

تم تحميل وعرض المادة من :



موقع واجباتي

www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترتقي بمجال التعليم على الإنترنت ويستطيع الطلاب تصفح حلول الكتب مباشرة لجميع المراحل التعليمية المختلفة



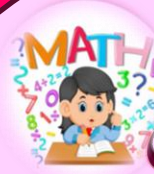
حمل التطبيق من هنا





المفيد في الرياضيات

للصف الثاني متوسط



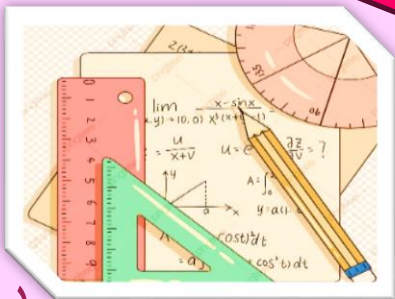
الفصل الدراسي الثالث



المؤلف



أ. مهرة عبدالله عبد الله القحطاني





الأستاذة / مهرة عبدالله القحطاني

نفيديكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

المقيد في الرياضيات للصف الثاني متوسط الفصل الدراسي الثالث

هـ، ورقم ردمك 4-0087-04-603-978

1443/05/24

وتاريخ

1443/5295

تحت رقم إيداع



الفهرس

رقم الصفحة	الموضوع
٤	<u>المقدمة</u>
٥	<u>شكر و تقدير</u>
٦	<u>إهداء</u>
٧	<u>الفصل السادس</u> <u>" القياس : المساحة و الحجم "</u>
٣٢	<u>الفصل السابع</u> <u>" الجبر : المعادلات و المتباينات "</u>
٥٤	<u>الفصل الثامن</u> <u>" الجبر : الدوال الخطية "</u>
٧٤	<u>المراجع</u>
٧٥	<u>الخاتمة</u>



المقدمة



حينما يمتزج الإبداع والاهتمام والاجتهاد حينها تظهر ثمرة الصبر
والجد في نهاية الأمر وتشعر بلذة الانجاز والفخر وتستمر في العطاء
بدون توقف . . . أضع بين أيديكم المفيد في الرياضيات ؛
يشرح بصورة مبسطة وسهلة وواضحة وشاملة كثير من التمارين و
التعاريف والقوانين الهامة لطلاب الصف الثاني متوسط و
معلمي مادة الرياضيات وأولياء الأمور ولكل من يستفيد منه . . .
نأمل أن ينال هذا العمل على رضاكم واستحسانكم



شكر و تقدير



أقدم بالشكر و التقدير
لمجموعة رفعة لأعضائها قائمة
على التطوير المهني لجميع
المعلمين و المعلمات ،

و ابتكار الأفكار الإبداعية
للتعليم العام، والإنتاج

الموثق لكل التعليم العام
الرياضيات و



إهداء

الحمد لله وكفى والصلاة والسلام على الحبيب المصطفى وأهله ومزوفى ..
الحمد لله الذي وفقنا لإنجاز هذه الخطوة في مسيرتنا العلمية والعملية فهي ثمرة
النجاح والجهد بفضل الله تعالى مهدها

إلى من أشواق إليه بكل جوارحي .. أبي الغالي الحبيب

إلى من قدّمت سعادتي وراحتي على سعادتها .. أمي الفاضلة الحبيبة

إلى أخواني وأخواتي .. إلى مديرتي الفاضلة ... إلى مشرفاتي العزيزات ..

إلى رفيقات المشوار .. إلى كل من كان له أثر على حياتي

جعل الله تعالى عملنا خالصا لوجهه الكريم وأتمنى أن ينال رضاكم واستحسانكم

الفصل السادس

القياس

” المساحة و الحجم ”











٦-١ مساحات الأشكال المركبة

الشكل المركب :

- يتكون من شكلين بسيطين أو أكثر .
- لإيجاد مساحة الشكل المركب ؛ نقسمه إلى أشكال يسهل إيجاد مساحتها ثم أوجد مجموع هذه المساحات .

قوانين المساحة :

الشكل	المساحة
متوازي الأضلاع 	مساحة متوازي الأضلاع هي نتج ضرب القاعدة في الارتفاع $م = ق \times ع$
المثلث 	مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع $م = \frac{1}{2} ق \times ع$
شبه المنحرف 	مساحة شبه المنحرف هي نصف ناتج ضرب الارتفاع في مجموع القاعدتين $م = \frac{1}{2} ع(ق١ + ق٢)$
الدائرة 	مساحة الدائرة هي ناتج ضرب ط في مربع نصف القطر $م = ط \times نو^٢$
المربع 	مساحة المربع هي ناتج ضرب طول الضلع في نفسه $م = (الضلع)^٢$
المستطيل 	مساحة المستطيل هي نتج ضرب الطول في العرض $م = ل \times ض$



٦-١ مساحات الأشكال المركبة

مثال ١ : أوجد مساحة كل شكل مركب مما يلي و قرب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك ؟؟

مساحة المربع = (الضلع)^٢

$$١٤٤ \text{ سم}^2 = (١٢)^2 = ١٢$$

مساحة المربع = ل × ض

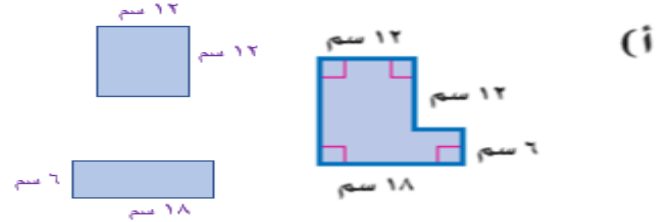
$$٢٠٨ \text{ سم}^2 = ٦ \times ١٨ = ٢٠$$

∴ مساحة الشكل المركب = مساحة المربع + مساحة المستطيل

$$٢٠ + ١٤٤ = ١٦٤$$

$$١٦٤ + ١٠٨ = ٢٧٢$$

$$\text{مساحة الشكل المركب} = ٢٧٢ \text{ سم}^2$$



مساحة نصف الدائرة = $\frac{1}{2} \pi r^2$

$$٠,٩ \text{ م}^2 = \frac{1}{2} \times ٣,١٤ \times (٠,٧٥)^2 =$$

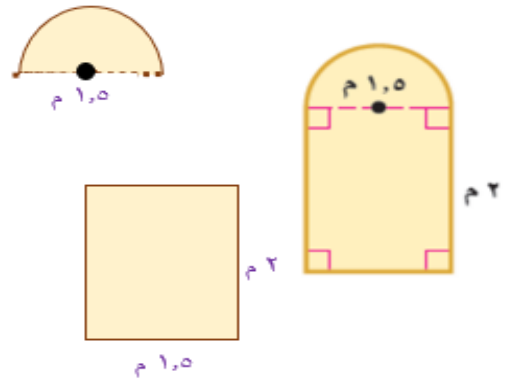
مساحة المستطيل = ل × ض

$$٣ \text{ م}^2 = ١,٥ \times ٢ =$$

∴ مساحة الشكل المركب = مساحة نصف الدائرة + مساحة المستطيل

$$٣ + ٠,٩ =$$

$$\text{مساحة الشكل المركب} = ٣,٩ \text{ م}^2$$





٦-١ مساحات الأشكال المركبة

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2} \times (ق١ + ق٢) \times ع$

مساحة المستطيل = $ل \times ض$

∴ مساحة الشكل المركب = مساحة شبه المنحرف + مساحة المستطيل

$325 + 157,5 = 482,5$ م^٢

مثال ٢ أجد مساحة المنطقة المظللة؟؟

مساحة المستطيل = $ل \times ض$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times ق \times ع$

∴ مساحة المنطقة المظللة = مساحة المستطيل - مساحة المثلث

$66 - 12 = 54$ سم^٢



٦-١ مساحات الأشكال المركبة

مساحة المثلث الكبير = $\frac{1}{2}$ ق ع

$$75 \text{ سم}^2 = 10 \times 15 \times \frac{1}{2} =$$

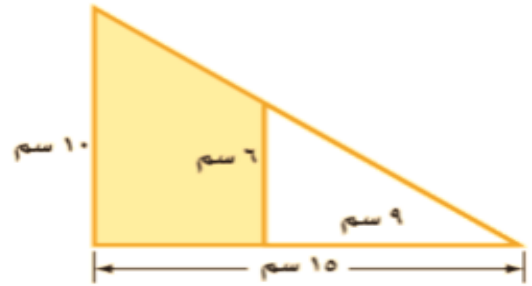
مساحة المثلث الصغير = $\frac{1}{2}$ ق ع

$$27 \text{ سم}^2 = 6 \times 9 \times \frac{1}{2} =$$

∴ مساحة المنطقة المظللة = مساحة المثلث الكبير - مساحة المثلث الصغير

$$27 - 75 =$$

$$= 48 \text{ سم}^2$$





٦ - ٢ استراتيجية حل المسألة
نحل مسألة أبسط

تمرين ٣ ص ١٩ -

أفهم

المعطيات : ثلاث نجارين يصنع كل واحد منهم ثلاثة كراسي في ثلاثة أيام .

المطلوب : كم كرسيًا يمكن لـ ٧ نجارين أن يصنعوا في ٣٠ يوم إذا عملوا بالمعدل نفسه .

أخطط : الحل بحل مسألة أبسط

أحل :

يصنع ٣ نجارين ٣ كراسي في ٣ أيام

∴ يصنع كل نجار كرسي واحد في اليوم

عدد الكراسي التي يصنعها ٧ نجارين في ٣٠ يوم

$$= 210 \text{ كراسي} = 30 \times 7 =$$

أتحقق : الإجابة معقولة



٦-٢ استراتيجية حل المسألة نحل مسألة أبسط

تمرين ٤ ص ١٩ -

١. أفهم

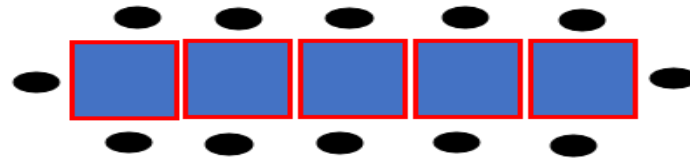
المعطيات : يوجد في مطعم مدرسة ١٥ طاولة مربعة الشكل تم وضعها متراصة جانبياً لتكون طاولة واحدة لحفلة صف ، طالب واحد فقط يمكنه أن يجلس على كل جانب من الطاولة المربعة .

المطلوب : كم عدد الطلاب الذين يمكنهم الجلوس حول الطاولة الطويلة ؟؟

٢. أخطئ : الحل بحل مسألة أبسط

٣. أحل :

نفرض لدينا ٥ طاولات



عدد الطلاب اللذين يمكنهم الجلوس على طاولة كبيرة مكونة من ٥ طاولات صغيرة مربعة = " $2 + 5 \times 2$ " = ١٢ شخص .

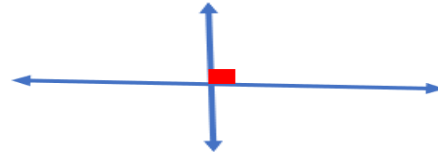
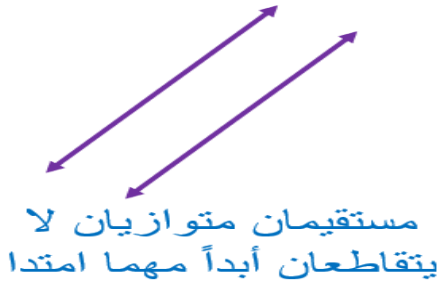
∴ عدد الطلاب اللذين يمكنهم الجلوس على طاولة كبيرة مكونة من ١٥ طاولات صغيرة مربعة = " $2 + 15 \times 2$ " = ٣٢ شخص .

٤. أتحقق : الإجابة معقولة

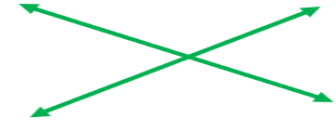


٦-٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد

أنواع المستقيمت في مستوى :



مستقيمان يتقاطعان في نقطة واحدة



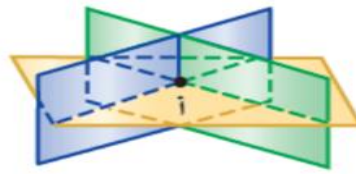
أنواع المستويات في الفضاء :

غير متقاطعة

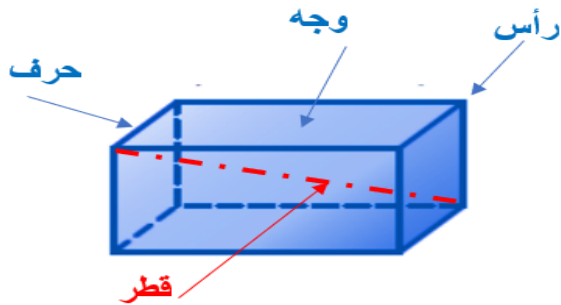
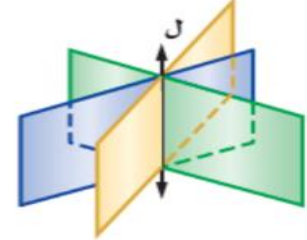


تسمى: مستويات متوازية

متقاطعة في نقطة



متقاطعة في مستقيم



المجسم :

ثلاثي الأبعاد مكون من مستويات متقاطعة و يُسمى " متعدد السطوح " و " مجسم "

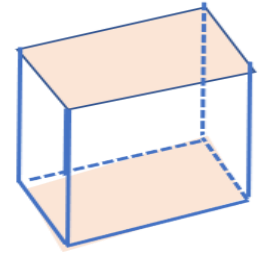
- الوجه : سطح مستوي .
- الحرف : المستقيم الناتج عن تقاطع مستويين .
- الرأس : نقطة تقاطع ثلاث مستويات أو أكثر .
- القطر : قطعة مستقيمة نهايتها رأسان غير متجاوران و لا يقعان على الوجه نفسه .
- المستقيمان المتخالفان : هما مستقيمان غير متقاطعان و غير متوازيان لا يقعان في المستوى نفسه .



