكونتين لها على الأقل صحيحة. ويكون تمثيلها البياني من اتحاد تمثيل المتباينتين.



عند حل مسائل لفظية على المتباينات استعمل إحدى الإشارتين \leq أو \geq ، عند وجود كلمات تدل على تضمين طرف المتباينة في الحل مثل على الأكثر، على الأقل. واستعمل إحدى الإشارتين $<$ أو $>$ عند ورود كلمات مثل بين، أقل من، أكثر من.

مثال ٢ من واقع الحياة كتابة متباينة مركبة وتمثيلها بيانياً

صوت: يمكن أن تسمع أذن الإنسان الأصوات التي لا يقل ترددتها عن ٢٠ هرتز ولا يزيد على ٢٠٠٠٠ هرتز.
اكتب المتباينة المركبة التي تمثل الترددات التي لا يسمعها البشر، وتمثيلها بيانياً.
تبين هذه المسألة الترددات التي يسمعها البشر، وعلينا أن نجد الترددات التي لا يسمعها البشر.

قراءة الرياضيات

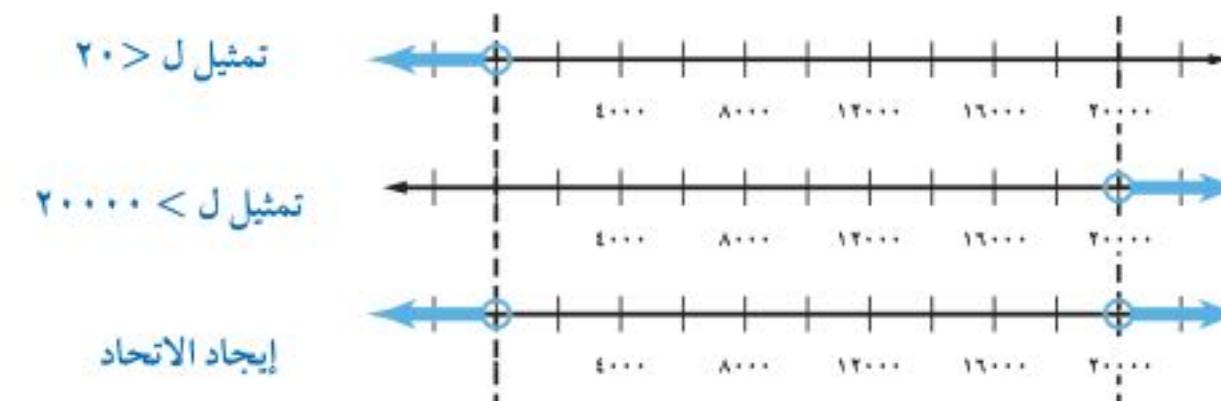
على الأكثر

عبارة على الأكثر تعني \geq ، وتقرا:

أصغر من أو يساوي
ويمكن أن تقرا:
ليس أكثر من.



ثم مثل مجموعه الحل بيانياً.



لاحظ أن التمثيلين لا يتقاطعان. لا يستطيع البشر سماع الأصوات التي ترددتها أقل من ٢٠ هرتز، أو التي ترددتها أكبر من ٢٠٠٠٠ هرتز. والمتباينة المركبة هي:
 $\{L | L < 20 \text{ أو } L > 20000\}$

تحقق من فهمك

٢) **صناعة:** تنتج شركة جهازاً لا يقل طوله عن ١١,٤ سم، ولا يزيد على ١١,٢ سم، اكتب متباينة مرکبة تصف الأطوال الممكنة لهذا الجهاز، وتمثيلها بيانياً.

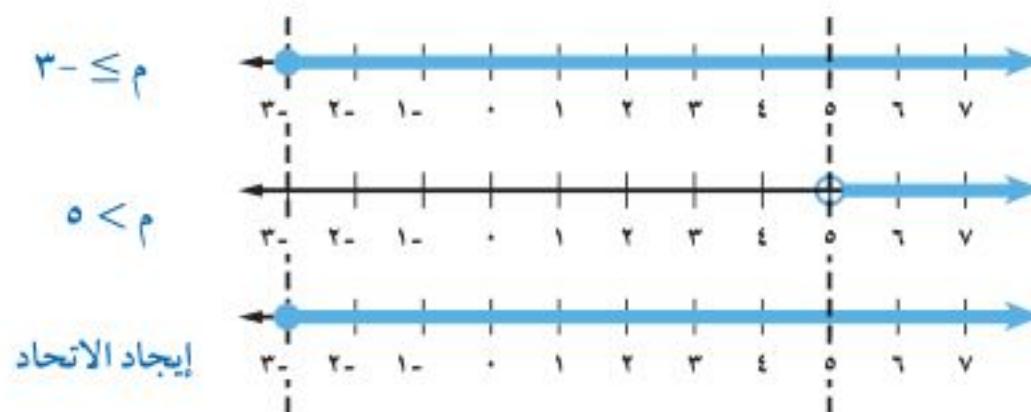
التقاطع والاتحاد

في المتباينات المركبة
حرف (أو) يعني الاتحاد
حرف (و) يعني التقاطع.

