# متعة الرياضيات
# في
# الخرائط الذهنية و المفاهيمية

## مناهج المرحلة الثانوية


المؤلفة

**هند العديني**


الأستاذة / هند علي العديني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية والمفاهيمية مناهج المرحلة الثانوية


تحت رقم إيداع 1442/2027 وتاريخ 1442/03/20 هـ ورقم ردمك 978-603-03-5787-1

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# إهداء للميدان التعليمي

أحمد الله عز وجل على منه و عونه أن سهل لي جمع أعمالي من الخرائط و الملخصات لمناهج مادة الرياضيات المرحلة الثانوية و التي سهلت عليا توصيل المعلومة لطالباتي و كان سببا في تعميق الفهم لطالباتي خلال سنوات عديدة في هذا الكتيب الذي اسأل الله أن يجعله علما ينتفع به و صدقة جارية عني و عن والدي و اتمنى أن أكون قد وفقت لتقديم عمل مفيد و نافع للميدان التعليمي ينتفع منه الجميع بإذن الله مع الحفاظ على اللأمانة العلمية و حفظ الحقوق .

معلمة الرياضيات

هند علي العديني

# المقدمة

خرائط المفاهيم تعرف خرائط المفاهيم بأنّها تخطيط رسوم تمتلك بُعدين، وتوضع فيها مفاهيم المواد والأبحاث الدراسيّة بشكلٍ هرمي؛ بحيث يوضع في قمة الهرم مواد المفاهيم الأساسيّة ذات الشمولية العالية والخصوصيّة القليلة، وتوضعً في قاعدة الهرم مواد المفاهيم ذات الشموليّة القليلة والخصوصيّة العالية، وترتبط هذه المفاهيم بين بعضها البعض من خلال علاقة مفهومة. تعتبر خرائط المفاهيم وسيلةً لتمثيل العلاقات بين الأفكار، والصور، والكلمات المختلفة، وتستخدم في مجالات التخطيط، والتدريس، والتلخيص، والتقييم لمواد دراسيّة، ومعرفة قدرة الطلبة على فهم واستيعاب تلك المفاهيم الموجودة فيها، بالإضافة إلى اختبار الطالب بقدرة على تذكر المفاهيم السابقة .

أهميّة خرائط المفاهيم للمتعلّم ربط المفاهيم بين بعضها البعض، وتكوين علاقة بينهما. يستطيع تحديد المفاهيم المتشابهة مع بعضها، وفصل المختلف منها. القدرة على التمييز بين المفاهيم ذات المعنى القريب أو المتشابة. تحديد المعلومات المهمة والأساسية، والمعلومات المتفرّعة والجانبيّة. تسهل دراسة المادة، وفهمها جيداً، وإزالة اللبس فيها، وهذا يساعد على تفادي المشكلات التي يمكن أن تقع أثناء الدراسة، والمحافظة على ارتفاع التحصيل الدراسي.

أهمية خرائط المفاهيم للمعلم صناعة ملخّصات لأجزاء مختلفة من المادّة الدراسية التي تسهّل عملية التدريس تزيد من القدرة المعلّم على الانتباه أثناء إعداد أفكارهم. تسهل تقييم الطلبة من خلال هذه الخرائط، وهذا يساعد على توجيه الطلبة إلى أخطائهم لتفاديها في المستقبل. تطوير العلاقة الثنائية بين المعلم والطلبة، وهذا يساهم في تطوير أدائهم.

إعداد المعلمة : هند العديني


إعداد المعلمة : هند العديني


إعداد المعلمة : هند العديني

# اتجاه المتجه

إعداد المعلمة
هند العديني

## اتجاه أفقي

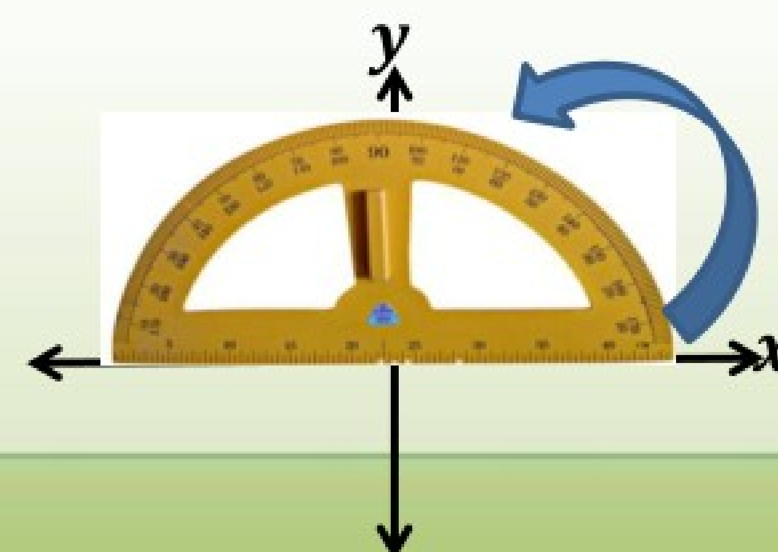
نبدأ بقياس الزاوية
من محور السينات
الموجبة بعكس
عقارب الساعة