٦-٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد

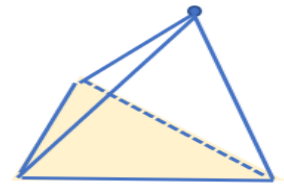
المنشور :

- هو مجسم له قاعدتان متوازيتان و متطابقتان ، جميع أوجهه مضلعة .
- يُسمى المنشور بحسب عدد أضلاع قاعدته .

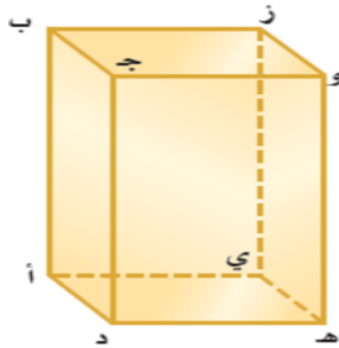


- هو مجسم له قاعدة واحدة مضلعة ، و أوجهه جميعها مثلثات .
- يُسمى الهرم بحسب عدد أضلاع قاعدته .

الهرم :



مثال ١ : استعمل الشكل المجاور لتحديد كلا مما يأتي ؟؟



(١) مستويان متوازيان

أ ب ج ، ز و هـ

(٢) مستقيمان متخالفان

و هـ ، ج ب

(٣) نقطتين تشكلان قطراً

ب ، هـ

(٤) مستويين متقاطعين

ز ي هـ ، ي هـ د

(٥) تقاطع المستويان أ ب ج ، و ز ج

ب ج

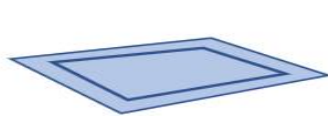


٦ - ٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد

مثال ٢ : حدد اسم المجسم ؟ و بين عدد الأوجه و شكلها ؟
ثم اذكر عدد أحرفه و رؤوسه ؟؟

عدد الرؤوس	عدد الحروف	شكل الأوجه	عدد الأوجه	اسمه	المجسم
٨	١٢	مستطيلات	٦	منشور رباعي	
٦	٩	القاعدتان مثلثة و الأسطح الجانبية مستطيلة	٥	منشور ثلاثي	
٥	٨	القاعدة رباعية و الأسطح الجانبية مثلثة	٥	هرم رباعي	

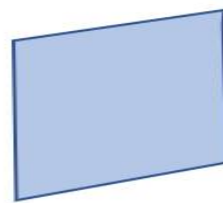
مثال ٣ : ارسم المنظر العلوي و الأمامي و الجانبي ؟؟



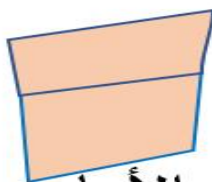
العلوي



الجانبي



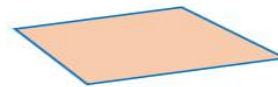
الأمامي



الأمامي



الجانبي



العلوي





٦ - ٤ حجم المنشور و الأسطوانة

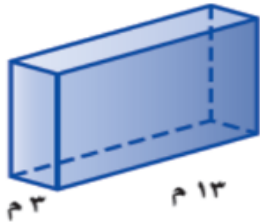
الحجم :

هو قياس الحيز الذي يشغله الجسم في الفضاء ،
يقاس الحجم بالوحدات المكعبة مثل السنتيمترات المكعبة (سم^٣) و
الأقدام المكعبة (قدم^٣) .

حجم المنشور :

حجم المنشور (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في
الارتفاع (ع) و نكتب $ح = م \times ع$

مثال ١ : أوجد حجم كل منشور مما يأتي؟؟



$$ح = م \times ع$$

حيث القاعدة مستطيلة

$$ح = ١٣ \times ٣ \times ٨,٥$$

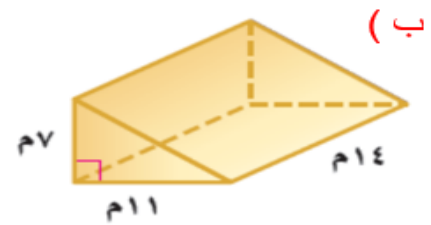
$$ح = ٣٣١,٥ م$$

$$ح = م \times ع$$

حيث القاعدة مثلثة

$$ح = ١١ \times ٧ \times ١٤ \times \frac{١}{٢}$$

$$ح = ٥٣٩ م$$





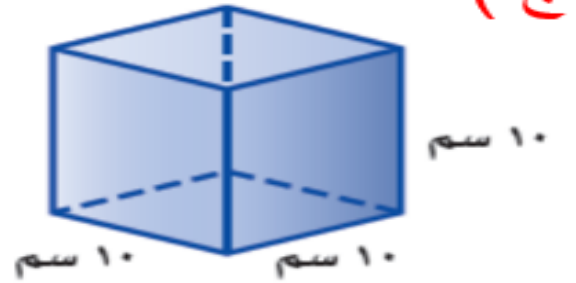
٦ - ٤ حجم المنشور و
الأسطوانة

$$ح = م \times ق$$

$$ح = (الضلع)^2 \times ع$$

$$ح = ١٠ \times ١٠ \times ٢$$

$$ح = ١٠٠٠ \text{ سم}^3$$



حجم الأسطوانة :

حجم الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة

(م) في الارتفاع (ع) و نكتب $ح = م \times ع$

أي أن $ع = ط \times ق$ حيث $م = ط \times ق$

الأسطوانة : مجسم له قاعدتان متطابقتان متوازيتان على شكل دائرة

مثال ٢ : أوجد حجم كل أسطوانة مما يلي ؟؟

(أ) نصف قطرها ٢ م و الارتفاع ٧ م

$$ع = ط \times ق$$

$$ع = ٧ \times ٢ \times \frac{٢}{٧}$$

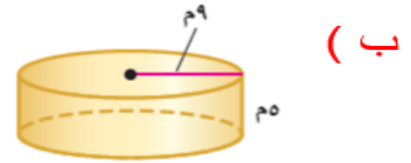
$$ع = ٨٨ \text{ م}^3$$



٦-٤ حجم المنشور و الأسطوانة

$$ع = ط \times ق \times ع$$

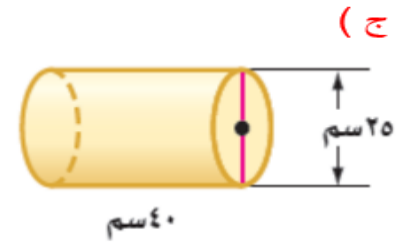
$$ع = ٣,١٤ \times ٩ \times ٥ = ١٢٧١,٧$$



$$ع = ط \times ق \times ع$$

$$ع = ٣,١٤ \times ١٢,٥ \times ٤٠ = ١٩٦٢٥$$

$$ع = ١٩٦٢٥ \text{ سم}^٣$$



مثال ٣ : أوجد حجم صندوق المجوهرات ؟؟

حجم نصف الأسطوانة : $\frac{1}{2} ط \times ق \times ع$

$$= \frac{1}{2} \times ٣,١٤ \times ٣,٥ \times ١٥ =$$

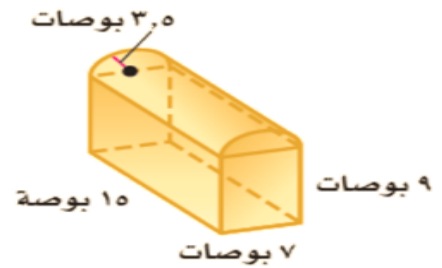
$$= ٢٨٨,٥ \text{ بوصة مكعبة}$$

حجم المنشور : $ح = م \times ع$

$$ح = ل \times ض \times ع$$

$$= ١٥ \times ٧ \times ٩ =$$

$$= ٩٤٥ \text{ بوصة مكعبة}$$



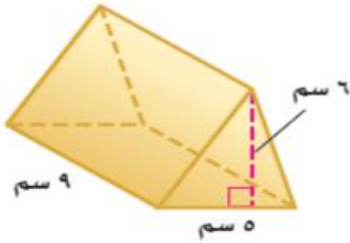
∴ حجم صندوق المجوهرات = حجم نصف الأسطوانة + حجم المنشور

$$= ٩٤٥ + ٢٨٨,٥ =$$

$$= ١٢٣٣,٥ \text{ بوصة مكعبة}$$



٦ - ٤ حجم المنشور و الأسطوانة



٣٢ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من زيد ولؤي حجم المنشور المجاور، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟



لؤي

$$\begin{aligned} 6 \times 6 &= 36 \\ 9 \times \left(6 \times 5 \times \frac{1}{2}\right) &= 36 \\ 36 &= 135 \text{ سم}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \times 6 &= 36 \\ 6 \times (5 \times 9) &= 36 \\ 36 &= 270 \text{ سم}^3 \end{aligned}$$



زيد

حل لؤي صحيح لأن المنشور في الرسم هو منشور ثلاثي قاعدته مثلثة .



٥-٦ حجم الهرم والمخروط

حجم الهرم :

- حجم الهرم يساوي ثلث حجم المنشور
- حجم الهرم (ح) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) و نكتب $ح = \frac{1}{3} م ع$
- ارتفاع الهرم أو المخروط هو البعد العمودي بين الرأس و القاعدة

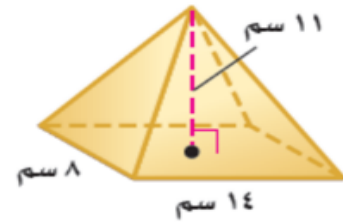
مثال ١ : اوجد حجم كل هرم مما يأتي مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟؟

(أ)

$$ح = \frac{1}{3} م ع$$

$$ح = \frac{1}{3} ل ض ع \quad \text{حيث القاعدة مستطيلة}$$

$$ح = \frac{1}{3} \times 14 \times 8 \times 11$$



$$ح = 410,7 \text{ سم}^3$$

(ب)

$$ح = \frac{1}{3} م ع$$

$$ح = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} ق ع \right) ع \quad \text{حيث القاعدة مثلثة}$$

$$ح = \frac{1}{3} \times 10 \times 3 \times 12$$



$$ح = 60 \text{ م}^3$$



٥ - ٦ حجم الهرم والمخروط

ج) ارتفاعه ١٧ م و قاعدته مربعة طول ضلعها ٢٢ م

$$ح = \frac{1}{3} م ع$$

حيث القاعدة مربعة $ح = \frac{1}{3} (الضلع)^2 ع$

$$ح = \frac{1}{3} \times 22^2 \times 17$$

$$ح = 2742,7 م^3$$

حجم المخروط :

- حجم المخروط ثلث حجم الأسطوانة
- حجم المخروط (ح) الذي نصف قاعدته (نوه) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع)

و نكتب $ح = ح = \frac{1}{3} م ع$ أي أن $ح = \frac{1}{3} ط نوه ع$

المخروط ثلاثي أبعاد له قاعدة دائرية و سطح منحنى يصل القاعدة بالرأس



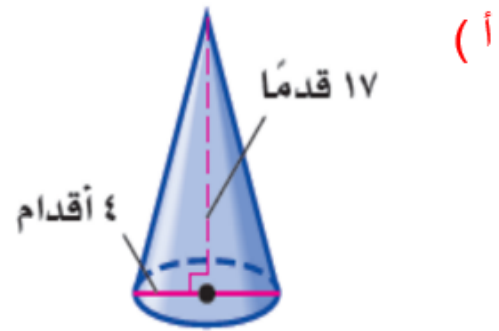
٥-٦ حجم الهرم والمخروط

مثال ٢ : أوجد حجم كل مخروط مما يأتي مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟؟

$$ح = \frac{1}{3} ط فوه٢ ع$$

$$ح = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 22 \times 17$$

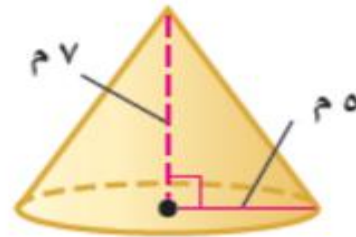
$$ح = 71,2 \text{ قدم مكعب}$$



$$ح = \frac{1}{3} ط فوه٢ ع$$

$$ح = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 25 \times 7$$

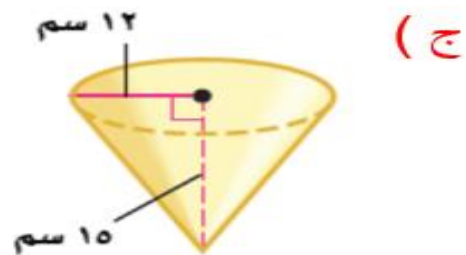
$$ح = 183,3 \text{ م}^3$$



$$ح = \frac{1}{3} ط فوه٢ ع$$

$$ح = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 11 \times 10$$

$$ح = 1226,8 \text{ سم}^3$$





٥-٦ حجم الهرم والمخروط

مثال ٣ : أوجد حجم المجسم ؟؟

حجم الأسطوانة = ط نقه^٢ ع

$$2 \times 25 \times 3,14 =$$

$$= 157 \text{ سم}^3$$

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ ط نقه^٢ ع

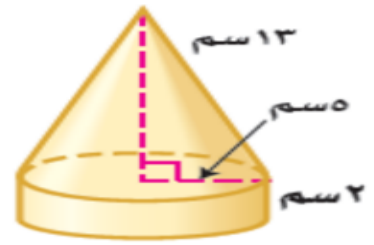
$$13 \times 25 \times 3,14 \times \frac{1}{3} =$$

$$= 340,2 \text{ سم}^3$$

∴ حجم المجسم = حجم الأسطوانة + حجم المخروط

$$340,2 + 157 =$$

$$= 497,2 \text{ سم}^3$$





٦-٦ مساحة سطح المنشور و الأسطوانة

الوجه الجانبي :

أي سطح مستوٍ و ليس القاعدة .