مثال ٣ حل المتباينة وتمثيل الاتحاد

حل المتباينة $-2m + 7 > 13$ أو $5m + 12 < 37$ ، ومثل مجموعة الحل بيانياً.

$$\begin{array}{lll} 37 & & -2m + 7 > 13 \\ 5m + 12 < 37 & \text{أو} & 12 - 37 < 12 + 5m \\ 25 < 5m & \text{اطرح} & 7 - 13 \geq 7 + 2m - 7 \\ \frac{25}{5} < \frac{5m}{5} & & 6 \geq 2m \\ m < 5 & \text{بسط} & \frac{6}{2} \leq \frac{2m}{2} \\ & \text{اقسم} & 3 \leq m \\ & \text{بسط} & m \leq 3 \end{array}$$



لاحظ أن التمثيل البياني للمتباينة $m \leq -3$ يحتوي جميع نقاط التمثيل البياني للمتباينة $m > 5$. لذا يكون الاتحاد هو التمثيل البياني للمتباينة $m \leq -3$ ، وتكون مجموعة الحل $\{m | m \leq -3\}$.

تحقق من فهمك

حل كلاً من المتباينتين المركبتين الآتىين، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

$$(3b) 3s \geq 9 \text{ أو } 2s + 4 < 10 \quad (3) 1 - 4 > 1 \text{ أو } 1 - 3s \leq 2$$

تأكد

المثالان ١، ٣ حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

$$(1) 4 \geq f - 8 \text{ و } f - 14 \geq 2 \quad (2) r + 6 > 8 \text{ أو } r - 3 < 10$$

$$(3) 4 \leq 7 + 4 \text{ أو } 1 < 5 \quad (4) 2 \geq c + 4$$

مثال ٢ دراجات: ينصح صانعو الدراجات الجبلية ألا يقل ضغط الهواء في الإطارات عن ١٦ كجم للبوصة المربعة الواحدة ولا يزيد على ٣٦ كجم.

فإذا كان ضغط الهواء في إطارات دراجة ١١ كجم للبوصة المربعة الواحدة، فما مدى الضغط الذي ينصح بإضافته إلى الإطارات؟

تدريب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ثم مثل مجموعه الحل بيانياً:

$$(6) n + 2 \geq 5 \text{ و } n + 6 \leq 6 \quad (7) s - 1 \leq 7 \text{ أو } s + 3 > 1$$

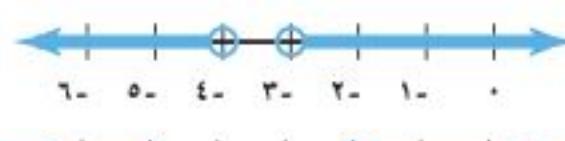
$$(8) 22 \geq 7 + 3b \text{ و } 5 - b > 4$$

مثال ٤ سرعة: تبين اللوحتان المجاورتان أقصى سرعة وأدنى سرعة على طريق. عبر عن ذلك بمتباينة، ومثلها بيانياً.

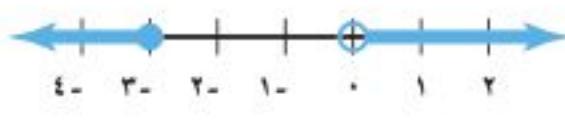


(١١) **نظريّة الأعداد:** أوجد جميع المجموعات التي يتكون كل منها من عددين صحيحين فرديين موجبين متتاليين مجموعهما على الأقل ٨ ويقل عن ٢٤.

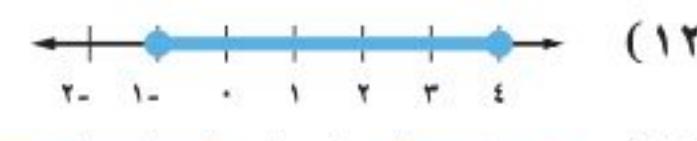
اكتب متباينة مركبة تعبّر عن كل تمثيل بياني فيما يأتي:



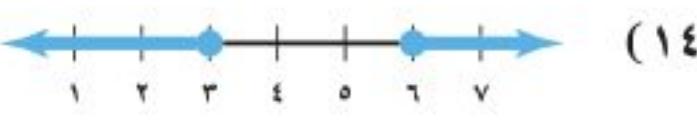
(١٣)



(١٥)



(١٢)



(١٤)

حل كلاً من المتباينتين المركبتين الآتى، ثم مثل مجموعه حلها بيانيًّا:

$$(١٦) ٨ < ١ - ٣n \quad ٩ \geq ٦ - ٢b$$

$$(١٧) ١٦ - ١ > ٥b + ٢ \quad ٥n - ١ > ٣ - ٨$$

(١٨) **أفاعٍ:** تعيش معظم الأفاعي في المناطق التي تتراوح درجة الحرارة فيها من 24° سيليزية إلى 33° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات حرارة المناطق التي لا تعيش فيها الأفاعي.

(١٩) **سلاحفٌ:** نادراً ما تفتقس بيوس السلاحف البحريّة في درجة حرارة أقل من 23° أو فوق 33° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات الحرارة التي يجب أن تحضن فيها البيوس كي تفتقس.