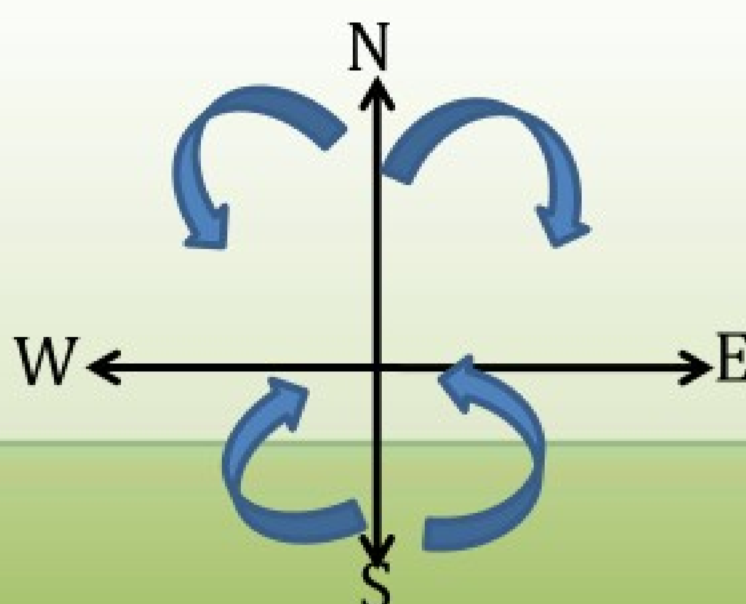
## اتجاه ربعي

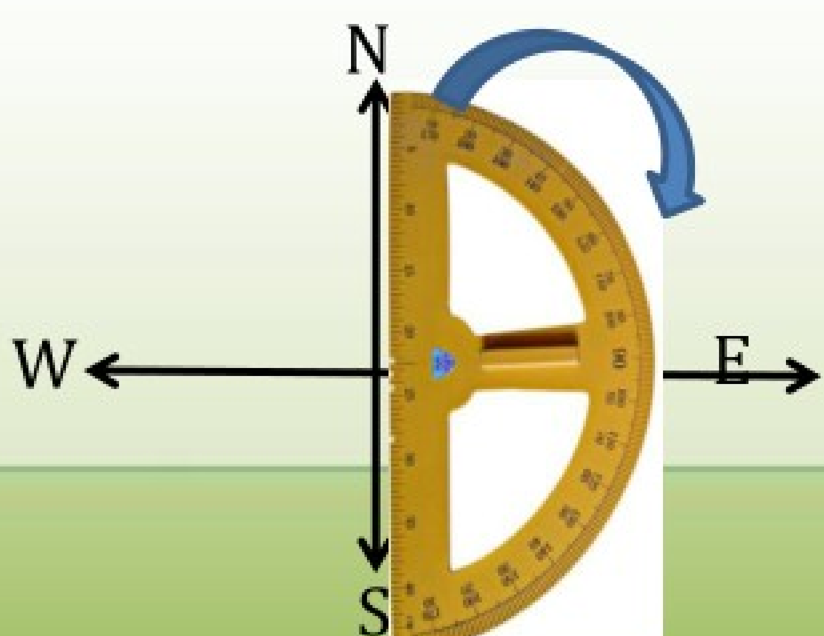
نبدأ بقياس الزاوية من الخط
الراسي(Nأو S)
باتجاه الشرق أو الغرب

## اتجاه حقيقي

نبدأ بقياس الزاوية من
الشمال N
باتجاه مع عقارب الساعة
ويعطى قياس الزاوية
بثلاثة أرقام