المساحة الجانبية للمجسم :

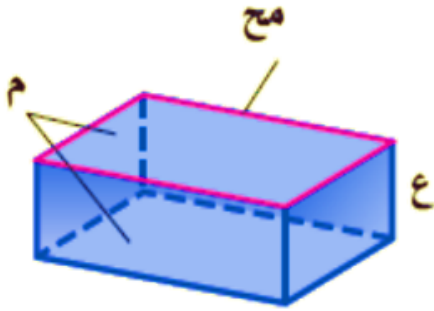
مجموع مساحات الأسطح الجانبية .

المساحة الكلية للمجسم :

مجموع مساحات جميع أوجهه .

محيط أي شكل = مجموع أطول أضلاعه

المساحة الجانبية للمنشور :



المساحة الجانبية (ج) لسطح

منشور يساوي ناتج ضرب محيط القاعدة

(مح) في الارتفاع (ع)

و نكتب **ج = مح ع**

المساحة الكلية للمنشور :

المساحة الكلية (ك) لسطح منشور هي مجموع المساحات

الجانبيّة و مساحة القاعدتين

و نكتب **ك = ج + ٢ م** أو **ك = مح + ٢ م**



٦-٦ مساحة سطح المنشور و الأسطوانة

مثال ١ : أوجد المساحة الجانبية و الكلية لسطح كل منشور؟؟

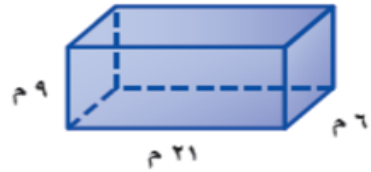
$$\text{ج} = \text{مح ع}$$

$$\text{ج} = 9 \times (21 + 6 + 21 + 6)$$

$$\text{ج} = 486 \text{ م}^2$$

$$\text{ك} = \text{ج} + 2 \text{ م}$$

$$\text{ك} = 486 + (21 \times 6) \times 2 = 738 \text{ م}^2$$



(أ)

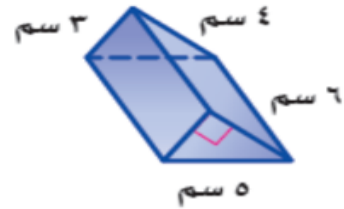
$$\text{ج} = \text{مح ع}$$

$$\text{ج} = 6 \times (5 + 4 + 3)$$

$$\text{ج} = 72 \text{ سم}^2$$

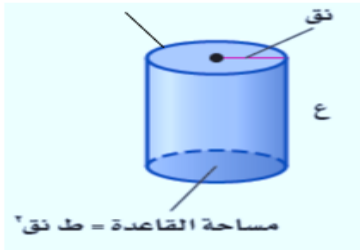
$$\text{ك} = \text{ج} + 2 \text{ م}$$

$$\text{ك} = 72 + (4 \times 3 \times \frac{1}{2}) \times 2 = 84 \text{ سم}^2$$



(ب)

محيط الدائرة = ٢ ط نق



المساحة الجانبية للأسطوانة :

المساحة الجانبية (ج) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) و نصف قطر قاعدتها (نق) هي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع) و نكتب $\text{ج} = \text{مح ع}$ أو

المساحة الكلية لسطح أسطوانة :

المساحة الكلية (ك) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) و نصف قطر قاعدتها (نق) هو مجموع المساحة الجانبية و مساحة القاعدتين

$$\text{ك} = 2 \text{ ط نق ع} + 2 \text{ ط نق}^2 \text{ أو } \text{ك} = \text{ج} + 2 \text{ ط نق}^2$$



٦-٦ مساحة سطح المنشور و الأسطوانة

مثال ٢ : أوجد المساحة الجانبية و الكلية لسطح كل أسطوانة؟

$$\text{ج} = ٢ \text{ ط نق ع}$$

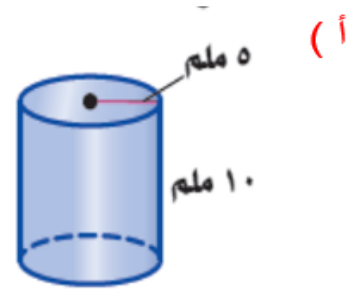
$$\text{ج} = ١٠ \times ٥ \times ٣,١٤ \times ٢ =$$

$$\text{ج} = ٣١٤ \text{ ملم}^٢$$

$$\text{ك} = ٢ \text{ ط نق ع} + ٢ \text{ ط نق}^٢$$

$$\text{ك} = ٣١٤ + ٢ \times ٣,١٤ \times ١٠ \times ١٠ =$$

$$\text{ك} = ٤٧١ \text{ ملم}^٢$$



$$\text{ج} = ٢ \text{ ط نق ع}$$

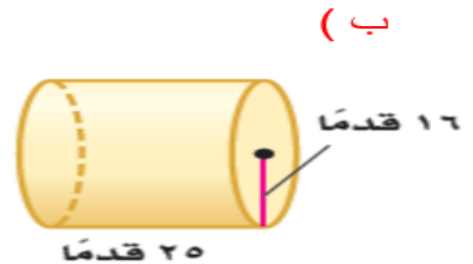
$$\text{ج} = ٢٥ \times ١٦ \times ٣,١٤ \times ٢ =$$

$$\text{ج} = ٢٥١٢ \text{ قدماً مربعة}$$

$$\text{ك} = ٢ \text{ ط نق ع} + ٢ \text{ ط نق}^٢$$

$$\text{ك} = ٢٥١٢ + ٢ \times ٣,١٤ \times ١٦ \times ١٦ =$$

$$\text{ك} = ٤١١٩,٧ \text{ قدماً}^٢$$



$$\text{ج} = ٢ \text{ ط نق ع}$$

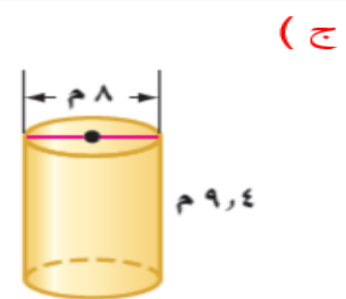
$$\text{ج} = ٩,٤ \times ٤ \times ٣,١٤ \times ٢ =$$

$$\text{ج} = ٢٣٦,١ \text{ م}^٢$$

$$\text{ك} = ٢ \text{ ط نق ع} + ٢ \text{ ط نق}^٢$$

$$\text{ك} = ٢٣٦,١ + ٢ \times ٣,١٤ \times ٤ \times ٤ =$$

$$\text{ك} = ٣٣٦,٦ \text{ م}^٢$$





٦-٦ مساحة سطح المنشور و الأسطوانة



١,٥ بوصة
٥ بوصات

٥ تغليف: تغلف بعض علب العصير الأسطوانية الشكل بورق كما في الشكل المجاور. أوجد مساحة ورقة تغليف علبة العصير.

مساحة ورقة تغليف علبة العصير = ج = ٢ ط نق ع

$$ج = ٢ \times ٣,١٤ \times ١,٥ \times ٥$$

$$ج = ٤٧,١ بوصة مربعة$$



١٢ بوصة

٤ بوصات
٧ بوصات



١٢ بوصة

١٥ تغليف: صُمم وعاءان من الكرتون لأحد أنواع الحبوب كما في الشكل المجاور، فإذا كان الحجمان متساويين تقريبا، فأَي الوعائين يحتاج إلى كمية أقل من الكرتون؟ فسّر إجابتك.

المساحة الكلية للأسطوانة = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق ٢

$$= ٢ \times ٣,١٤ \times ١٢ \times ٢ + ١٢ \times ٣ \times ٣,١٤ \times ٢$$

$$= ٢٢٦,١ + ٥٦,٥٢ = ٢٨٢,٦ بوصة مربعة$$

المساحة الكلية للمنشور = مح ع + ٢ م

$$= (٧ + ٤ + ٧ + ٤) \times ١٢ + ٢ \times (٧ \times ٤)$$

$$= ٢٦٤ + ٥٦ = ٣٢٠ بوصة مربعة$$

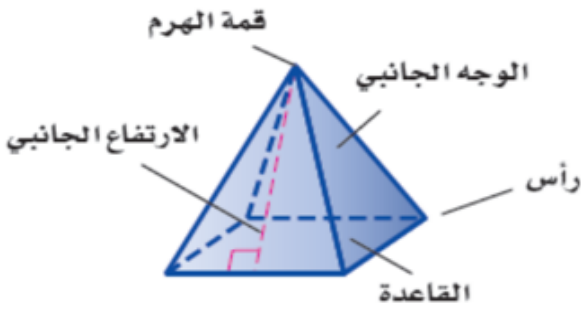
∴ الوعائي الأسطواني يحتاج إلى كمية أقل من الكرتون



٦ - ٧ مساحة سطح الهرم

الهرم المنتظم :

هرم قاعدته مضلع منتظم و أوجهه الجانبية مثلثات متطابقة الضلعين " الساقين "



❖ **الارتفاع الجانبي** : هو ارتفاع كل وجه جانبي

• تلتقي المثلثات عند أعلى الهرم في نقطة تُسمى **قمة الهرم**

المساحة الجانبية و الكلية لسطح الهرم :

• المساحة الجانبية (**ج**) لسطح الهرم المنتظم هي نصف محيط القاعدة (**مح**) مضروباً في الارتفاع الجانبي (**ل**)

$$\text{و نكتب } ج = \frac{1}{2} \text{ مح ل}$$

• المساحة الكلية (**ك**) لسطح الهرم المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية و مساحة القاعدة (**م**)

$$\text{و نكتب } ك = ج + م \text{ أو } ك = \frac{1}{2} \text{ مح ل} + م$$



٦-٧ مساحة سطح الهرم

مثال ١ : أوجد المساحة الجانبية و الكلية لسطح كل هرم منتظم ؟

القاعدة مربعة

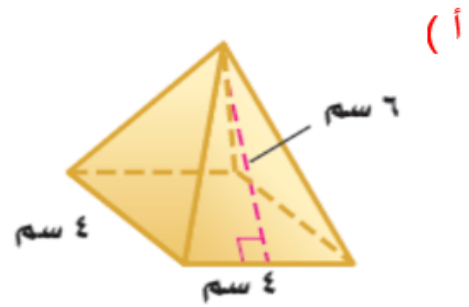
$$\text{ج} = \frac{1}{2} \text{مح ل}$$

$$\text{ج} = \frac{1}{2} \times (4 + 4 + 4 + 4) \times 6$$

$$\text{ج} = 48 \text{ سم}^2$$

$$\text{ك} = \text{ج} + \text{م}$$

$$\text{ك} = 48 + 16 = 64 \text{ سم}^2$$



القاعدة مثلث منتظم

$$\text{ج} = \frac{1}{2} \text{مح ل}$$

$$\text{ج} = \frac{1}{2} \times (6 + 6 + 6) \times 8,3$$

$$\text{ج} = 74,7 \text{ م}^2$$

$$\text{ك} = \text{ج} + \text{م}$$

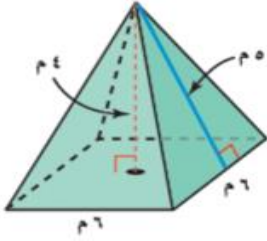
$$\text{ك} = 48 + (6 \times 6 \times \frac{1}{2}) = 90,3$$

$$\text{ك} = 90,3 \text{ م}^2$$





٦-٧ مساحة سطح الهرم

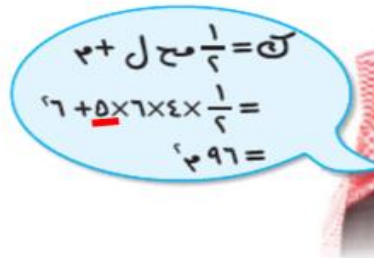


٢١ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من حمد ونواف المساحة الكلية للهرم المنتظم المجاور ، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟ فسّر تبريرك.



نواف

$$\begin{aligned} \text{كل} &= \frac{1}{6} \text{مح ل} + ٢ \\ &= \frac{1}{6} \times ٦ \times ٦ + ٢ \\ &= ١٤ + ٢ \\ &= ١٦ \end{aligned}$$



حمد

$$\begin{aligned} \text{كل} &= \frac{1}{6} \text{مح ل} + ٢ \\ &= \frac{1}{6} \times ٦ \times ٤ + ٢ \\ &= ٤ + ٢ \\ &= ٦ \end{aligned}$$

حل حمد صحيح ؛ لأن نواف استخدم الارتفاع بدلاً من الارتفاع الجانبي .