(٢٠) **هندسة:** تنص متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

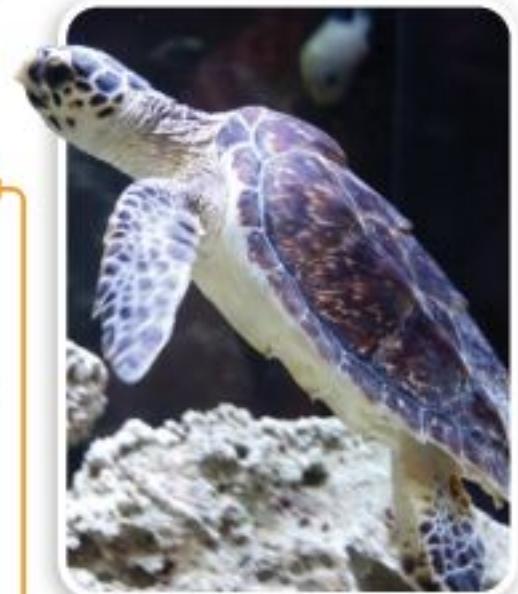
أ) اكتب ثالث متباينات تعبّر عن العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث المجاور، وحلها.

ب) أعط أربعة أطوال ممكنة للضلع الثالث في هذا المثلث.

ج) اكتب متباينة مركبة تمثل قيم س الممكنة.

(٢١) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة: الخطأ المطلق لقياس الذي يساوي نصف وحدة القياس، والخطأ النسبي وهو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس نفسه.

أ) **جدولياً:** انقل الجدول الآتي وأكمله:



الربط مع الحياة

تراب إحدى المنظمات
موقع السلاحف البحريّة.
حيث تساعد البيانات التي
جمعها العلماء على تتبع أنماط
هجرتها.

| $\frac{\text{الخطأ النسبي}}{\text{القياس}} = \frac{\text{الخطأ المطلق}}{\text{القياس}}$ | الخطأ المطلق | القياس |
|---|--------------------------------------|---------|
| $\frac{0,05}{14,3} \approx 0,0035$ أو $0,04\%$ | $\frac{1}{2} \times 0,05 = 0,025$ سم | 14,3 سم |
| | | 1,85 سم |
| | | 61,2 سم |
| | | 227 سم |

ب) **تحليلياً:** إذا كان طول قطعة مستقيمة ١٢ سم، فاحسب الخطأ المطلق، ثم اكتب مدى الأطوال الممكنة.

ج) **منطقياً:** إلى أي حد تقيس دقة الطول بالستمتيرات لكي يكون الخطأ المطلق أقل من ٥ سم؟



عرف متغيراً في كل من الأسئلة (٢٢ - ٢٤)، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

(٢٢) عدد ناقص ثمانية لا يزيد على ١٤ ولا يقل عن ٥.

٢٣) ناتج جمع ثلاثة أمثال عدد مع أربعة يقع بين ٨ و ١٠.

٢٤) ناتج ضرب عدد في ٥ يزيد على ٣٥ أو يقل عن ١٠.

| سرعة الرياح ميل / ساعة | الفئة |
|---------------------------|-------|
| ٩٥-٧٤ | ١ |
| ١١٠-٩٦ | ٢ |
| ١٣٠-١١١ | ٣ |
| ١٥٥-١٣١ | ٤ |
| < ١٥٥ | ٥ |

٢٥) **أعاصير:** تصنف قوة الأعاصير في ٥ فئات تبعاً لسرعة رياحها كما في الجدول المجاور:

أ) اكتب متباينة مركبة تعبر عن سرعة الرياح في إعصار من الفئة ٣، ثم في إعصار من الفئة ٤.

ب) ما تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباينتين اللتين كتبتهما في الفرع؟



الربط مع الحياة

٢٦) **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعد ومسفر المتباينة $3 > 2 > 5 > 7$. فأيهما إجابته صحيحة؟
وضح تبريرك.

للحل

$$7 > 5 > 3$$
$$12 > 3$$
$$\frac{3}{2} > 2$$

للعدد

$$7 > 5 > 3$$
$$12 > 8$$
$$6 > 4$$

تحدث معظم الأعاصير في المناطق المدارية. وقد ضربت الولايات المتحدة ٤ أعاصير بين العامين ٢٠٠١م، ٢٠٠٤م، صنفت ثلاثة منها من الفئات ٣، ٤، ٥.

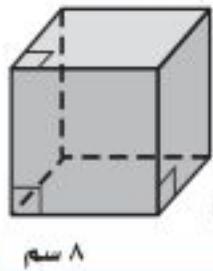
٢٧) **اكتب :** متباينة مركبة يكون تمثيلها البياني المجموعة الخالية، ومتباينة أخرى يكون تمثيلها البياني مجموعة جميع الأعداد الحقيقة.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثلاً لمتباينة مركبة تحتوي (أو) وحلوها كثيرة وغير منتهية.

٢٩) **اكتب:** أعطِ مثلاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بمتباينة مركبة، ثم حلها.