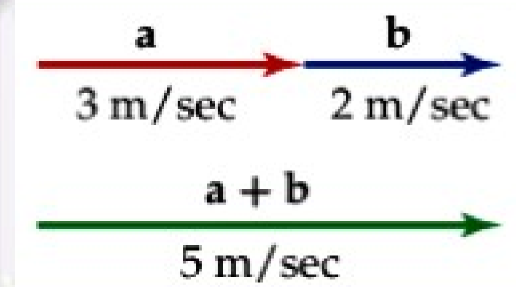



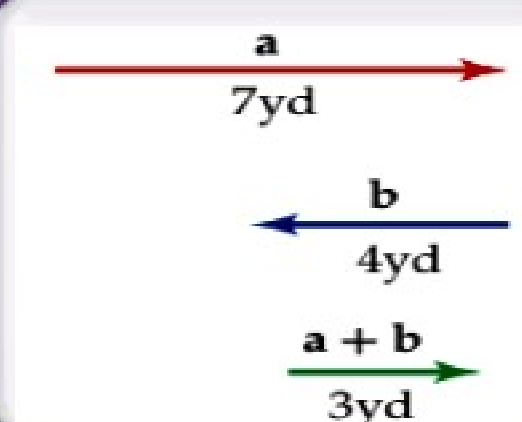
# إيجاد محصلة متجهين

## متوازيان

### في نفس الإتجاه نجمع و نفس الإتجاه

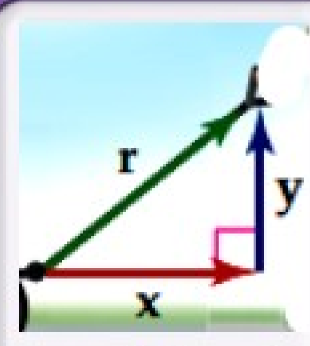



### في اتجاهين متعاكسين نطرح و اتجاه الأكبر




## متعامدان

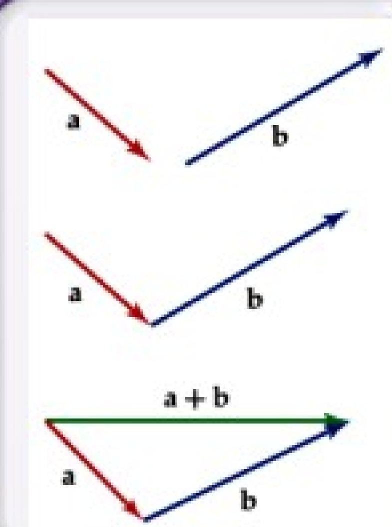
### نوجد المحصلة باستخددام نظؤية فيتاغورس



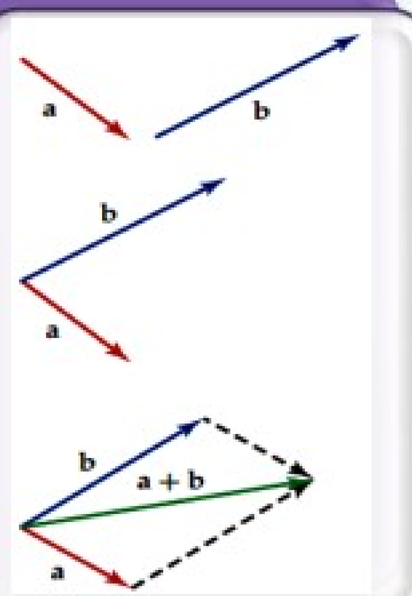

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

## خلاف ذلك

### قاعدة المثلث



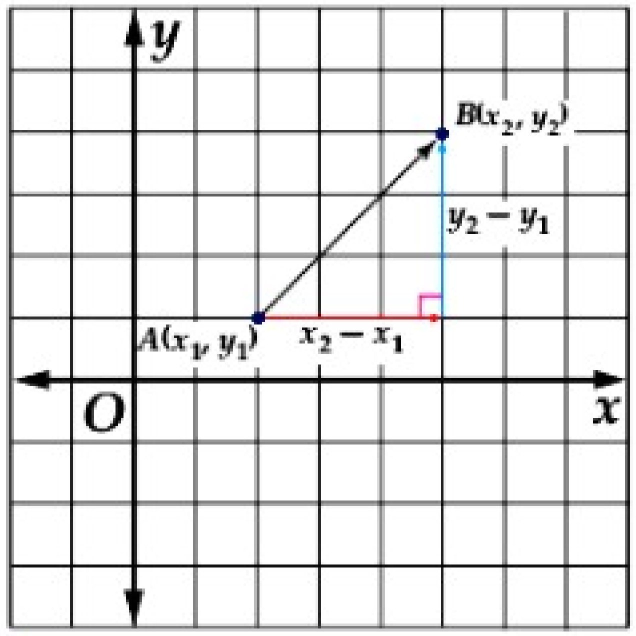

### قاعدة متوازي الأضلاع




**إعداد المعلمة**
**هند العديني**

# الصور المختلفة لكتابة المتجه

**مفهوم أساسي** — **الصورة الإحداثية لمتجه**

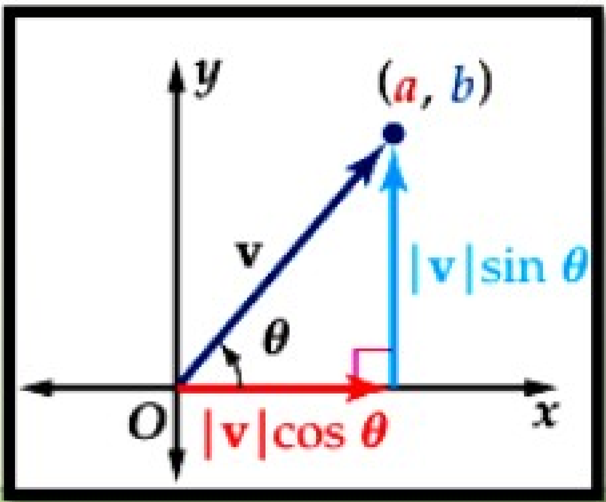



الصورة الإحداثية لِـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ، ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ هي :

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

إعداد المعلمة
هند العديني

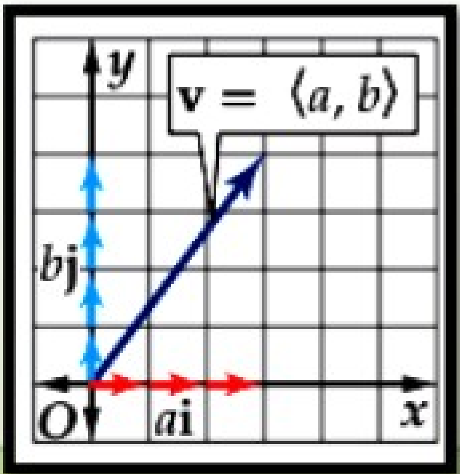
## الصورة المثلثية




$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \langle a, b \rangle \\ &= \langle |\mathbf{v}| \cos \theta, |\mathbf{v}| \sin \theta \rangle \\ &= |\mathbf{v}| (\cos \theta)\mathbf{i} + |\mathbf{v}| (\sin \theta)\mathbf{j}\end{aligned}$$