الفصل الثاني

الجبر

” المعادلات والمتباينات ”





٧ - ١ تبسيط العبارات الجبرية

العبارات المتكافئة : هما عبارتان جبريتان متساويتان و لهما نفس المتغير " الرمز "

الحد : جزء من العبارة الجبرية يتكون من عدد مضروب في متغير " رمز "

المعامل العددي : العدد المضروب في المتغير

الحد الثابت : الحد الذي لا يحوي أي متغير

الحدود المتشابهة : الحدود التي تحوي نفس المتغيرات بالقوى و الأسس نفسها

تبسيط العبارة : تكون العبارة الجبرية في أبسط صورة إذا لم تتضمن حدوداً متشابهة أو أقواساً ، و يمكن استخدام خاصية التوزيع لتجميع الحدود المتشابهة .

مثال ١ : استخدم خاصية التوزيع في إعادة كتابة كل عبارة مما يأتي؟

أ (٣ص - ١٠)	ب (٧ - و - ٤)	ج (٩ - ن) (٢ - ن) (٩ - ن)	د (٧ + ن) ٢
= ٣ص - ١٠	= ٧ - و + ٢٨	= ٩ - ن + ١٨	= ١٤ + ن ٢



٧ - ١ تبسيط العبارات الجبرية

مثال ٢ : عين الحدود و الحدود المتشابهة و المعاملات و الثوابت في كلاً من العبارات التالية؟؟

الثوابت	المعاملات	الحدود المتشابهة	الحدود	العبرة
٧+،٤-	١١-،٩	٩ص،-١١ص ٧+،٤- و	٤-،٩ص ٧+،١١ص،	٧+ص١١-٤-٩ص
٣-	١+،٢-،٥	٥ن،-٢ن،	٢ن،-٥ن ٣+،-٥ن	٥ن-٢ن-٣+ن
٢	٩ ، ٣	أ٩،أ٣	أ٩،أ٣،٢	أ٩+أ٣+٢
١ ، ٧	٥-	١ ، ٧	١،٥س،٧	١+٥س-٧

مثال ٣ : بسط كل عبارة مما يأتي

$$أ) \quad ٥ن + ١ن = ٦ن$$

$$ب) \quad ٢م - ١ + ٣ = ٨م - ٢ = (١ + ٣) + م(٨ - ٢) = ٦م - ٢$$

$$ج) \quad ٢ + ٣د + ٢ = د(١ + ٣) + ٢ = ٤د + ٢$$

$$د) \quad ٥ = ٥ + ٠ = ٥ + ٠(٧ - ٧) = ٧ن - ٥ + ٧ن$$

$$هـ) \quad ٦ + ٤د - = (٢ - ٨ +) + د(١ - ٣) = ٢ - د - ٨ + ٣د$$

$$و) \quad ٤ + ٥ي - ٦ي + ٤ = ٤ + ٠ي + ٤ = ٤ + ٠(١ + ٦ - ٥) + ٤ = ٤$$



٧ - ١ تبسيط العبارات الجبرية

٦٠ **اكتشف المختلف:** عيّن العبارة التي لا تكافئ العبارات الثلاث الأخرى. ووضح إجابتك.

$$٤س - ٢$$

$$٤س - ٢$$

$$٧ + ٤س - ٩$$

$$٧ + ٤س - ٩$$

$$= ٤س + (٧ - ٩)$$

$$= ٤س - ٢$$

$$٤(س - ٢)$$

$$٤(س - ٢)$$

$$= ٤س - ٨$$

$$س - ٢ + ٣س$$

$$س - ٢ + ٣س$$

$$= (٣ + ١)س - ٢$$

$$= ٤س - ٢$$

∴ العبارة الثانية لا تكافئ العبارات الثلاث الأخرى



٧-٢ حل معادلات ذات خطوتين

المعادلات ذات الخطوتين :

- هي معادلات تحتوي على عمليتين ، و لحل هذه المعادلات حُل كل عملية بالترتيب **المعكس** .
- يمكن حل المعادلات ذات الخطوتين بالطريقة **الرأسية** أو الطريقة **الأفقية** .

مثال ١ : حل المعادلات التالية :

$$أ) \quad 20 = 2 + 3س$$

بطريقة أفقية

$$20 = 2 + 3س$$

$$2 - 20 = \cancel{2} - \cancel{2} + 3س$$

$$\frac{18}{3} = \frac{3س}{3}$$

$$6 = س$$

بطريقة رأسية

$$20 = 2 + 3س$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 2 \\ \hline 18 = 3س \\ \frac{18}{3} = \frac{3س}{3} \\ 6 = س \end{array}$$



٧-٢ حل معادلات ذات
خطوتين

$$(ج) \quad 3 = 4 - \frac{x}{2}$$

$$4 + 3 = \cancel{4} + \cancel{4} - \frac{x}{2}$$

$$7 = \frac{x}{2}$$

$$(2-) \times 7 = \frac{x}{2} \times (2-)$$

$$14 = x$$

$$\text{التحقق: } 3 = 4 - \frac{x}{2}$$

$$3 = 4 - \frac{14}{2}$$

$$3 = 4 - 7$$

$$3 = 3$$

$$\therefore \{14\} = \text{ح.م.}$$

$$(هـ) \quad p - 13 + p2 = 10$$

$$13 + p = 10$$

$$\cancel{13} - \cancel{13} + p = 13 - 10$$

$$p = 3-$$

$$\text{التحقق: } p - 13 + p2 = 10$$

$$(3-)-13+(3-)2 = 10$$

$$3+13+6 = 10$$

$$16+6 = 10$$

$$10 = 10$$

$$\therefore \{3-\} = \text{ح.م.}$$

$$(ب) \quad 29 = 5 + 6س$$

$$5 - 29 = \cancel{5} - \cancel{5} + 6س$$

$$24 = 6س$$

$$\frac{24}{6} = \frac{6س}{6}$$

$$4 = س$$

$$\text{التحقق: } 29 = 5 + 6س$$

$$29 = 5 + 4 \times 6$$

$$29 = 5 + 24$$

$$29 = 29$$

$$\therefore \{4\} = \text{ح.م.}$$

$$(د) \quad 45 = 5س + 4س$$

$$45 = 5س$$

$$\frac{45}{5} = \frac{5س}{5}$$

$$9 = س$$

$$\text{التحقق: } 45 = 5س + 4س$$

$$45 = 9 \times 5 + 9$$

$$45 = 45 + 9$$

$$45 = 45$$

$$\therefore \{9\} = \text{ح.م.}$$



٧-٢ حل معادلات ذات
خطوتين

ز) $3 - 30 = 3 - 8س$
 $3 - 30 = 3 - 8س$
 $32 = 8س$
 $\frac{32}{8} = \frac{8س}{8}$
 $4 = س$
 التحقق: $30 = 3 - 8س$
 $30 = (4-) \times 8 - 3$
 $30 = 32 + 3$
 $30 = 30$
 $\{4-\} = ح. م. \therefore$

و) $4 + \frac{م}{3} = 13$
 $\cancel{4-4} + \frac{م}{3} = 4 - 13$
 $\frac{م}{3} = 9$
 $\cancel{\frac{م}{3} \times 3} = 9 \times 3$
 $م = 27$
 التحقق: $4 + \frac{م}{3} = 13$
 $4 + \frac{27}{3} = 13$
 $4 + 9 = 13$
 $13 = 13$
 $\{27\} = ح. م. \therefore$

ح) $16 = 6ك - 10ك$
 $16 = 4ك -$
 $\frac{16}{4} = \frac{4ك-}{4-}$
 $4 = ك$
 التحقق: $16 = 6ك - 10ك$
 $16 = (4-) \times 10 - (4-) \times 6$
 $16 = 40 + 24 -$
 $16 = 16$
 $\{4-\} = ح. م. \therefore$



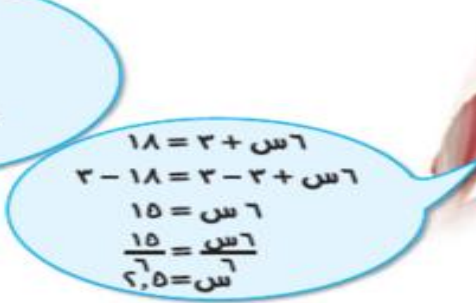
٧-٢ حل معادلات ذات خطوتين

٣٠ **اكتشف الخطأ:** حلّ كلّ من مهند وإياد المعادلة $6س + 3 = 18$ على النحو الآتي، فأيهما على صواب؟ وضح إجابتك.



إياد

$$\begin{aligned} 18 &= 3 + 6س \\ \frac{18}{6} &= \frac{3 + 6س}{6} \\ 3 &= 3 + س \\ 3 - 3 &= 3 - 3 + س \\ 0 &= س \end{aligned}$$



مهند

$$\begin{aligned} 18 &= 3 + 6س \\ 3 - 18 &= 3 - 3 + 6س \\ 15 &= 6س \\ \frac{15}{6} &= \frac{6س}{6} \\ 2,5 &= س \end{aligned}$$

حل مهند صحيح ؛ لأن إياد قسم بعض الحدود على 6 و المفروض أن يقسم كل الحدود على 6 ، و كان عليه أن يتخلص من (3 +) أولاً .



٧ - ٣ كتابة معادلتين ذات
خطوتين

كتابة المعادلة ذات الخطوتين :

تحويل جمل إلى معادلات جبرية تُحل بخطوتين .

ملاحظات هامة :

• لاحظ الجدول التالي :

الجمل الدالة على العملية								العملية	
ثم	و	ربح	أكبر من	أكبر بمقدار	مجموع	يزيد	زاد	مضاف إليه	الجمع +
		خسارة	أقل من	قل بمقدار	طرح	ينقص	نقص	مطروحا منه	الطرح -
				أربعة أضعاف	ثلاثة أمثال	مضروبا في	ضعف عدد	مثلي عدد	الضرب x
				ثلث	ربع	جزء	نصف	مقسوماً على	القسمة ÷
						يساوي	نحصل على	يكون الناتج	يساوي =

• يمكن اختيار أي رمز لعدد المجهول كتل **س** أو **ص** أو **ن** أو ...

مثال ١ : حول كل جملة مما يأتي إلى معادلة جبرية ؟؟

المعادلة	الجملة
$٢٣ - = ٨ - ن$	١ (أقل من ثلاثة أمثال عدد بمقدار ثمانية يساوي (- ٢٣)
$١٥ = ٦ + ٣ س$	٢ (العدد ١٥ يزيد بمقدار ٣ على ستة أمثال عدد
$٣ = ١٠ - ٥ ÷ ل$ $٣ = ١٠ - \frac{ل}{٥}$	٣ (ناتج قسمة عدد على خمسة مطروحا منه عشرة يساوي ٣



٧ - ٣ كتابة معادلتين ذات خطوتين

مثال ٢ : اكتب معادلة لكل مسألة و حلها ؟؟

أ) اشتريت مجلة و ثلاثة كتب متساوية الثمن و دفعت ١٥٧ ريالاً ثمناً لها جميعاً ، و كان ثمن المجلة وحدها ٧ ريالات فما ثمن الكتاب الواحد؟

• نفرض ثمن الكتاب الواحد = ك

• ثمن المجلة + ثمن ٣ كتب = ١٥٧

" كونا معادلة "

$$١٥٧ = ٣ ك + ٧$$

$$٧ - ١٥٧ = ٧ - ٣ ك + ٧$$

$$١٥٠ = ٣ ك$$

$$\frac{١٥٠}{٣} = \frac{٣ ك}{٣}$$

$$٥٠ = ك$$

" حللنا المعادلة "

• ∴ ثمن الكتاب الواحد = ٥٠ ريالاً

التحقق :

ثمن المجلة + ثمن ٣ كتب = ١٥٧

$$١٥٧ = ٥٠ \times ٣ + ٧$$

$$١٥٧ = ١٥٠ + ٧$$

$$١٥٧ = ١٥٧$$



٧ - ٣ كتابة معادلتين ذات خطوتين

ب) اشترى علاء حقيبة و آلة حاسبة بمبلغ ١٢١ ريال ، فإذا كان المبلغ الذي دفعه للحقيبة يزيد بمقدار ٤٥ ريالاً من ثمن الحاسبة ، فما ثمن الحاسبة ؟

- نفرض ثمن الحاسبة = س
- فيكون ثمن الحقيبة = س + ٤٥
- ثمن الحاسبة + ثمن الحقيبة = ١٢١ ريال

$$س + (س + ٤٥) = ١٢١$$

$$١٢١ = ٤٥ + ٢س$$

التحقق :

ثمن الآلة الحاسبة + ثمن الحقيبة = ١٢١

$$١٢١ = ٨٣ + ٣٨$$

$$١٢١ = ١٢١$$

$$٢س + ٤٥ - ٤٥ = ١٢١ - ٤٥$$

$$٢س = ٧٦$$

$$\frac{٧٦}{٢} = \frac{٢س}{٢}$$

$$٣٨ = س$$

∴ ثمن الآلة الحاسبة = س = ٣٨ ريالاً

و ثمن الحقيبة = س + ٤٥ = ٣٨ + ٤٥ = ٨٣ ريالاً



٧ - ٣ كتابة معادلتين ذات خطوتين

٢٢ **مسألة مفتوحة:** العدد الذي يجعل الجملة: « يقل العدد ١٢ عن أربعة أمثال عدد بمقدار ٨ » جملة صحيحة هو ٥، اكتب جملةً أخرى يكون العدد المجهول فيها هو ٥

- تكون المعادلة $٤ \text{ ص} - ١٢ = ٨$
- نعوض عن ص ب ٥ $٤ \times ٥ - ١٢ = ٨$
- $٢٠ - ١٢ = ٨$
- $\sqrt{\sqrt{}} \quad ٨ = ٨$

• ∴ الجملة صحيحة

❖ جملة أخرى يكون العدد المجهول فيها هو ٥
" ٦ أمثال عدد مضافاً إليه ٥ نحصل على ٣٥ "



٧-٣ كتابة معادلتين ذات خطوتين

٣٣ **تحلّه:** إذا كان مجموع أعمار ثلاثة أشقاء ٢٧ سنة، وكان عمر أكبرهم مثلي عمر الأصغر، وعمر الأوسط يزيد على عمر الأصغر بمقدار ٣ سنوات. فاكتب معادلة لإيجاد أعمار هؤلاء الأشقاء، ثم حلّها.