تدريب على اختبار

٣١) هندسة: ما مساحة سطح المنشور الرباعي المجاور؟



- (أ) ٢٤٩,٦ سم^٢ (ب) ٢٧٨,٤ سم^٢ (ج) ٣١٣,٦ سم^٢ (د) ٣٧١,٢ سم^٢

٣٠) ما مجموع حل المتباينة: $7 > 2 > 4 > 5 > 6 > 3 > 1$ ؟

- (أ) $\{s | s < 6\}$ (ب) $\{s | s < 9\}$ (ج) $\{s | s < 2\}$ (د) $\{s | s < 6\}$

مراجعة تراكمية

٣٢) يتناول عامل في مصنع أجراً شهرياً مقداره ٣٠٠٠ ريال بالإضافة إلى ٢٠ ريالاً عن كل ساعة عمل إضافية. فإذا أراد الحصول في هذا الشهر على ٣٤٣٠ ريالاً على الأقل، فما عدد الساعات الإضافية التي يجب أن يعملها؟ (الدرس ٣-٤)

٣٣) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) وميله $\frac{3}{2}$. (الدرس ٣-٣)

٣٤) أوجد ميل المستقيم المار بال نقطتين (١، ٦)، (٦، ١). (الدرس ٥-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٥) $b - 2 = 6$

٣٦) $s + 5 = 18$

٣٨) $s - 8 = 11$

٣٧) $\frac{1}{7} + 1 = 9$

٤٠) $n - \frac{3}{8} = 20$

٣٩) $b - \frac{4}{2} = 17$





المادة

فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

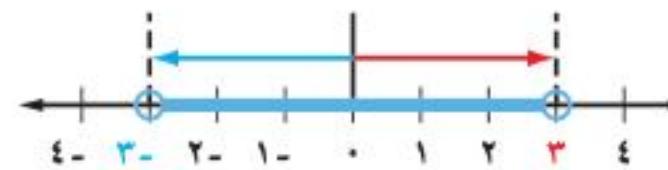
- أحل متباينات القيمة المطلقة ($>$) وأمثلها بيانياً.

- أحل متباينات القيمة المطلقة ($<$) وأمثلها بيانياً.



تستعمل بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. فلعمل قطع جزر صغيرة تستعمل آلة لقطع حبات الجزر الطويلة إلى شرائح بطول ٣ سنتيمترات. فإذا تراوحت دقة الآلة ضمن $\frac{1}{8}$ سنتيمتر، فإن أطوال الشرائح تتراوح بين $\frac{7}{8}$ سنتيمتر و $\frac{1}{8}$ سنتيمترات.

متباينة القيمة المطلقة ($>$): المتباينة $|s| > 3$ تعني أن المسافة بين س و ٠ أقل من ٣.



إذن $s < -3$ و $s > 3$. ومجموعة الحل هي: $\{s | s < -3 \text{ or } s > 3\}$.
وعند حل متباينات القيمة المطلقة، تؤخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار:
الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.
الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.
وتكون مجموعة الحل هي تقاطع حل هاتين الحالتين.

مثال ١ حل متباينات القيمة المطلقة ($>$)

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، ثم مثل مجموعتهما بيانياً:

$$\text{أ) } |m + 2| > 11$$

أعد كتابة $|m + 2| > 11$ لكل من الحالتين ١، ٢.

الحالة ٢: $m + 2$ سالبة.

$$m + 2 < -11$$

$$m < -11 - 2$$

$$m < -13$$

$$m < -13$$

و

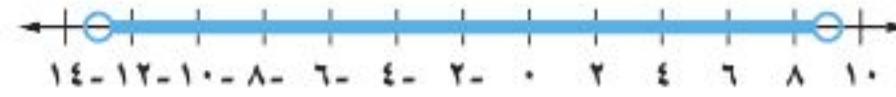
الحالة ١: $m + 2$ غير سالبة.

$$m + 2 > 11$$

$$m > 11 - 2$$

$$m > 9$$

إذن $m < -13$ و $m > 9$. وتكون مجموعتهما:



$$\text{ب) } |s - 1| > 2$$

$|s - 1| > 2$ لا يمكن أن تكون سالبة؛ لذا لا يمكن أن تكون $s - 1 < -2$ ، وعليه، لا يوجد حل لهذه المتباينة، وتكون مجموعتهما:

تحقق من فهمك



$$\text{ا) } |a - 8| \geq 2$$

$$\text{ب) } |j - 5| > 2$$

استعمال متباينات القيمة المطلقة

مثال ٢ من واقع الحياة

افتعرفت: أظهرت دراسة مسحية حديثة أن ٩٠٪ من الشباب يستعملون الإنترن特. فإذا كان هامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية، فأوجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يستعملون الإنترنط.

بما أن الفرق بين النسبة المئوية الفعلية للذين يستعملون الإنترنط والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو تساوي ٣٪، فإن $|s - 90| \leq 3$ ، حيث تمثل s النسبة المئوية الفعلية.

حل المتباينة في كلتا الحالتين.

$$\begin{aligned} \text{الحالة ١: } s - 90 &\leq 3 \\ -(s - 90) &\geq -3 \\ s - 90 &\leq -3 \\ s &\leq 87 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الحالة ٢: } s - 90 &\geq 3 \\ s - 90 &\geq 90 + 3 \\ s &\geq 93 \end{aligned}$$

إذن مدى النسبة المئوية الفعلية للشباب الذين يستعملون الإنترنط هو: $\{s | 87 \leq s \leq 93\}$.

تحقق من فهمك



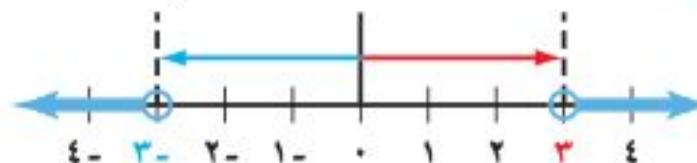
الربط مع الحياة

وافق مجلس الوزراء الموقر على إدخال الإنترنط للمملكة رسميًّا عام ١٤١٧هـ، وقد بدأت خدمة الإنترنط فعليًّا في المملكة عام ١٤١٩هـ.