## صورة التوافق الخطي

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \langle a, b \rangle \\ &= \langle a, 0 \rangle + \langle 0, b \rangle \\ &= a\langle 1, 0 \rangle + b\langle 0, 1 \rangle \\ &= a\mathbf{i} + b\mathbf{j}\end{aligned}$$



# تطبيقات العمليات على المتجهات

## إيجاد محصلة سرعة الحركة

نوجد متجة السرعة الأول و غالبا يكون متجه أفقي

1) $v_1 = \langle a, 0 \rangle$

نوجد الصورة الإحداثية لمتجة السرعة الثاني والذي مقداره $v_2$ و زاوية اتجاهة $\theta$

2) $v_2 = \langle |v_2| \cos\theta, |v_2| \sin\theta \rangle$

نوجد مجموع المتجهين

3) $v = v_1 + v_2 = \langle a, b \rangle$

نوجد محصلة السرعتين باستخدام قانون طول متجه

4) $v = \sqrt{a^2 + b^2}$

## إيجاد إتجاه الحركة

بعد إيجاد مجموع المتجهين

3) $v = \langle a, b \rangle$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

إعداد المعلمة
هند العديني

# الزاوية التي يصنعها متجة مع الأفقي و الزاوية بين متجهين

## إيجاد الزاوية بين متجهين

يمكن إيجاد الزاوية بين متجهين
الغير صفريين $u\,,\,v$ بالعلاقة

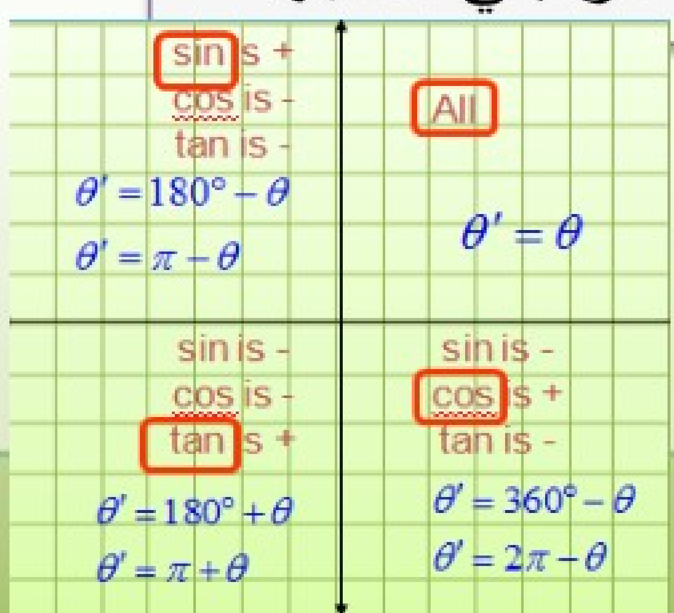
$$\cos\theta = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\;|\mathbf{v}|}$$

## إيجاد زاوية اتجاه متجه

يمكن إيجاد زاوية المتجه
$v = \langle a,b \rangle$
مع الإتجاه الأفقي بالعلاقة

$$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$$

من المهم تحديد الربع الذي تقع فيه الزاوية اعتمادا على إشارات مركبتي المتجهه




إعداد المعلمة
هند العديني

# الفصل الثاني
# الإحداثيات القطبية و الأعداد المركبة

إعداد المعلمة : هند العديني

## الإحداثيات القطبية

إعداد المعلمة
هند العديني

### تمثيل نقطة في المستوى القطبي $(r, \theta)$

- نبدأ برسم الزاوية $\theta$
  - $\theta$ موجبة: نبدأ القياس من المحور القطبي عكس عقارب الساعة
  - $\theta$ سالبة: نبدأ القياس من المحور القطبي مع عقارب الساعة
- ثم نحدد نصف القطر $r$
  - $r$ موجبة: نحدد المسافة على الضلع النهائي للزاوية
  - $r$ سالبة: نحدد المسافة على امتداد الضلع النهائي للزاوية