❖ نفرض عمر الأصغر = x ، فيكون عمر أكبرهم = $2x$
 ، و يكون عمر الأوسط = $x + 3$
 ❖ نكون المعادلة :

$$2x = x + (x + 3) + 3$$

$$2x = x + 3 + 3$$

$$2x - 2x = x + 3 + 3 - 2x$$

$$0 = x + 6 - 2x$$

$$\frac{0}{4} = \frac{x + 6}{4}$$

$$0 = x + 6$$

∴ عمر الأصغر = $x = 6$ سنوات

و عمر الأوسط = $x + 3 = 6 + 3 = 9$ سنوات

و عمر الأكبر = $2x = 2 \times 6 = 12$ سنة .

التحقق :

مجموع أعمار الأشقاء = ٢٧ سنة

$$27 = 6 + 9 + 12$$

$$27 = 27$$



٧ - ٤ حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

المعادلات ذات المتغيرات في طرفيها :

نستخدم خاصية الجمع أو الطرح على المساواة لكتابة معادلة مكافئة بمتغيرات في طرف واحد ثم نحلها .

مثال ١ : حل كل معادلة مما يأتي ثم تحقق من صحة الحل ؟

$$\begin{aligned} \text{ب) } m - m &= 18 - m \\ m - m &= 18 - m \\ m &= 18 - m \\ \frac{m}{2} &= \frac{18 - m}{2} \\ m &= 9 - \end{aligned}$$

التحقق : $m - m = 18 - m$

$$\begin{aligned} (9 -) \times 2 &= 18 - 9 \times 2 \\ 18 - &= 18 - 18 \\ \{ 9 - \} &= \text{ح. م.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أ) } 21 + 15 &= 18 \\ 21 + 15 - 15 &= 18 - 15 \\ 21 &= 3 \\ \frac{21}{3} &= \frac{3}{3} \\ 7 &= 1 \end{aligned}$$

التحقق : $21 + 15 = 18$

$$\begin{aligned} 21 + 7 \times 5 &= 7 \times 18 \\ 21 + 35 &= 126 \\ 56 &= 126 \\ \{ 7 \} &= \text{ح. م.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د) } 1 - b + 5 &= 2 + b \\ 1 - b + 5 - 5 &= 2 + b - 5 \\ 1 - b &= 2 + b - 5 \\ 1 - b - 1 &= 2 + b - 5 - 1 \\ -b &= 2 + b - 6 \\ -b - b &= 2 + b - 6 - b \\ -2b &= -4 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

التحقق : $1 - b + 5 = 2 + b$

$$\begin{aligned} 1 - (2 -) + 5 &= 2 + (2 -) \\ 1 - 12 - &= 2 + 10 - \\ 13 - &= 13 - \\ \{ 2 - \} &= \text{ح. م.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } 17 + 6y - 3 &= 8 - y \\ 17 + 6y - 3 - 3 &= 8 - y - 3 \\ 17 + 6y &= 5 - y \\ 17 + 6y + y &= 5 - y + y \\ 17 + 7y &= 5 \\ 17 + 7y - 17 &= 5 - 17 \\ 7y &= -12 \\ \frac{7y}{7} &= \frac{-12}{7} \\ y &= -\frac{12}{7} \end{aligned}$$

التحقق : $17 + 6y - 3 = 8 - y$

$$\begin{aligned} 17 + 10 \times 6 - 3 &= 8 - 10 \times 8 \\ 17 + 60 - 3 &= 8 - 80 \\ 74 &= -72 \\ \{ 10 \} &= \text{ح. م.} \end{aligned}$$



٧ - ٤ حل معادلات تتضمن
متغيرات في طرفيها

$$\begin{aligned} \text{هـ) } 3 - 10b &= 2b - 9 \\ 3 - 10b - 2b &= 2b - 9 - 2b \\ 3 - 12b &= -9 \\ 3 - 9 &= -9 + 12b \\ -6 &= 12b - 9 \\ -6 + 9 &= 12b - 9 + 9 \\ 3 &= 12b \\ \frac{3}{12} &= \frac{12b}{12} \\ \mathbf{b = 1} \\ \text{التحقق : } 3 - 10b &= 2b - 9 \\ 3 - 1 \times 10 &= 1 \times 2 - 9 \\ 3 - 10 &= 2 - 9 \\ -7 &= -7 \\ \therefore \text{م. ح. } &= \{1\} \end{aligned}$$



٧-٥ استراتيجية حل المسألة
بالخمين و التحقق

تمرين ٣ ص ٨٠ -

ناتج مربع عدد يساوي ٥٧٦ ، فما العدد ؟؟

العدد	مربع العدد	التحقق
٢٠	$220 = 20 \times 20 = 400$	أقل من ٥٧٦
٢٦	$226 = 26 \times 26 = 676$	أكبر من ٥٧٦
٢٥	$225 = 25 \times 25 = 625$	أكبر من ٥٧٦
٢٤	$224 = 24 \times 24 = 576$	صحيح

∴ العدد الذي مربعه ٥٧٦ هو ٢٤

تسوّق: اشترت مها هدايا لثمانٍ من بنات إخوانها، فإذا اشترت خواتم بسعر ٦ ريالاً للخاتم الواحد، ودمى بسعر ٧ ريالاً للدمية الواحدة، وأنفقت ٥٣ ريالاً، فما عدد الهدايا التي اشترتها من كل نوع؟

عدد الهدايا	التحقق	دمية (٧ ريال)	خاتم (٦ ريال)
٨	$53 < 54 = 42 + 12 = 7 \times 6 + 6 \times 2$	٦	٢
٨	$53 > 52 = 28 + 24 = 7 \times 4 + 6 \times 4$	٤	٤
٨	$53 = 53 = 35 + 18 = 7 \times 5 + 6 \times 3$	٥	٣

∴ اشترت مها ٣ خواتم و ٥ دمي بمبلغ ٥٣ ريال .



٧ - ٦ المتباينات

المتباينة :

- جملة رياضية تشمل أحد الرمزين أكبر " $<$ " أو أصغر من " $>$ ".
- تُستخدم للمقارنة بين متغير و عدد لوصف مدى من القيم .
- يُستعمل الرمز " \leq " ليجمع بين الاشارتين $<$ و $=$ و يقرأ " أكبر من أو يساوي " .
- يُستعمل الرمز " \geq " ليجمع بين الاشارتين $>$ و $=$ و يقرأ " أصغر من أو يساوي " .

بعض الألفاظ المستخدمة في صياغة المتباينات :

الرمز	$>$	$<$	\geq	\leq
الكلمات	أصغر من	أكبر من	أصغر من أو يساوي	أكبر من أو يساوي
	أقل من	أكثر من	أقل من أو يساوي	أكثر من أو يساوي
			على الأكثر	على الأقل

مثال ١ : اكتب متباينة لكل جملة مما يأتي؟؟

المتباينة	الجملة
$س \leq ١٥$	أ) يجب أن يكون عمرك ١٥ سنة أو أكبر حتى يحق لك إصدار الهوية الوطنية .
$ل \geq ٦٠$	ب) يتسع خزان الوقود لـ ٦٠ لتراً على الأكثر .
$ع > ١٢٠$	ج) يجب ألا تتجاوز سرعة سيارتك ١٢٠ كلم/ساعة.
$خ \leq ١٢$	د) يمكنك التبرع بالدم إذا كان خُصاب الدم لديك ١٢ وحدة على الأقل .



٧-٦ المتباينات

مثال ٢ : بيني إذا كانت كل متباينة مما يأتي صحيحة أو خاطئة عند القيم المعطاة ؟

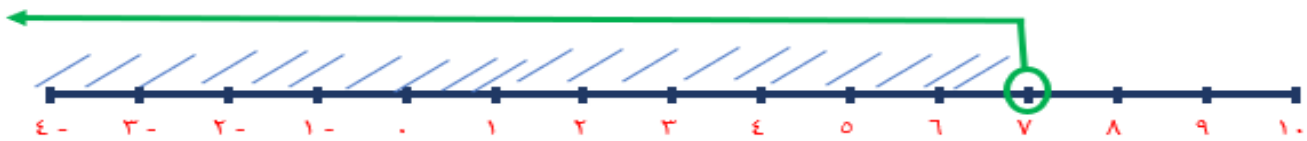
<p>(ج) $٨ = أ ، ٤٢ \leq ٦ \times أ$ $٨ \times ٦ \leq ٤٢$ $٤٨ \leq ٤٢$ ∴ المتباينة غير صحيحة عند $أ = ٨$</p>	<p>(ب) $٨ = ب ، ٢٤ \leq ٣ \times ب$ $٢٤ \leq ٨ \times ٣$ $٢٤ \leq ٢٤$ ∴ المتباينة غير صحيحة عند $ب = ٨$</p>	<p>(أ) $١٨ = ن ، ١٥ > ٦ - ن$ $١٥ > ٦ - ١٨$ $١٥ > ١٢$ ∴ المتباينة صحيحة عند $ن = ١٨$</p>
--	--	---

مثال ٣ : مثلي بيانياً كل من المتباينات التالية على خط الأعداد ؟؟

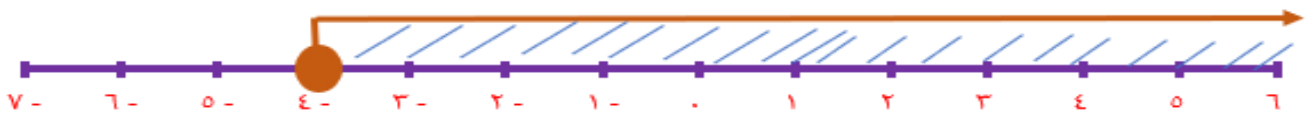
(أ) $٢ < س$



(ب) $٧ > أ$



(ج) $٤ \leq س$



(د) $٢ \geq س$





٧-٦ المتباينات

٣٣ **اكتشف الخطأ:** كتب كل من ياسر وعزام المتباينة التي تعبر عن الجملة "ساعتان على الأقل لحل الواجبات"، فأيهما على صواب؟ وضح إجابتك.



عزام

$$n \leq 2$$



ياسر

$$n \geq 2$$

حل عزام صحيح ؛ لأن ساعتان على الأقل تعني ساعتين أو أكثر



٧ - ٧ حل المتباينات

حل المتباينة :

إيجاد قيم المتغير التي تجعل المتباينة صحيحة .