المصدر: وحدة خدمات الإنترنط بمدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتكنولوجيا.

٢) كيمياء: درجة انصهار الجليد هي 0° سيليزية. لكن خالدًا لاحظ في أثناء إجراء تجربة أن درجة انصهار الجليد تتغير ضمن 1° سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لاحظها خالد.

متباينات القيمة المطلقة ($>$): إن المتباينة $|s| > 3$ تعني أن المسافة بين s و 0 أكبر من 3 .



إذن $s < -3$ أو $s > 3$. وتكون مجموعة الحل هي: $\{s | s < -3 \text{ أو } s > 3\}$.

وكما هو الحال في المثال السابق يجب أن نأخذ الحالتين الآتيتين في الحساب:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

حل متباينات القيمة المطلقة ($>$)

مثال ٣

حل المتباينة $|3n + 12| \leq 6$ ، ومثل مجموعة حلها بيانياً.

أعد كتابة المتباينة $|3n + 12| \leq 6$ في الحالتين ١ ، ٢ أعلاه.

الحالة ١: $3n + 6 \geq 0$ غير سالبة. أو $3n + 6 \leq -6$ سالبة.

$$-(3n + 6) \leq 6$$

$$3n + 6 \leq -6$$

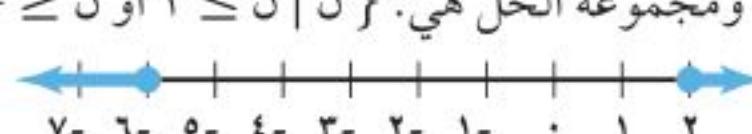
$$3n \geq -12$$

$$n \geq -4$$

$$3n \leq 6$$

$$n \leq 2$$

إذن $n \leq 2$ أو $n \geq -4$. ومجموعة الحل هي: $\{n | n \leq 2 \text{ أو } n \geq -4\}$.



تحقق من فهمك

إرشادات للدراسة

القيمة المطلقة

إن مجموعة حل المتباينة $|a| \leq b$ حيث a عبارة خطية بمتغير واحد، b عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقة؛ لأن $|a|$ أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون $|a|$ دائمًا أكبر من b .



٣) حل كلاً من المتباينات الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً.

$$(a) |r - 5| \leq 7$$

$$(b) |k + 2| \leq 3$$

$$(c) |x + 1| \leq 2$$

المثالان ١ ، ٣ حلًّا كلًّا من المطابقات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$(3) |x + 2| < -2$$

$$(2) |t + 4| \geq -2$$

$$(1) |y + 3| > 7$$

$$(6) |k - 5| > 3$$

$$(5) |n + 5| \leq 3$$

$$(4) |b - 2| \leq 8$$

مثال ٢ **أ) سهم:** بلغ سعر سهم إحدى الشركات ٨٥,٧٥٠ ريالاً. وقد تذبذب هذا السعر ضمن ٧٠,٧٥٠ ريال في اليوم. أوجد مدى سعر التداول لهذا السهم.

تدريب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٣ حلًّا كلًّا من المطابقات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$(10) |r + 2| < 6$$

$$(9) |o + 5| > 8$$

$$(8) |j - 2| \geq 1$$

$$(13) |m + 3| < -9$$

$$(12) |n - 21| \leq 13$$

$$(11) |k - 4| < 3$$

$$(16) |r + 1| \geq 2$$

$$(15) |o + 8| > 16$$

$$(14) |s - 2| < -4$$

مثال ٢ **ب) غوص:** يجب أن يبقى ضغط أسطوانة الغوص ١١٣٦ كجم لكل بوصة مربعة، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٢٢٧ كجم. اكتب مدى الضغط المثالي لأسطوانة الغوص.

حلًّا كلًّا من المطابقات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$(19) | \frac{1+5}{2} | > 8$$

$$(18) | \frac{3+4}{2} | \leq 18$$

$$(21) | \frac{3+j}{2} | \geq 5$$

$$(20) | \frac{8-b}{4} | \leq 9$$

$$(23) | \frac{1,5+h}{2} | > 3$$

$$(22) | \frac{3+2}{2} | < 7$$

$$(25) | \frac{7-3}{2} | < 5$$

$$(24) | \frac{5-t}{2} | \geq 6$$

٢٦) ادخار: يدخر سعد في العادة ٥٠٠ ريال شهرياً، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٦٠ ريالاً.

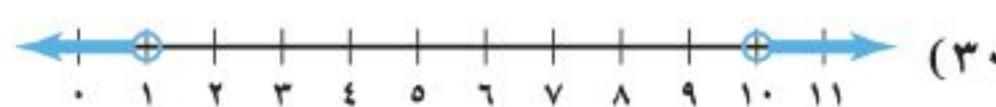
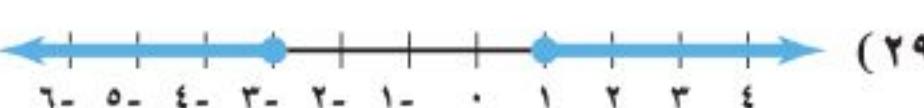
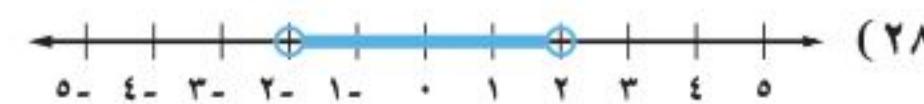
أ) اكتب مدى المبلغ الذي يدخره سعد شهرياً.