### تمثيلات قطبية متعددة

إذا كان $n$ عددًا صحيحًا، فإنه يمكن تمثيل النقطة $(r, \theta)$ بالإحداثيات $(r, \theta + 360°n)$ أو $(-r, \theta + (2n + 1)180°)$. وبالمثل، إذا كانت $\theta$ مقيسة بالراديان، وكان $n$ عددًا صحيحًا، فإنه يمكن تمثيل النقطة $(r, \theta)$ بالإحداثيات $(r, \theta + 2n\pi)$ أو $(-r, \theta + (2n + 1)\pi)$.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} \quad if \quad x \succ 0$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} + 180^\circ \quad if \quad x \prec 0$$

$$\theta = 90^\circ \quad or \quad 270^\circ \quad if \quad = 0$$

من

إلى

ديكارتية $(x , y)$

قطبية $(r, \theta)$

من

إلى

$$\boldsymbol{x} = r\cos\theta$$

$$\boldsymbol{y} = r\sin\theta$$

إعداد المعلمة
هند العديني

# تحويل معادلة قطبية إلى ديكارتية

**r = عدد**

١- نربع الطرفين

٢- نعوض عن
$$r^2 = x^2 + y^2$$

**θ = زاوية**

١- ناخذ tan الطرفين

٢- نعوض عن
$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

٣- نضرب الطرفين
في $x$

$$r = a\cos\theta$$
$$r = a\sin\theta$$
$$r = a\cos\theta + b\sin\theta$$

١- نضرب الطرفين بـ r

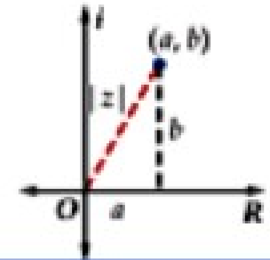
٢- نعوض عن
$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

إعداد المعلمة
هند العديني

# الأعداد المركبة ونظرية ديموافر
## Complex Numbers and De Moivre's Theorem

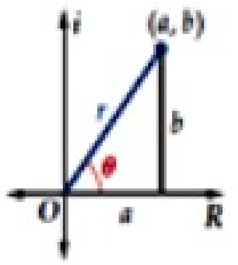
### مفهوم أساسي — القيمة المطلقة لعدد مركب

القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي:




$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### مفهوم أساسي — الصورة القطبية لعدد مركب




الصورة القطبية أو المثلثية للعدد المركب $z = a + bi$ هي:

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$، حيث

$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$، $a = r\cos\theta$، $b = r\sin\theta$.

$\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{b}{a}$ عندما $a > 0$، $\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{b}{a} + \pi$، عندما $a < 0$.

أما إذا كانت $a = 0$، فإن $\theta = \frac{\pi}{2}$ إذا كانت $b > 0$، $\theta = -\frac{\pi}{2}$ إذا كانت $b < 0$

### مفهوم أساسي — ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية وقسمتها

للعددين المركبين $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$، $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$، فإن:

صيغة الضرب $z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

صيغة القسمة $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)]$، حيث $z_2 \neq 0$، $r_2 \neq 0$

### نظرية — نظرية ديموافر

$$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

إذا كان $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ عددًا مركبًا على الصورة القطبية، وكان $n$ عددًا صحيحًا موجبًا، فإن:

$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$.

### مفهوم أساسي — الجذور المختلفة

لأي عدد صحيح موجب $n$، فإن للعدد المركب $r(\cos\theta + i\sin\theta)$، $n$ من الجذور النونية المختلفة ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة:

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$$

حيث $k = 0, 1, 2, \ldots, n - 1$.

إعداد المعلمة

هند العديني

# الفصل الثالث
# الاحصاء والاحتمالات

إعداد المعلمة : هند العديني

## الدراسات التجريبية و المسحية وبالملاحظة

### دراسة مسحية
تؤخذ البيانات من استجابات أفراد حول موضوع معين

**عينة عشوائية ( متحيزة)**
**هي العينة التي يتم اختيارها بحيث تعطي تفضيلاً لمجموعة معينة على مجموعة أخرى .**

**عينة عشوائية ( غير متحيزة )**
**هي العينة التي يتم اختيارها دون تفضيل مجموعة على أخرى ، ويكون لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار**

### دراسة بالملاحظة
ملاحظة أفراد العينة دون أي محاولة للتاثير على النتائج

### دراسة تجريبية
إجراء معالجة خاصة على مجموعة و ملاحظة استجاباتهم

**مجموعة تجريبية**
**هم الذين يخضعون للمعالجة**

**مجموعة ضابطة**
**هم الذين لا يخضعون للمعالجة أو لمعالجة شكلية**


إعداد المعلمة
هند العديني

# التحليل الإحصائي

## مقاييس التشتت

يقصد بالتشتت مقدار انحراف القيم عن مركزها (وسطها) وأهم مقاييسها

### الإنحراف المعياري

هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

**عينة**

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$$

حيث $n$ عدد قيم العينة

**مجتمع كلي**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$$

حيث $n$ عدد قيم المجتمع

### التباين

مربع الإنحراف المعياري

## مقاييس النزعة المركزية

يقصد بالنزعة المركزية نزعة القيم نحو قيمة رقمية تمثلهم ومقاييسها

### المتوسط الحسابي

يساوي مجموع البيانات مقسوما على عددها و يفضل استخدامه عند عدم وجود قيمة متطرفة في البيانات

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

### الوسيط

العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة

و يفضل استخدامه إذا وجدت قيم متطرفة في البيانات

### المنوال

العدد أو الأعداد الأكثر تكرار في مجموعة البيانات

و يفضل استخدامه عند وجود قيم متكررة في البيانات

إعداد المعلمة
هند العديني

# الاحتمال و التوزيعات الاحتمالية

$$P(S)=\frac{s}{s+f}$$

**تباديل**

لايسمح بالتكرار و الترتيب مهم

$${}_{n}P_{r}=\frac{n!}{(n-r)!}$$

**توافيق**

لايسمح بالتكرار و الترتيب غيرمهم

$${}_{n}C_{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

**القيمة المتوقعة**

هي المتوسط الموزون للقيم في التوزيع الاحتمالي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=n} Xi.P(Xi)$$