خصائص المتباينات :

إذا كان $a < b$ فإن

العملية	الخصائص
الجمع	$a + b < a + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية " لا تتغير إشارة التباين عند جمع أي عدد لطرفي المتباينة "
الطرح	$a - b < a - c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية " لا تتغير إشارة التباين عند طرح أي عدد من طرفي المتباينة "
الضرب	$a \times b < a \times c$ حيث $a > 0$ " عدد موجب " " لا تتغير إشارة التباين عند ضرب طرفي المتباينة في عدد موجب "
	$a \times b > a \times c$ حيث $a < 0$ " عدد سالب " " تتغير إشارة التباين عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب "
القسمة	$a \div b < a \div c$ حيث $a > 0$ " عدد موجب " " لا تتغير إشارة التباين عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب "
	$a \div b > a \div c$ حيث $a < 0$ " عدد سالب " " تتغير إشارة التباين عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب "



٧-٧ حل المتباينات

مثال ١ : حل المتباينات الآتية ثم تحقق من صحة الحل ؟؟

<p>(ج) $\frac{16}{4} > 4$</p> <p>$4 \times \frac{16}{4} > 4 \times 4$</p> <p>$16 > 16$</p> <p>التحقق : نختار عدد أقل من ١٦ و نعوض في المتباينة</p> <p>$\frac{16}{4} > 4$</p> <p>$\frac{16}{4} > \frac{16}{4}$</p> <p>$\sqrt{\sqrt{16}} > 16,5$</p> <p>∴ ح.م. = {ن: ن > ١٦}</p>	<p>(ب) $45 \leq 3 \times 15$</p> <p>$\frac{45}{3} \leq \frac{15 \times 3}{3}$</p> <p>$15 \leq 15$</p> <p>التحقق : نختار عدد أكبر من أو يساوي ١٥ و نعوض في المتباينة</p> <p>$45 \leq 3 \times 15$</p> <p>$45 \leq 15 \times 3$</p> <p>$\sqrt{\sqrt{45}} \leq 48$</p> <p>∴ ح.م. = {أ: أ ≤ ١٥}</p>	<p>(أ) $12 < 3 + 9$</p> <p>$3 - 12 < 3 - 3 + 9$</p> <p>$9 < 9$</p> <p>التحقق : نختار عدد أكبر من ٩ و نعوض في المتباينة</p> <p>$12 < 3 + 10$</p> <p>$\sqrt{\sqrt{12}} < 13$</p> <p>∴ ح.م. = {ت: ت < ٩}</p>
---	---	--

مثال ٢ : حل المتباينات التالية و مثلها على خط الأعداد ؟؟

<p>(أ) $14 > \frac{98}{7}$</p> <p>$(7-) \times 14 < \frac{98}{7} \times 7-$</p> <p>$98 > 98$</p> <p>∴ ح.م. = {ج: ج < ٩٨}</p>	<p>(ب) $30 \leq 50 - 20$</p> <p>$\frac{30}{0-} \geq \frac{50-}{0-}$</p> <p>$7 \geq 7$</p> <p>∴ ح.م. = {د: د ≥ ٦}</p>
---	---



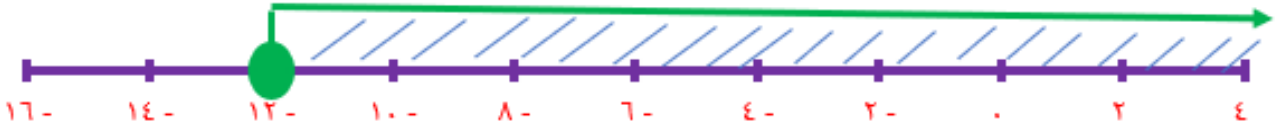
٧-٧ حل المتباينات

$$(ج) ١٠ + ن \leq ٢$$

$$١٠ + ن - ١٠ \leq ٢ - ١٠$$

$$ن \leq ١٢$$

$$م. ح = \{ن : ن \leq ١٢\}$$



٣٩ اكتشاف الخطأ: حلّت كلٌّ من أسماء وسمية المتباينة أدناه، فأيهما على

صواب؟ اشرح.

لسمية

$$٧س \geq ٤٩$$

$$\frac{٧س}{٧} \geq \frac{٤٩}{٧}$$

$$س \geq ٧$$

ألساء

$$٧س \geq ٤٩$$

$$\frac{٧س}{٧} \leq \frac{٤٩}{٧}$$

$$س \leq ٧$$

حل سمية صحيح؛ لأن أسماء غيرت إشارة المتباينة عند القسمة على

عدد موجب.

الفصل الثامن

الجبر

”الدوال الخطية“





٨ - ١ المتتابعات

المتتابعة :

مجموعة مرتبة من الأعداد ، يُسمى كل عدد فيها حداً .

المتتابعة الحسابية :

- هي متتابعة يكون الفرق بين أي حدين متتالين ثابتاً .
- و يُسمى الفرق بين أي حدين متتاليان أساس المتتابعة .
- لإيجاد العدد التالي في المتتابعة الحسابية أضف أساس المتتابعة إلى الحد الأخير .
- الحد النوني حد يصف المتتابعة الحسابية بكتابة عبارة جبرية تربط قيمة الحد برقمه .

مثال ١ : بين إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا ؟ و إذا كانت كذلك فأوجد أساسها ؟؟ و الحدود الثلاثة التالية ؟؟

(أ) ٢ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٨ ، ...

$$٤ = ٢ - ٦ ، ٤ = ٦ - ١٠ ، ٤ = ١٠ - ١٤ ، ٤ = ١٤ - ١٨$$

∴ الفرق بين حدين متتالين ثابت

∴ المتتابعة حسابية أساسها (٤ +)

الحدود الثلاثة التالية : ٢٢ ، ٢٦ ، ٣٠ ، ...



٨ - ١ المتتابعات

(ب) ١١ ، ٤ ، ٢- ، ٧- ، ١١- ، ...

$$١١-٤ = ٧- ، ٧-٢ = ٤-٢ = ٢-$$

∴ الفرق بين حدين متتالين غير ثابت
∴ المتتابعة ليست حسابية .

(ج) ٦- ، ٤- ، ٢- ، ٠ ، ٢ ، ...

$$٦-٤ = (٦-)-٤- ، ٦-٢ = (٦-)-٢- ، ٢+ = (٢-)-٠ ، ٢+ = ٠-٢ ، ٢+ = ٠-٢$$

∴ الفرق بين حدين متتالين ثابت

∴ المتتابعة حسابية أساسها (٢+)

الحدود الثلاثة التالية : ٤ ، ٦ ، ٨ ، ...

مثال ٢ : بين إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي حسابية أم لا ؟ و إذا كانت كذلك فأوجد أساسها ؟

(أ) ٦ - ن

رقم الحد	٤	٣	٢	١
قيمة الحد	٤-٦	٣-٦	٢-٦	١-٦
	٢=	٣=	٤=	٥=

∴ الفرق بين حدين متتالين ثابت

∴ المتتابعة حسابية أساسها (١-)

(ب) ٣ ن + ٤

رقم الحد	٤	٣	٢	١
قيمة الحد	٤+٤×٣	٤+٣×٣	٤+٢×٣	٤+١×٣
	١٦=	١٣=	١٠=	٧=

∴ الفرق بين حدين متتالين ثابت

∴ المتتابعة حسابية أساسها (٣+)



٨ - ١ المتتابعات

(ج) ٢ ن

رقم الحد	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	١٢	٢٢	٣٢	٤٢
	$٢ =$	$٤ =$	$٨ =$	$١٦ =$
		$٢+$	$٤+$	$٨+$

∴ الفرق بين حدين متتالين غير ثابت
∴ المتتابعة ليست حسابية .

مثال ٣ : اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية ؟ ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية ؟

(أ) ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ...

رقم الحد	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	٢	٤	٦	٨

الحد النوني = ٢ ن

الحدود الثلاثة التالية : $١٠ = ٥ \times ٢$ ، $١٢ = ٦ \times ٢$ ، $١٤ = ٧ \times ٢$

مثال ٤ : اكتب عبارة لإيجاد الحد النوني في كل متتابعة حسابية ؟ ثم أوجد قيمة الحد عند ن المعطاة ؟

(أ) ٤ ، ٩ ، ١٤ ، ١٩ ، ... ، ن = ١٢

رقم الحد	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	٤	٩	١٤	١٩

الحد النوني = ٥ ن - ١

عند ن = ١٢ ← قيمة الحد = $٥ \times ١٢ - ١ = ٦٠ - ١ = ٥٩$

(ب) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ... ، ن = ٨

رقم الحد	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	١	٤	٧	١٠

الحد النوني = ٣ ن - ٢

عند ن = ٨ ← قيمة الحد = $٣ \times ٨ - ٢ = ٢٤ - ٢ = ٢٢$



٨-١ المتتابعات

اكتب عبارة يمكن استعمالها لإيجاد الحد النوني للمتتابعة التالية ؟ ثم
أجد الحدود الثلاثة التالية ؟ $\frac{1}{10}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{3}{10}$ ، $\frac{2}{5}$ ، ...

رقم الحد	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

الحد النوني = $\frac{ن}{10}$

الحدود الثلاثة : $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ ، $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ ، $\frac{7}{10}$

ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الحسابية الموضحة في الجدول الآتي ؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	ن
قيمة الحد	٣	٥	٧	٩	٩

(أ) $٢ + ن$ (ب) $٢ن$ (ج) $١ + ٢ن$ (د) $٣ن$

١٢ اختيار من متعدد: ما العبارة التي تمثل الحد النوني في المتتابعة الآتية ؟

الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	ن
قيمة الحد	٦	٧	٨	٩	١٠	٩

(أ) $١ + ن$ (ب) $٥ + ن$ (ج) $٢ن$ (د) $٦ن$



٨ - ٢ الدوال

الدالة :

- هي علاقة تُعطي مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة .
- **متغير المدخلات** يُسمى المتغير **المستقل** و يرمز له بالرمز **س**.
- **متغير المخرجات** يُسمى المتغير **التابع** و يرمز له بالرمز **ص** .
- **المجال** = مجموعة قيم المدخلات .
- **المدى** = مجموعة قيم المخرجات .
- **قيمة الدالة عند عدد ما** : نُعوض عن المتغير س بذلك العدد في قاعدة الدالة

$$. د (س) = ١٥ س \iff ص = ١٥ س$$
- **جدول الدالة** : جدول يتم فيه تنظيم المدخلات و القاعدة و المخرجات .

مثال ١ : أوجد قيمة كل دالة فيما يلي ؟

<p>(ب) د(٤) حيث د(س) = س - ٦</p> $د(٤) = ٤ - ٦$ $د(٤) = -٢$	<p>(أ) د(٢) إذا كان د(س) = س - ٤</p> $د(٢) = ٢ - ٤$ $د(٢) = -٢$
<p>(د) د(-٥) إذا كان د(س) = س - ١</p> $د(-٥) = (-٥) - ١$ $د(-٥) = -٦$ $د(-٥) = -٦$	<p>(ج) د(١٢) حيث د(س) = س + ١٥</p> $د(١٢) = ١٢ + ١٥$ $د(١٢) = ٢٧$ $د(١٢) = ٢٧$



٨ - ٢ الدوال

مثال ٢ : أكل جدول الدالة فيما يأتي ؟ ثم اذكر المجال و المدى للدالة ؟

(أ)

س	١	٠	٣-	٢-	١-
٧-س	٧-١	٧-٠	٧-٣-	٧-٢-	٧-١-
د(س)	٦-	٧-	١٠-	٩-	٨-

$$\text{المجال} = \{ ١-، ٢-، ٣-، ٠، ١ \}$$

$$\text{المدى} = \{ ٨-، ٩-، ١٠-، ٧-، ٦- \}$$

(ب)

س	٨-س	د (س)
٣	٣-٨	٥
١-	(١-)-٨	٩
٢	٢-٨	٦
٤	٤-٨	٤

$$\text{المجال} = \{ ٣، ٢، ١-، ٣ \}$$

$$\text{المدى} = \{ ٤، ٦، ٩، ٥ \}$$

(ج)

س	٥-	٢-	٥	٢
٣-س	٢-(٥-)×٣	٢-(٢-)×٣	٢-٥×٣	٢-٢×٣
د(س)	١٧-	٨-	١٣	٤

$$\text{المجال} = \{ ٢، ٥، ٢-، ٥- \}$$

$$\text{المدى} = \{ ٤، ١٣، ٨-، ١٧- \}$$



٨ - ٢ الدوال

٢٥ تحدّ: اكتب قاعدة الدالة لكل جدول دالة فيما يأتي:

(د)

ص	س
٥-	٢-
١	١
٥	٣
٩	٥

$$د(س) = ٢س - ١$$

(ج)

ص	س
٣-	٢-
٣	١
٧	٣
١١	٥

$$د(س) = ٢س + ١$$

(ب)

د (س)	س
٩-	٥-
٥-	١-
١-	٣
٣	٧

$$د(س) = ٤ - س$$

(أ)

د (س)	س
٣٠-	٣-
١٠-	١-
٢٠	٢
٦٠	٦

$$د(س) = ١٠ \times س$$

$$د(س) = ١٠س$$



٨ - ٣ تمثيل الدوال الخطية

العلاقة الخطية: علاقة تمثل بيانياً بخط مستقيم .

الدالة الخطية: المعادلة التي تمثل حلولها بيانياً بخط مستقيم.

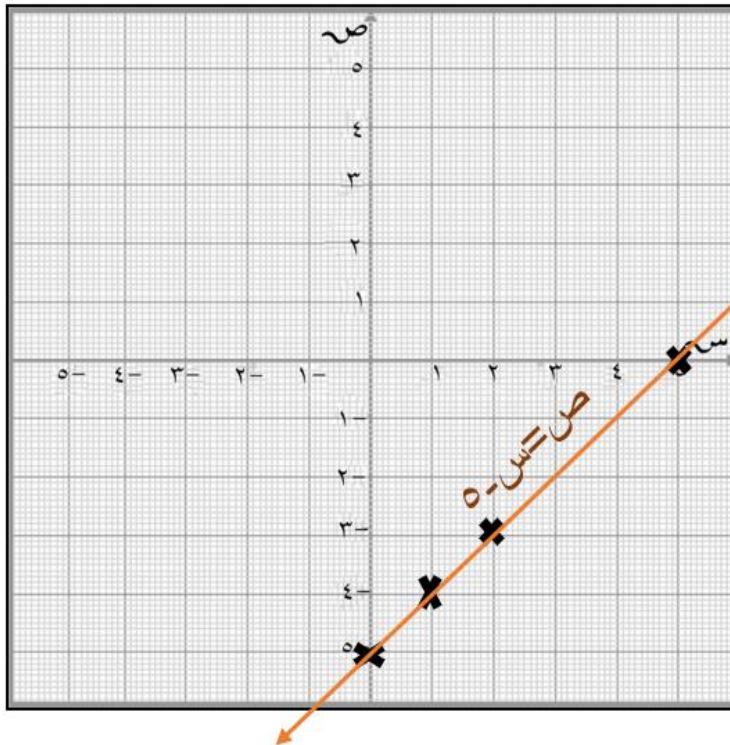
حلول المعادلة: الأزواج المرتبة التي تجعل المعادلة التي تمثل الدالة صحيحة .