ب) مثل هذا المدى بيانياً.



٢٧) **كيمياء:** يوجد الماء في حالات ثلاث: صلبة وسائلة وغازية. ويتجدد عند درجة 0° سيليزية، ويتبخر عند درجة 100° سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لا يكون فيها الماء سائلاً.

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:



٣١) **حيوانات:** تبلغ درجة الحرارة الطبيعية لجسم الشاة السليمة 39° سيليزية، وقد تزيد أو تقل عن ذلك بمقدار 1° سيليزية. فما مدى درجة حرارة جسم الشاة السليمة؟

عبر عن كل من العبارتين الآتيتين باستعمال متباينة تتضمن قيمة مطلقة:

٣٢) تبلغ درجة الحرارة المثلثى داخل الثلاجة 38° ف بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 1.5° .



الربط مع الحياة

تمثل الأغنام والماعز عصب الشروء الحيوانية في الوطن العربي؛ حيث قدر عدد الأغنام والماعز في الوطن العربي عام ١٩٩٧ م بحوالي ١٨٥ مليون رأس.

٣٣) يحفظ مثبت السرعة سرعة السيارة عند 88 كيلومتراً / ساعة بزيادة أو نقصان مقداره 5 كيلومترات / ساعة.

٣٤) يجب أن تبقى درجة حموضة بركة السباحة 5° بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 3° ، اكتب مدى درجة الحموضة المثلالية للبركة.

٣٥) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة في المستوى الإحداثي.

أ) جدولياً، انقل الجدول الآتي وأكمله، وعوّض في المتباينة قيم s وقيم $d(s)$ لكل نقطة، ثم بين هل العبارة الناتجة صحيحة أم خاطئة:

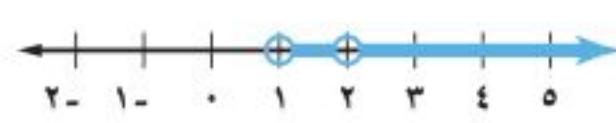
| النقطة | $d(s) \leq s - 1 $ | صحيحة / خاطئة | $d(s) \geq s - 1 $ | صحيحة / خاطئة | صحيحة / خاطئة |
|---------|---------------------|---------------|---------------------|---------------|---------------|
| (٢,-) | | | | | |
| (٢,٢,-) | | | | | |
| (٢,٠) | | | | | |
| (٢,٢) | | | | | |
| (٢,٤) | | | | | |

ب) بيانيًا، مثل الدالة $d(s) = |s - 1|$ بيانيًا.

ج) بيانيًا، عين في المستوى الإحداثي جميع النقاط التي يجعل $d(s) \leq |s - 1|$ عبارة صحيحة بلون أحمر، وعين جميع النقاط التي يجعل $d(s) \geq |s - 1|$ صحيحة بلون الأزرق.

د) منطقياً، كون تخميناً حول شكل التمثيل البياني للمتباينتين $d(s) \leq |s - 1|$ ، $d(s) \geq |s - 1|$ ، وأضف إلى الجدول نقاطاً جديدة للتحقق من صحة تخمينك.

هـ) بيانيًا، استعمل ما اكتشفته في هذه المسألة لتمثيل المتباينة $d(s) \leq |s - 3|$.



٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثل أحمد حل المتباعدة $|3 - 2| > 1$. كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسر إجابتك.

٣٧) **تبرير:** هل يتكون التمثيل البياني لمتباعدة القيمة المطلقة من اتحاد تمثيلين أحياناً أم دائماً، أم أنه لا يكون كذلك أبداً؟ اشرح إجابتك.

٣٨) **تحدد:** بين لماذا لا يكون حل المتباعدة $|t| < 0$ صفر مجموعة الأعداد الحقيقة جميعها.

٣٩) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباعدة قيمة مطلقة تمثل موقفاً من واقع الحياة، وحلها، ثم فسر الحل.

٤٠) **اكتب:** اشرح كيف تحدد ما إذا كانت متباعدة القيمة المطلقة تتحول إلى متباعدة مركبة تحتوي (و)، أو متباعدة مركبة تحتوي (أو).

تدريب على اختبار

- ٤٢) مجموع حل المعادلة $|2n - 3| = 5$ هي:
 أ) $\{1, 1\}$
 ب) $\{1, -4\}$
 ج) $\{-4, 1\}$
 د) $\{4, 4\}$

٤١) **اجابة قصيرة:** سحببت بطاقة عشوائياً من كيس يحتوي ٩ بطاقات مرقمة بأرقام مختلفة من ١-٩. ما احتمال أن يكون الرقم المسحوب فردياً؟

مراجعة تراكمية

٤٣) **حُل المتباعدة:** $6 \geq 2t - 4 \geq 8$ ، ثم مثل مجموع حلها بيانياً. (الدرس ٤-٤)