**التوزيع الاحتمالي**

هي دالة تربط بين كل قيمة من قيم متغير العشوائي و احتمال وقوعها و شروطها هي

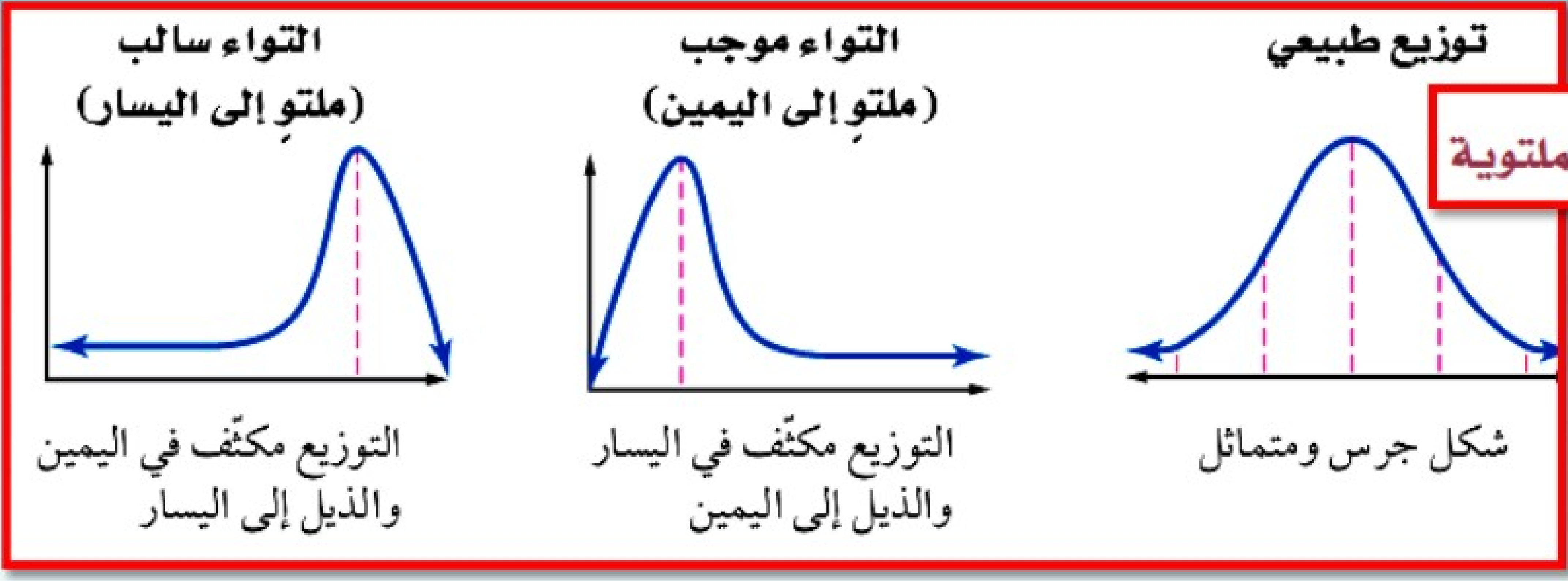
$$0\le P(X)\le 1$$

$$\sum P(X)=1$$

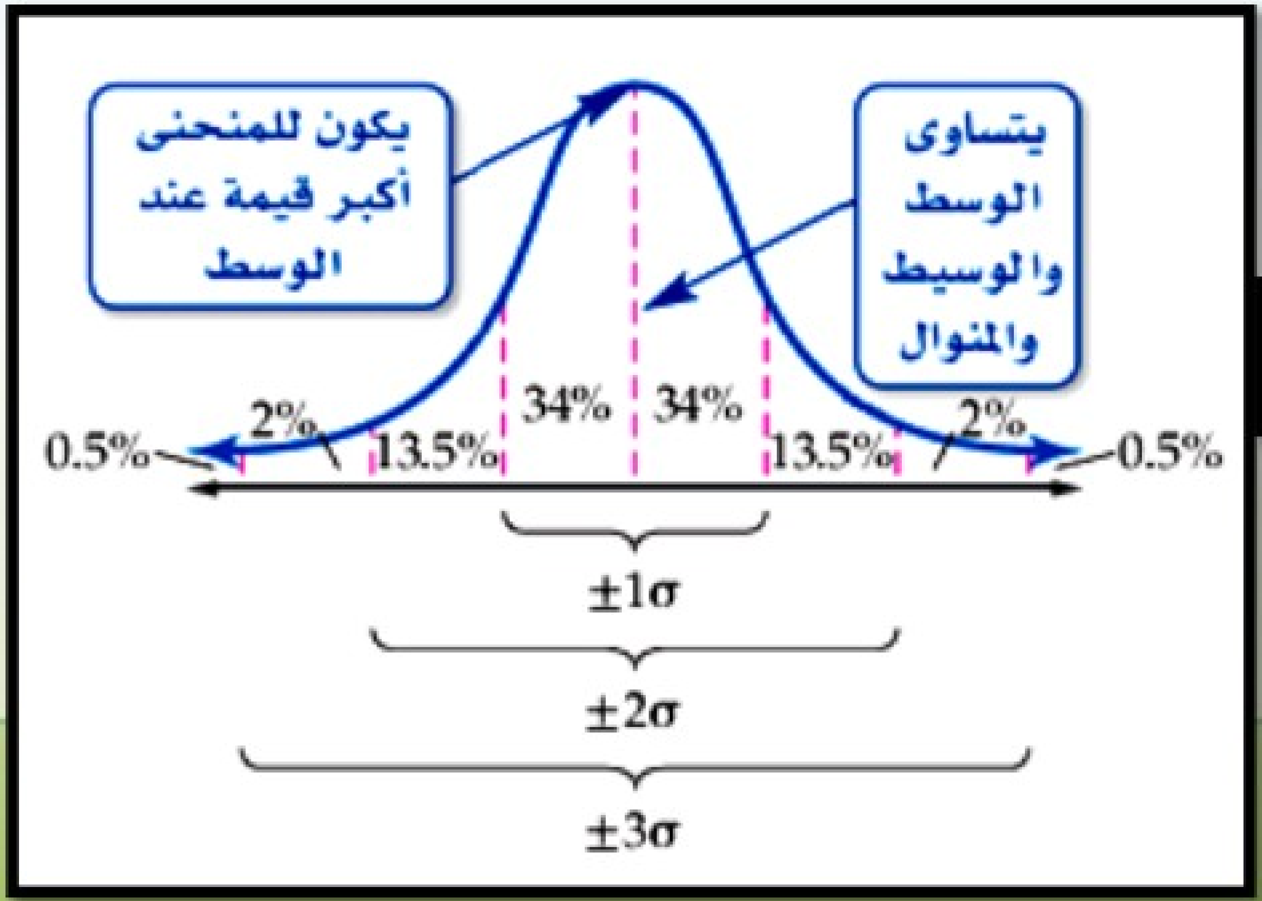
إعداد المعلمة
هند العديني

# التوزيع الطبيعي
## The Normal Distribution

التوزيعات الطبيعية والملتوية




القانون التجريبي




إعداد المعلمة
هند العديني


إعداد المعلمة : هند العديني

# خطوات حساب نهاية دالة عند نقطة لايغيرحولها تعريف الدالة:

- تحديد المجال
  - غير معرفة حول النقطة
    - النهاية ليس لها وجود
  - معرفة حول النقطة
    - بالتعويض المباشر
      - كمية محددة = عدد حقيقي
        - النهاية المطلوبة
      - كمية غير محددة $\frac{0}{0}$
        - دالة نسبية نحلل ونختصر ثم نعوض
          - النهاية المطلوبة
        - دالة نسبية تحوي جذر نضرب في المرافق ثم نختصر و نعوض
          - النهاية المطلوبة


**إعداد المعلمة**
**هند العديني**

# خطوات حساب نهاية دالة عند نقطة يتغيرحولها تعريف الدالة:

نحسب النهاية اليمنى والنهاية اليسرى

النهاية اليمنى = النهاية اليسرى= **L**