طرق لتمثيل الدوال:

١ . الجدول ٢ . التمثيل البياني ٣ . الأزواج المرتبة ٤ . لفظياً

مثال ١: مثل بيانياً كل دالة فيما يأتي بيانياً ؟

$$أ) \quad ٥ - س = ص$$

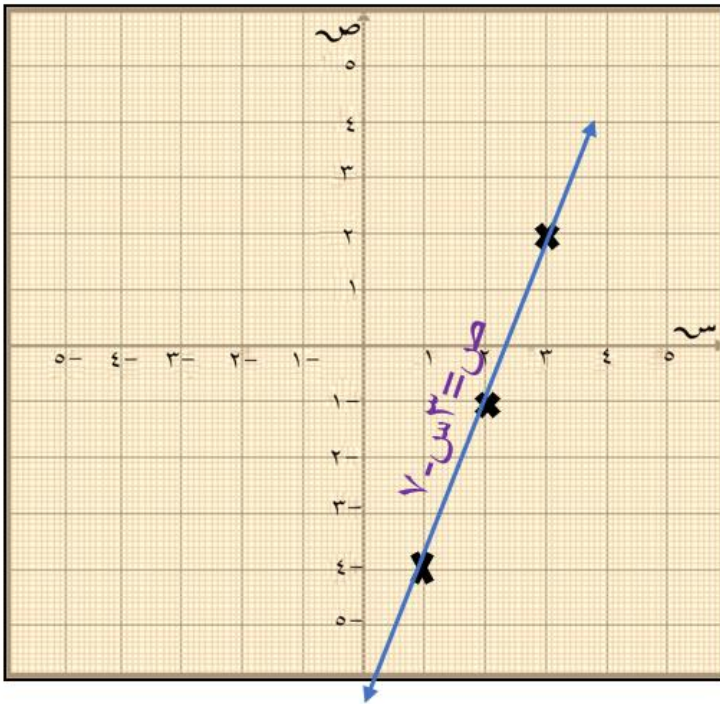


س	٥ - س	ص	(س ، ص)
٠	٥ - ٠	٥	(٠، ٥)
١	٥ - ١	٤	(١، ٤)
٢	٥ - ٢	٣	(٢، ٣)

٨ - ٣ تمثيل الدوال الخطية

ب) $ص = ٣س - ٧$

س	$٣س - ٧$	ص	(س ، ص)
٣	$٧ - ٣ \times ٣$	٢	(٢، ٣)
١	$٧ - ١ \times ٣$	٤-	(٤-، ١)
٢	$٧ - ٢ \times ٣$	١-	(١-، ٢)



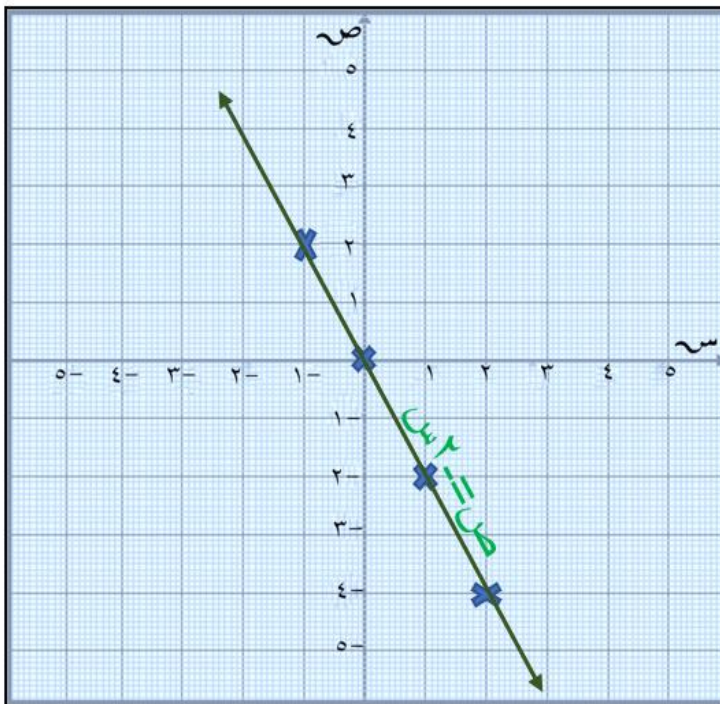
$$٢ = ٧ - ٩ = ٧ - ٣ \times ٣$$

$$٤- = ٧ - ٣ = ٧ - ١ \times ٣$$

$$١- = ٧ - ٦ = ٧ - ٢ \times ٣$$

ج) $ص = ٢س$

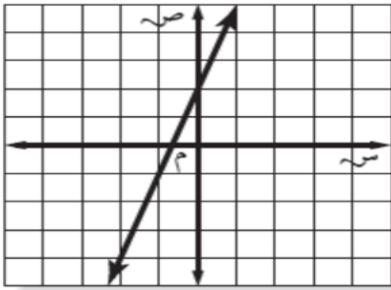
س	$٢س$	ص	(س ، ص)
٠	٠×٢	٠	(٠، ٠)
١	١×٢	٢-	(٢-، ١)
١-	$(١-) \times ٢$	٢	(٢، ١-)





٨ - ٣ تمثيل الدوال الخطية

تحقق من فهمك:



هـ) إذا كان المستقيم الممثل في المستوى الإحداثي المجاور يمثل الدالة $ص = ٣س + ٢$ ، فأَيُّ جدول مما يأتي يحتوي نقاطاً تقع على هذا الخط فقط؟

٣	٠	٣-	٦-	س	(ج)
٣	٢	١-	٠	ص	

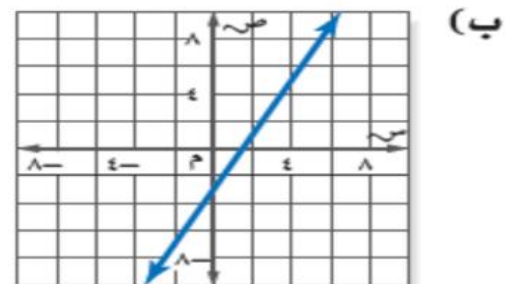
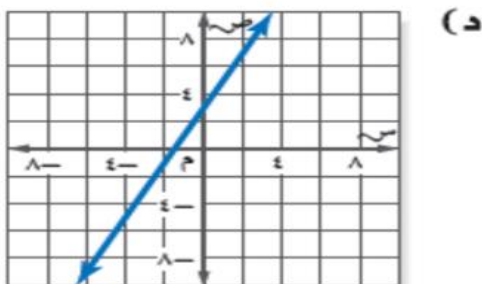
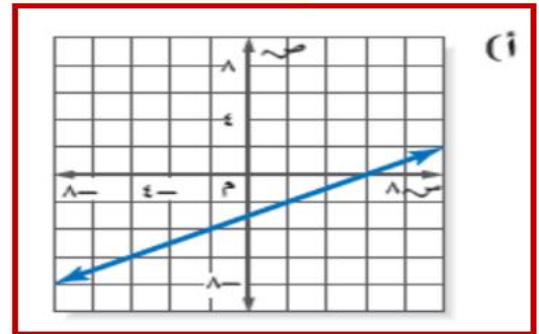
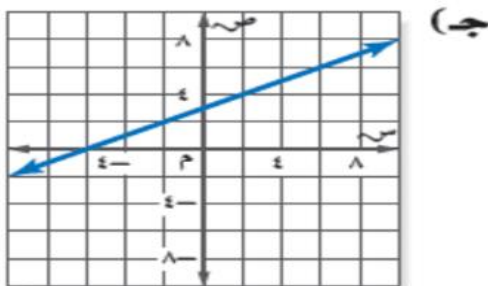
٣	٢	٠	١-	س	(أ)
٧	٤	٢-	٥-	ص	

٢	١	١-	٣-	س	(د)
٨	٥	١-	٧-	ص	

٨	٧	٥	١-	س	(ب)
٢	٣-	١	١-	ص	

٥ اختيار من متعدد: أيُّ مستقيم مما يأتي يُعد أفضل تمثيلٍ للأزواج المرتبة (س، ص) الموضحة في الجدول الآتي؟

٩	٢	٢-	٧-	س
١,٥	٢-	٤-	٦,٥-	ص





٨ - ٣ تمثيل الدوال الخطية

٢٤ **اكتشف المختلف:** حدّد الزوج المرتب الذي ليس حلًّا للدالة
ص = -٤س + ٣ . فسّر تبريرك.

$$(١-، ١)$$

$$٣ + ١ \times -٤ = ١-$$

$$٣ + -٤ = ١-$$

$$١- = ١-$$

$$(٧، ١-)$$

$$٣ + (١-) \times -٤ = ٧$$

$$٣ + -٤ = ٧$$

$$٧ = ٧$$

$$(٣، ٠)$$

$$٣ + ٠ \times -٤ = ٣$$

$$٣ + ٠ = ٣$$

$$٣ = ٣$$

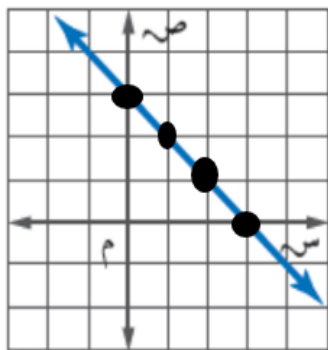
$$(٥، ٢)$$

$$٣ + ٢ \times -٤ = ٥$$

$$٣ + -٨ \neq ٥$$

$$٥ \neq ٥$$

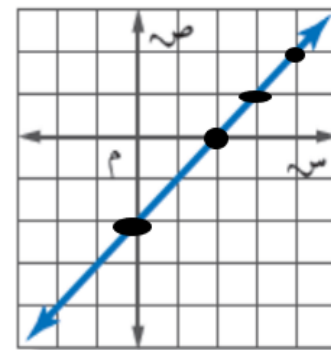
٢٥ **تحد:** سمّ إحداثيات أربع نقط تحقق كل دالة فيما يأتي، ثم اكتب قاعدة الدالة:



(ب)

الأزواج المرتبة (٣، ٠)،
(٠، ٣)، (٢، ١)، (٢، ١)

قاعدة الدالة: **ص = ٣ - س**



(i)

الأزواج المرتبة (١، ٣)،
(٠، ٢)، (٢، ٤)، (٢، ٠)

قاعدة الدالة: **ص = س + ٢**



٨ - ٤ ميل المستقيم

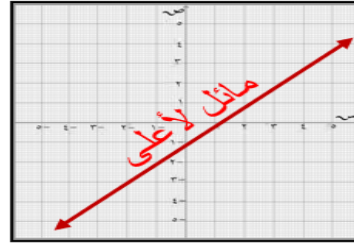
الميل :

- هو نسبة التغير الرأسى (الارتفاع) إلى التغير الأفقى (المسافة الأفقية) .

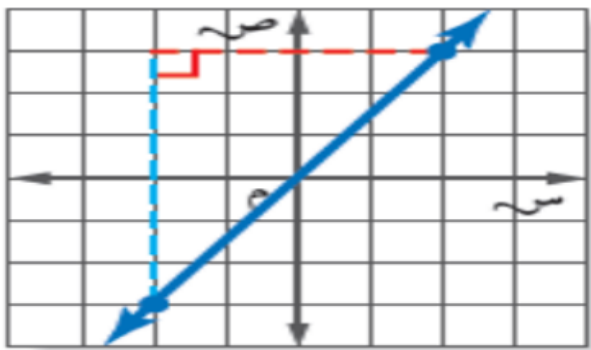
$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$$

التغير الرأسى بين أي نقطتين →
التغير الأفقى بين أي نقطتين →

- لأن الميل هو معدل التغير فإنه يمكن أن يكون **موجباً** (مائل لأعلى) أو **سالباً** (مائل لأسفل)



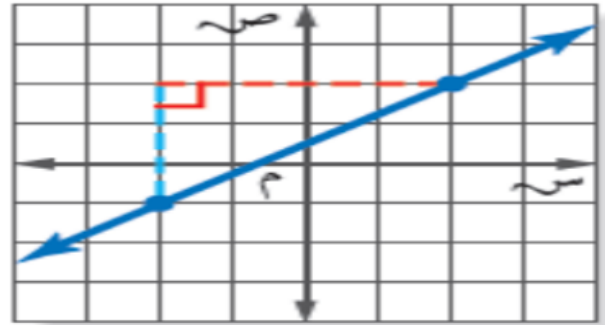
مثال ١ : أوجد ميل كل مستقيم فيما يلي ؟؟



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$$

$$m = \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

المستقيم مائل لأعلى



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$$

$$m = \frac{3}{4}$$

المستقيم مائل لأعلى

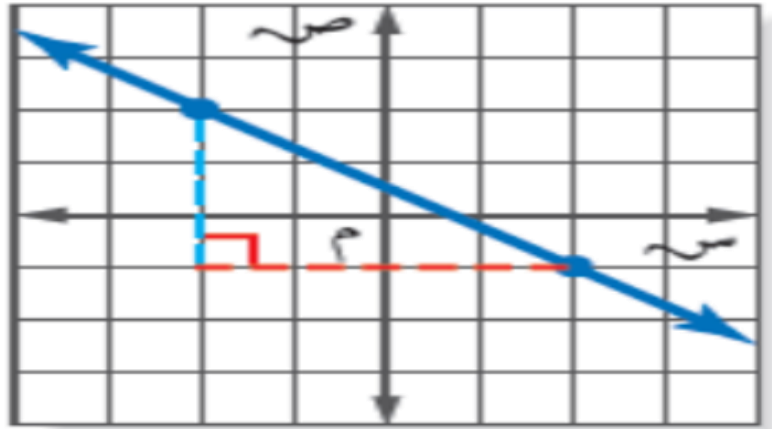


٨ - ٤ ميل المستقيم

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

$$m = \frac{3}{4}$$

المستقيم مائل لأسفل



صيغة الميل :