٤٤) **حدّد ما إذا كان المستقيمان $s + 8 = 2s$ ، $s + s = 4$ متعامدين أم لا، وفسّر إجابتك. (الدرس ٤-٣)**

٤٥) **هندسة:** يزيد قياس إحدى زوايا مثلث 10° عن قياس الزاوية الثانية، وقياس الزاوية الثالثة يساوي مثلثي مجموع قياسي الزاويتين الأولى والثانية. أوجد قياس كل من زوايا المثلث. (الدرس ٣-١)

٤٦) **حُل المعادلة:** $\frac{s}{9} = 20$ ، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٢-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثل كل معادلة مما يأتي بيانياً:



اختبار الفصل

حُلَّ كُلُّاً من المُتباينتين المركبتين الآتيتين، ومثُلَّ مجموَعَة حلها بيانياً:

$$10) \text{ ص} - 8 > 3 \text{ أو } \text{ص} + 5 < 19$$

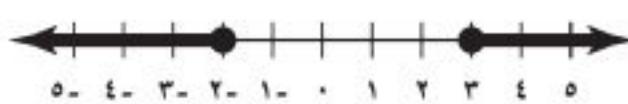
$$11) 13 \geq 11 - 5 \geq 2 - هـ$$

عُرِفَ المُتغِيرُ في كُلِّ مَا يَأْتِي، واكتُبِ المُتباينة، ثُمَّ حلها، وتحقِّقُ مِن صحةِ الحلِّ:

$$12) \text{ عدد ناقص } 4 \text{ لا يزيد على } 8.$$

$$13) \text{ تسعَةً أَمْثَالَ عَدْدِ ناقصِ أَرْبَعَةٍ يُسَاوِي ثَلَاثَةً وَعِشْرِينَ عَلَى الْأَقْلَ.$$

١٤) اختِيار من متعدد: أي المُتباينات المركبة الآتية حلها ممثَلٌ على خط الأعداد أدناه؟



$$أ) -2 \geq \text{ص} > 3 \quad ج) \text{ص} > 2 - \text{أو } \text{ص} \leq 3$$

$$ب) \text{ص} \geq 2 - \text{أو } \text{ص} \leq 3 \quad د) \text{ص} > 2 - \text{أو } \text{ص} \geq 3$$

حُلَّ كُلُّاً من المُتباينات الآتية، ومثُلَّ مجموَعَة حلها بيانياً:

$$15) |ب - 5| > 3 \quad 16) |ف + 2| \leq 11$$

$$17) \left| \frac{\text{ص} - 3}{4} + 1 \right| \geq 5 \quad 18) \left| \frac{\text{ص} - 4}{3} + 1 \right| < 0$$

١٩) بيع بالتجزئة: عرضَ أحدُ المُتاجِرِ خصمًا قدره ١٥ رِيَالًا على أي زوجٍ من الأحذية.

أ) إذا كان أعلى ثمن لزوجٍ من الأحذية ١٤٩,٩٥ رِيَالًا، وأقلُّ ثمن ٨٤,٩٥ رِيَالًا. فما مدى أثمانِ الأحذية بعدَ الخصم؟

ب) إذا خَيَرَ شخصٌ عند شراء زوجٍ من الأحذية ثمنه ١٠٩,٩٥ رِيَالاتٍ بينَ أن يحصل على خصمٍ مقداره ١٥ رِيَالًا أو خصمٍ بنسبة ١٥٪، فأي العرضين أفضَلُ له؟



حُلَّ كُلُّاً من المُتباينتين الآتيتين، ومثُلَّ مجموَعَة حلها على خط الأعداد:

$$1) س - 9 > 4$$

$$2) ب - 5 \leq 6$$

٣) اختِيار من متعدد: لدى سعد ٣١ كتاباً ولدى خالد ٥٨ كتاباً. فكم كتاباً يجب أن يضيف سعد إلى مجموعته ليصبح لديه عدد من الكتب أكبر مما لدى خالد؟

أ) ٢١ على الأكْثَر

ب) ٢٧

ج) ٢٨ على الأقل

د) أكثر من ٣٠

حُلَّ كُلُّاً من المُتباينات الآتية، وتحقِّقُ مِن صحةِ الحلِّ:

$$4) \frac{1}{5} هـ > 3$$

$$5) 42 - ع \geq 7$$

$$6) 36 - م > 9$$

$$7) \frac{ق}{4} \geq 3 + 9$$

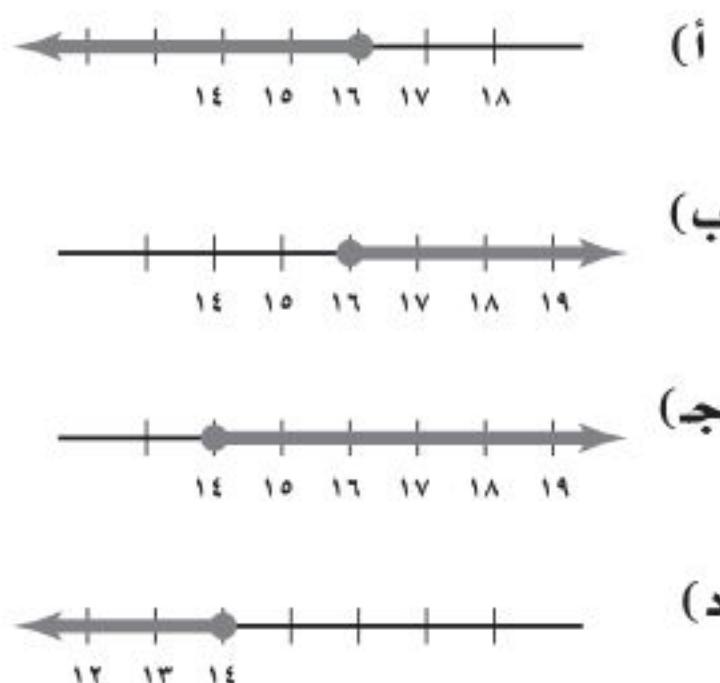
$$8) 13 - (س - 4) > 5 س - 5$$

٩) مدينة الألعاب: زارَ أحمدَ مدينةَ الألعابِ خلال عيدِ الأضحى المبارك. وقررَ أن يصرفَ مبلغًا لا يزيدُ على ٤٠ رِيَالًا. إذا كانتَ أجرةُ اللعبة الواحدة تكُلُّ ٧ رِيَالاتٍ، فاكتُبِ مُتباينةً تمثلُ هذا الموقف.

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

٤) قرأت مها في اليوم الأول ١٤ صفحة من قصة، إذا كان مجموع ما قرأته مها في اليومين الأول والثاني على الأقل ٣٠ صفحة، فأيُّ من التمثيلات التالية يعبرُ عما قرأته مها في اليوم الثاني؟



٥) أيُّ المستقيمات التالية ميلها غير معروف؟

- أ) $s = 5$
ب) $s = 0$
ج) $2s + 3c = 1$
د) $2s + 3c = 0$

تنبيه للاختبار

سؤال ٢: يمكن أن تتحقق من إجابتك من خلال حساب الأجر الذي يتلقاه الموظف حسب عدد ساعات العمل.

١) مع يزيد ١٠٠ ريال دفع منها ٣٨ ريالاً ثمناً لوجبة الغداء، واشترى عدداً من الهدايا لأصدقائه، عبر عن المتباعدة التي تمثل عدداً الهدايا التي اشتراها يزيد، إذا كان ثمن الهدية الواحدة ١٢ ريالاً.

- أ) $n \leq 5$
ب) $n > 5$
ج) $n \geq 5$
د) $n \geq 6$

٢) يتلقى موظف أجراً عن كل ساعة عمل بحسب الجدول أدناه.

| الشرط | الأجر عن كل ساعة (ريال) |
|-------------|-------------------------|
| أول ٤٠ ساعة | ١٢٨ |
| بعد ٤٠ ساعة | ١٩٢ |

إذا كان هدف الموظف جمع مبلغ ٦٠٠٠ ريال خلال الأسبوع القادم، فما أقل عدد من الساعات يمكن أن يعمله الموظف؟

- أ) ٤٣ ساعة
ب) ٤٥ ساعة
ج) ٤٤ ساعة
د) ٤٦ ساعة

٣) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{2}{3}$ ، ومقطعيه الصادي يساوي ٦.

- أ) $s = 6s + \frac{2}{3}$
ب) $s = -\frac{2}{3}s - 6$
ج) $s = -\frac{2}{3}s + 6$
د) $s = 6s - \frac{2}{3}$



إجابة قصيرة

٦) حل المتباعدة: $23 \leq 3s + 8 < 4$

٧) **جوال:** يريد مسعود شراء جوال ثمنه ٧٥٠ ريالاً على الأقل، إذا وفر مسعود ٥٠ ريالاً كل أسبوع، فاكتب المتباعدة التي تعبر عن عدد الأسابيع التي يحتاج إليها مسعود ليوفر ثمن الجوال، وحلها.

٨) حل المتباعدة: $|s - 4| > 2$

٩) مثل بيانياً حل المتباعدة $3s - 6 \geq 4s - 4 \geq 3s + 1$

١٠) حدد ما إذا كانت الدالة التالية خطية أم لا، وفسّر إجابتك.

| s | ص |
|------|---|
| ١٢,٥ | ٣ |
| ١٦ | ٤ |
| ١٩,٥ | ٥ |
| ٢٣ | ٦ |
| ٢٦,٥ | ٧ |

١١) **مدينة ألعاب:** دفعت هند ١٠ ريالات رسوم دخول مدينة الألعاب و٥ ريالات لاستعمال كل لعبة مرة. اكتب معادلة خطية باستعمال الميل والمقطع الصادي تعبر عن المبلغ الذي أنفقته هند في مدينة الألعاب.



أتدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة، حتى أعزز ما اكتسبته من مهارات، وأسعي إلى توظيفها في الحياة اليومية، وتوجيهها نحو اكتساب الخبرات وتوسيع المدارك، مما يزيد من فرص التعلم مدى الحياة.

أنا طالب معد للحياة، ومنافس عالمياً.



| للمساعدة .. | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| إذا لم تجرب عن السؤال .. | | | | | | | | | | | |
| فراجع الدرس .. | | | | | | | | | | | |
| ١٢ | ١١ | ١٠ | ٩ | ٨ | ٧ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ١ |
| ٢-٤ | ٢-٣ | ٥-٢ | ٤-٤ | ٥-٤ | ٣-٤ | ٤-٤ | ٥-٢ | ١-٤ | ١-٣ | ٢-٤ | ٣-٤ |