النهاية المطلوبة = **L**

النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

النهاية ليس لها وجود

**إعداد المعلمة**
**هند العديني**

إعداد المعلمة
هند العديني

# حساب النهاية عند اللانهاية

**كثيرة حدود**

$$\lim_{x \to \pm\infty} (a_n x^n + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_1 x + a_1) = \lim_{x \to \pm\infty} (a_n x^n)$$

نحسب نهاية وحيدة الحد ذات الأس الأكبر ثم نعوض عن $x \to \pm\infty$ و نطبق قاعدة الإشارات

**نسبية**

نقسم كل حد في بسط و مقام الدالة النسبية على اعلى قوة للمتغير في الدالة ثم نبسط

بعد التبسيط نستخدم النظريتين

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{a}{x^n} = 0 \quad , \lim_{x \to \pm\infty} a = a$$

**ملاحظات هامة : عند حساب النهاية عند اللانهاية في الدوال النسبية فإنه**

إذا كانت درجة البسط = درجة المقام فإن ، التهاية = $\frac{\text{المعامل الرئيسي للبسط}}{\text{المعامل الرئيسي للمقام}}$

- إذا كانت درجة البسط اقل من درجة المقام فإن النهاية = صفر
- إذا كانت درجة البسط اكبر من درجة المقام فإن النهاية = $\pm\infty$