الميل m للمستقيم المار بالنقطتين ($س_١$ ، $ص_١$) ، ($س_٢$ ، $ص_٢$) هو النسبة في فرق الاحداثيين الصاديين إلى فرق الاحداثيين السينيين المناظرين . $m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ، $س_٢ \neq س_١$

مثال ٢ : أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين فيما يلي ؟؟

(ج) ك (١، -٦) ، ل (٤، ١)

$$m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$m = \frac{(١) - (-٦)}{(٤) - (-٦)}$$

$$m = \frac{١ + ٦}{٤ + ٦}$$

$$m = \frac{١}{١٠}$$

(ب) ج (٥، ٢) ، د (٣، ١)

$$m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$m = \frac{١ - ٥}{٣ - ٢}$$

$$m = \frac{-٤}{١}$$

$$m = -٤$$

(أ) أ (٢، ٢) ، ب (٥، ٣)

$$m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

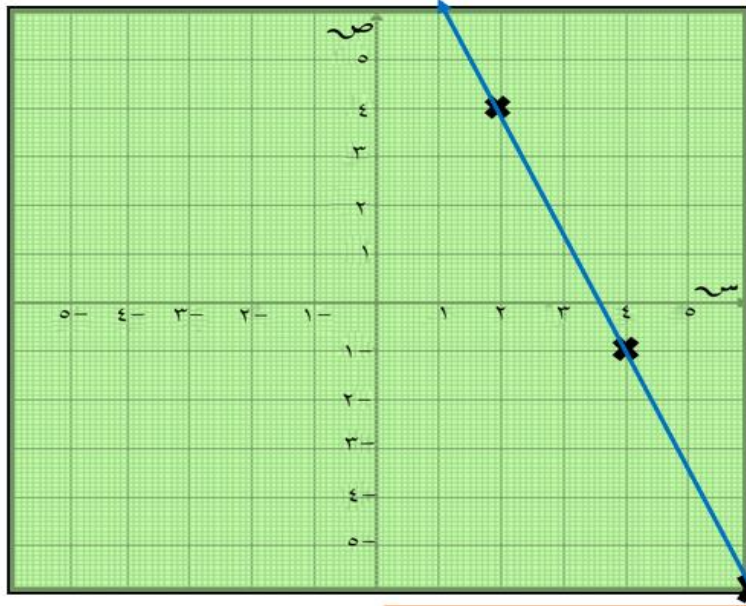
$$m = \frac{٣ - ٢}{٥ - ٢}$$

$$m = \frac{١}{٣}$$



٨ - ٤ ميل المستقيم

مثال ٣ : أوجد ميل المستقيم الذي تقع عليه النقاط المعطاة في الجدول التالي ؟ ثم مثله ؟



٦	٤	٢	٠	س
٦-	١-	٤	٩	ص

$$m = \frac{ص١ - ص٢}{س١ - س٢} = \frac{١ - ٩}{٢ - ٤}$$

$$m = \frac{٤ - ٩}{٢ - ٠}$$

$$m = \frac{٥}{٢}$$

يكفي نقطتين لتمثيل مستقيم في المستوى الاحداثي

٣٦ اكتشاف الخطأ: أوجد كل من عمر وعماد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين س(٢، ٠)، ص(٣، ٢)، فأيهما على صواب؟ فسّر إجابتك.



عماد

$$\frac{٢-٠}{٣-٢} = ٢$$

$$\frac{١}{٢} = ٢$$

$$\frac{٢-٠}{٣-٢} = ٢$$

$$\frac{١}{٢} = ٢$$



عمر

حل عمر صحيح ؛ لأن عماد لم يرتب الاحداثيات السينية حسب الاحداثيات الصادية المناظرة لها .



٨ - ٥ التغير الطردي

التغير الطردي :

- علاقة تكون فيها نسبة ص إلى س ثابتة (ك) و يعبر عن ذلك بأن ص تتغير طردياً مع س و نكتب ذلك رمزياً :

$$ك = \frac{ص}{س} \text{ أو } ص = ك س , \text{ حيث } ك \neq 0$$
- يرمز لثابت التغير أو الميل في معادلة التغير الطردي عادة بالرمز ك .
- ليست جميع العلاقات التي يكون معدل تغيرها ثابت تكون متناسبة ، و بالمثل فالدوال الخطية ليست جميعها تغيرات طردية .

مثال ١ :

(أ) مظلي: هبط مظلي من ارتفاع ١٩٠٠ قدم في دقيقتين بعد فتح مظلته، وهبط ٤٧٥٠ قدمًا في ٥ دقائق. إذا كانت المسافة تتغير طردياً مع الزمن، فما معدل نزول المظلي؟

معدل نزول المظلي = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

$$= \frac{١٩٠٠}{٢} = \frac{٤٧٥٠}{٥} = ٩٥٠ \text{ قدم / د}$$

٥	٢	الزمن
٤٧٥٠	١٩٠٠	المسافة



٨ - ٥ التغير الطردي

(ب) تسوق: يبيع محل خضار ٦ برتقالات بـ ١٢ ريالاً. فما ثمن ١٠ برتقالات؟

طريقة (٢)

• نكون التناسب

$$\frac{١ \text{ ص}}{١ \text{ س}} = \frac{٢ \text{ ص}}{٢ \text{ س}}$$

$$\frac{١٢}{٦} = \frac{٢ \text{ ص}}{١٠}$$

نعوض

ضرب تبادلي

$$١٠ \times ١٢ = ٢ \text{ ص} \times ٦$$

$$١٢٠ = ٦ \text{ ص}$$

$$\frac{١٢٠}{٦} = \frac{٦ \text{ ص}}{٦}$$

$$\text{ص} = ٢٠ \text{ ريال}$$

طريقة (١)

• التناسب طردي فنسبة الثمن

إلى العدد ثابتة = ك

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \text{ك}$$

$$\frac{١٢}{٦} = \text{ك}$$

$$\text{ك} = ٢$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ س}$$

$$\text{ص} = ١٠ \times ٢$$

$$\text{ص} = ٢٠ \text{ ريال}$$

∴ ثمن ١٠ برتقالات = ٢٠ ريال

٦ غوصات: بعد ١٠ دقائق من نزول غواصة من قارب البحث، كانت على عمق ٢٥ مترًا تحت سطح الماء. وبعد ٣٠ دقيقة أصبحت على عمق ٧٥ مترًا. فما معدل نزول الغواصة؟

$$\frac{\text{العمق}}{\text{الزمن}} = \text{معدل نزول الغواصة}$$

$$= \frac{٢٥}{١٠} = \frac{٧٥}{٣٠} = ٢,٥ \text{ متر / دقيقة}$$

٣٠	١٠	الزمن (د)
٧٥	٢٥	المسافة (م)



٨ - ٥ التغير الطردي

مثال ٣ : حدد ما إذا كانت كل دالة خطية مما يأتي تمثل تغيراً طردياً أم لا ؟ و إذا كانت كذلك فاذكر ثابت التغير ؟
(أ)

٢٠	١٥	١٠	٥	الأيام (س)
٥٠	٣٧,٥	٢٥	١٢,٥	الارتفاع (ص)

نوجد نسبة الارتفاع إلى الأيام

$$٢,٥ = \frac{٥٠}{٢٠} , ٢,٥ = \frac{٣٧,٥}{١٥} , ٢,٥ = \frac{٢٥}{١٠} , ٢,٥ = \frac{١٢,٥}{٥}$$

∴ النسب ثابتة

∴ الدالة تمثل تغيراً طردياً ، ثابت التغير $٢,٥ = \frac{٥}{٢}$

(ب)

١٣	١٢	١١	١٠	العمر (س)
٨	٧	٦	٥	الصف (ص)

نوجد نسبة الارتفاع إلى الأيام

$$٠,٦٢ = \frac{٨}{١٣} , ٠,٥٨ = \frac{٧}{١٢} , ٠,٥٤ = \frac{٦}{١١} , ٠,٥٠ = \frac{٥}{١٠}$$

∴ النسب غير ثابتة

∴ الدالة لا تمثل تغيراً طردياً .



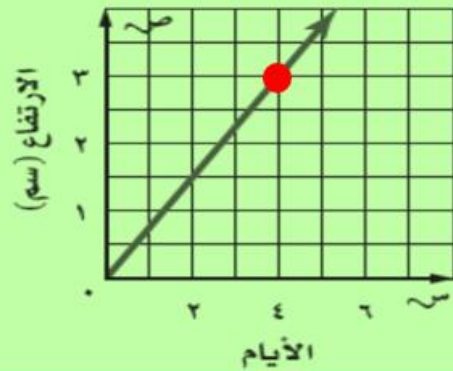
٨ - ٥ التغير الطردي

من الرسم؛ النقطة (٤، ٣) تقع على الخط المستقيم

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \text{معدل النمو}$$

$$= \frac{3}{4} = 0,75 \text{ سم / يوم}$$

٤ **تشجير:** زرعت جميلة بعض البذور، وبعد أن ظهرت فوق سطح الأرض، وجدت أن ارتفاعها يتغير طردياً مع عدد الأيام، فما معدل نموها؟

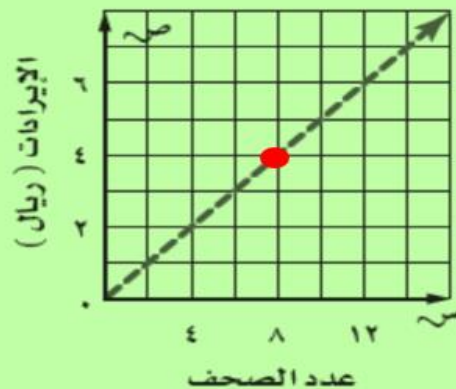


من الرسم؛ النقطة (٨، ٤) تقع على الخط المستقيم

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \text{معدل النمو}$$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ ريال / صحيفة}$$

٥ **وظائف:** يعمل خالد في توزيع الصحف اليومية، ويتناسب إيراده طردياً مع عدد الصحف التي يوزعها. فما إيراده لكل صحيفة يوزعها؟





٨ - ٦ استراتيجية حل المسألة
بإنشاء نموذج

تمرين ٨ ص ١٢٨ -

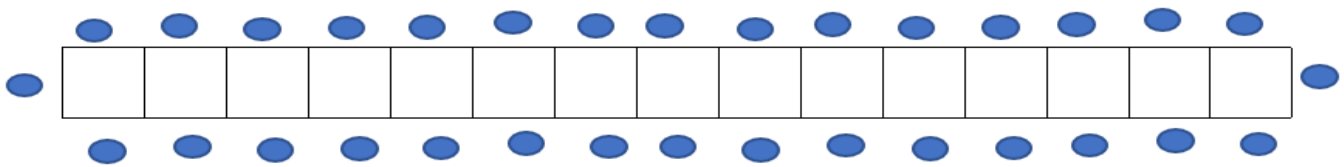
٨ مطعم: يصف مطعم طاولات للأكل مربعة الشكل متلاصقة جنباً إلى جنب، بحيث يجلس أمام كل ضلع من أضلاع الطاولة شخص واحد. فإذا كان عدد الأشخاص ٣٢ شخصاً، فكم طاولة يحتاج إليها المطعم؟

١. أفهم

المعطيات: يصف مطعم طاولات للأكل مربعة الشكل متلاصقة جنباً إلى جنب بحيث يجلس أمام كل ضلع من أضلاع الطاولة شخص واحد، و كان عدد الأشخاص ٣٢ شخصاً.
المطلوب: كم طاولة يحتاج إليها المطعم.

٢. أخطط: أنشئ نموذجاً

٣. أحل:



من النموذج؛ عدد الطاولات لـ ٣٢ شخص = ١٥ طاولة

٤. أتتحقق: الإجابة معقولة.



المراجع



مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

- كتاب الطالب للصف الثاني متوسط عام ١٤٤٢ هـ
- كتاب المعلم للصف الثاني متوسط
- قناة عين التعليمية
- منتديات يزيد التعليمية
- شبكة الرياضيات التعليمية
- سلسلة العيكان لتبسيط الرياضيات



خاتمة

الحمد لله الذي هدانا و أعاننا إلى ما بلغناه من
نتائج و أفكار الحمد لله على التمام
أتمنى أن أكون قد وفقت في عرض كل مفيد و
مهم في هذا العمل المتواضع و ما حصل
من صواب فمن الله العزيز الكريم و ما حصل
من خطأ أو تقصير فمن النفس و الشيطان
تمنياتي للجميع بالتوفيق و النجاح و آخر
دعوانا أن الحمد لله رب العالمين .