# التطبيقات الفيزيائية للتفاضل و التكامل

إعداد المعلمة
هند العديني

**التسارع**
$a(t)$

**السرعة**
$v(t)$

**المسافة**
$s(t), h(t)$

**تفاضل**
$a(t) = v'(t)$

**تفاضل**
$v(t) = h'(t)$

$v(t) = \int a(t)\, dt$
**تكامل**

$h(t) = \int v(t)\, dt$
**تكامل**

**تفاضل**
ميل المماس $= f'(t)$

ميل المماس أو ميل المنحنى
$f'(x)$

معادلة المنحنى
$f(x)$

التطبيقات الهندسية للتفاضل و التكامل

معادلة المنحنى $= \int f'(t)\, dt$
**تكامل**

**إعداد المعلمة**
**هند العديني**

المشتقة
أو التفاضل

باستخدام النهايات

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

باستخدام قواعد الاشتقاق

| |
|---|
| إذا كان $f(x) = x^n$ ، حيث $n$ عدد حقيقي، فإن: $f'(x) = nx^{n-1}$ . |
| مشتقة الدالة الثابتة تساوي صفرًا؛ أي أنه إذا كانت $f(x) = c$، حيث c عدد ثابت، فإن $f'(x) = 0$ . |
| إذا كانت $f(x) = cx^n$ ، حيث $c$ ثابت، و $n$ عدد حقيقي، فإن: $f'(x) = cnx^{n-1}$ |
| $\frac{d}{dx}[f(x)\,g(x)] = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$ . |
| $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$ |

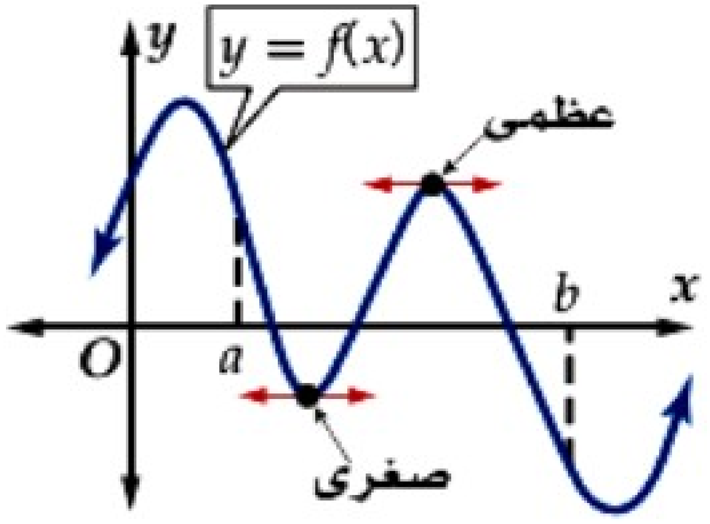
**المشتقات**

إذا كانت $f(x) = x$ ، فإن $f'(x) = 1$ ، و إذا كانت $f(x) = cx$ ، فإن $f'(x) = c$ .

## مفهوم أساسي

### نظرية القيمة القصوى

إذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإن لها قيمة عظمى وصغرى على الفترة $[a, b]$ ، وذلك إما عند إحدى طرفي الفترة أو عند إحدى النقاط الحرجة.




إعداد المعلمة
هند العديني

## خطوات إيجاد القيم القصوى

١- نوجد المشتقة

٢- نوجد النقط الحرجة بمساواة مشتقة الدالة بالصفر ونتأكد أنها تقع داخل الفترة المعطاة في السؤال

٣- نوجد قيم الدالة عند النقط الحرجة وعند الأطراف

٤- اكبر قيمة هي القيمة العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى

التكامل

**مفهوم أساسي** **التكامل المحدد**

يعطى التكامل المحدد للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ بالصيغة:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x \,,\ \Delta x = \frac{b-a}{n},\ x_i = a + i\Delta x$$

حيث $a$ **الحد الأدنى** للتكامل، و $b$ **الحد الأعلى** للتكامل، وتُسمَّى هذه الصيغة **مجموع ريمان الأيمن**.

ويُعبر هذا التكامل عن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ والمحور $x$ في الفترة $[a, b]$

إعداد المعلمة
هند العديني

**مفهوم أساسي** **قواعد الدالة الأصلية**

**قاعدة القوة**: إذا كان $f(x) = x^n$، حيث $n$ عدد نسبي لا يساوي $-1$، فإن: $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

**قاعدة ضرب دالة القوة في عدد ثابت**: إذا كان $f(x) = kx^n$، حيث $n$ عدد نسبي لا يساوي $-1$، $k$ عددًا ثابتًا، فإن: $F(x) = \frac{k\,x^{n+1}}{n+1} + C$.

**قاعدة المجموع والفرق**: إذا كان لـ $f(x)$، $g(x)$ دالتان أصليتان هما $F(x)$، $G(x)$ على الترتيب، فإن: $F(x) \pm G(x)$ دالة أصلية لـ $f(x) \pm g(x)$.

**مفهوم أساسي** **النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل**

إذا كانت $F(x)$ دالةً أصلية للدالة المتصلة $f(x)$، فإن

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

ويمكن التعبير عن الطرف الأيمن من هذه العبارة بالرمز $F(x)\Big|_a^b$.

# خاتمة

و في الختام أحمد الله عز وجل الذي أتم عليّ نعمة و أعانني على وضع هذا الكتيب أسال الله عز وجل أن أكون قد وفقت في تقديم مادة علمية مفيدة و صحيحة يستفيد منها كل من أطلع عليها فإن أصبت فبتوفيق رب العالمين و أن أخطأت فمن نفسي أسال الله التوفيق لي و لكم .

.

معلمة الرياضيات

هند علي العديني