تم تحميل وعرض المادة من :

موقع واجباتي

www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر
حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترتقي بمجال التعليم
على الإنترنت ويستطيع الطلاب تصفح حلول الكتب مباشرة
لجميع المراحل التعليمية المختلفة

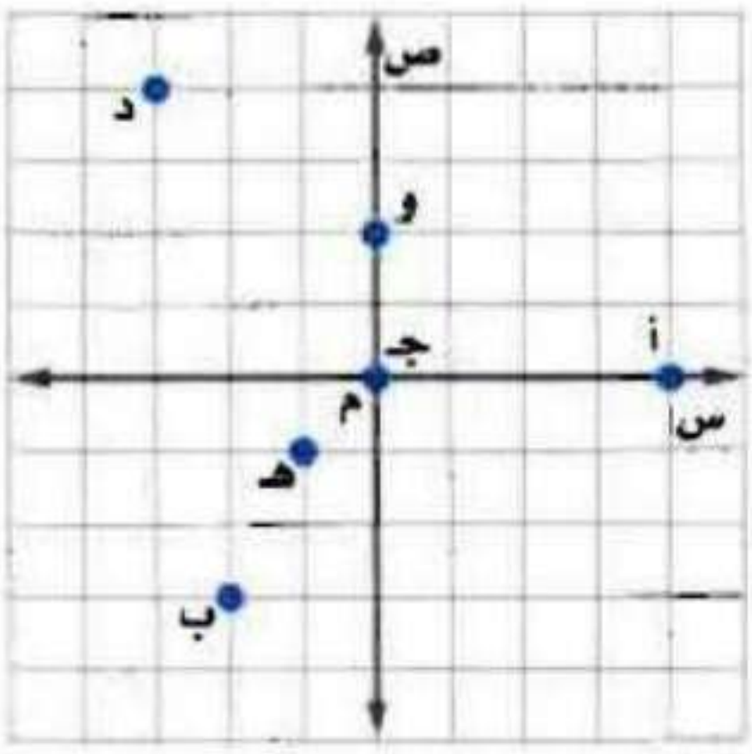
• جميع الحقوق محفوظة للقائمين على الموقع •

٥

أنظمة المعادلات الخطية

التهيئة

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي:



١) أ

أ = (0،4)

٢) د

د = (−3، 4)

٣)ب

ب = (−2، −3)

٤) جـ

جـ = (0 ، 0)

٥)هـ

هـ = (−1، −1)

٦) و

و = (0 ، 2)

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

٧) ٢س + ٤ = ١٢.

٢س + ٤ – ٤ = ١٢ – ٤

٢س = ٨

س = ٤

٨) ٣س = – ٩.

$$\text{س} = \frac{-9}{3}$$

س= -3

٩) م + ٢ = ٦.

م + ٢ – ٢ = ٦ – ٢

م = ٤

١٠) ٢ = م س + ب ، م ، ب ثابتان .

م س = ٢ – ب

$$س = \frac{2 - ب}{م}$$

١١) ب = ٢ل + (–٤)، ب ثابت.

ب = ٢ل – ٤

٢ل = ب + ٤

$$ل = \frac{ب + 4}{2}$$

١٢) ٢٠ – ١٠ص = ٤٠.

٢٠ – ١٠ص + ١٠ص = ٤٠ + ١٠ص

٢٠ = ٤٠ + ١٠ص

٢٠– ٤٠ = ٤٠ – ٤٠ + ١٠ص

– ٢٠= ١٠ص

$$ص = \frac{20-}{10}$$

ص = –٢

١٣) **هندسة:** إذا كانت م = $\frac{١}{٢}$ ق × ع، تمثل صيغة مساحة المثلث، حيث م المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه.

فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم.

$$م = \frac{1}{2}ق \times ع$$

$$م = \frac{1}{2} \times ١٠ \times ٥$$

م= ٢٥ سم^{٢}

١-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا

تحقق

أ١) ص =٢س+٣

ص= −٢س +٣

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة

فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

ب١) ص= س −٥

ص= −٢س −٥

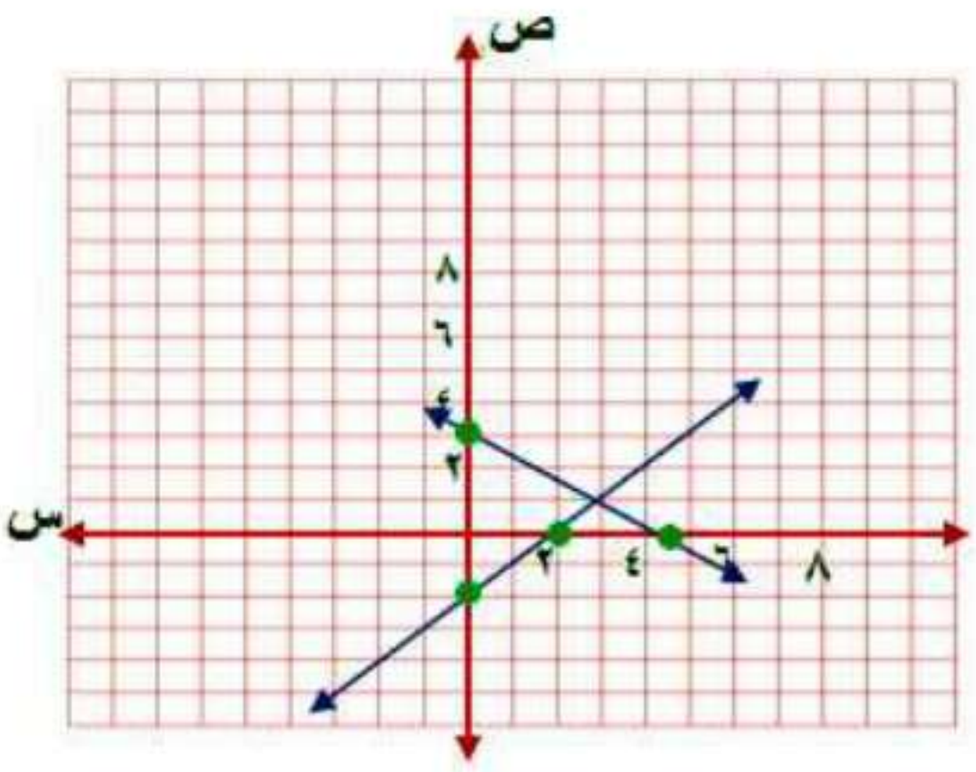
بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة

فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثّل كل نظام مما يأتى بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

١٢أ) س – ص = ٢

٣ص + ٢س = ٩



س – ص = ٢

عند س = ٠ ص = – ٢

إذن النقطة (٠ ، –٢)

عند ص = ٠ س = ٢

إذن النقطة (٢ ، ٠)

٣ص + ٢س = ٩

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

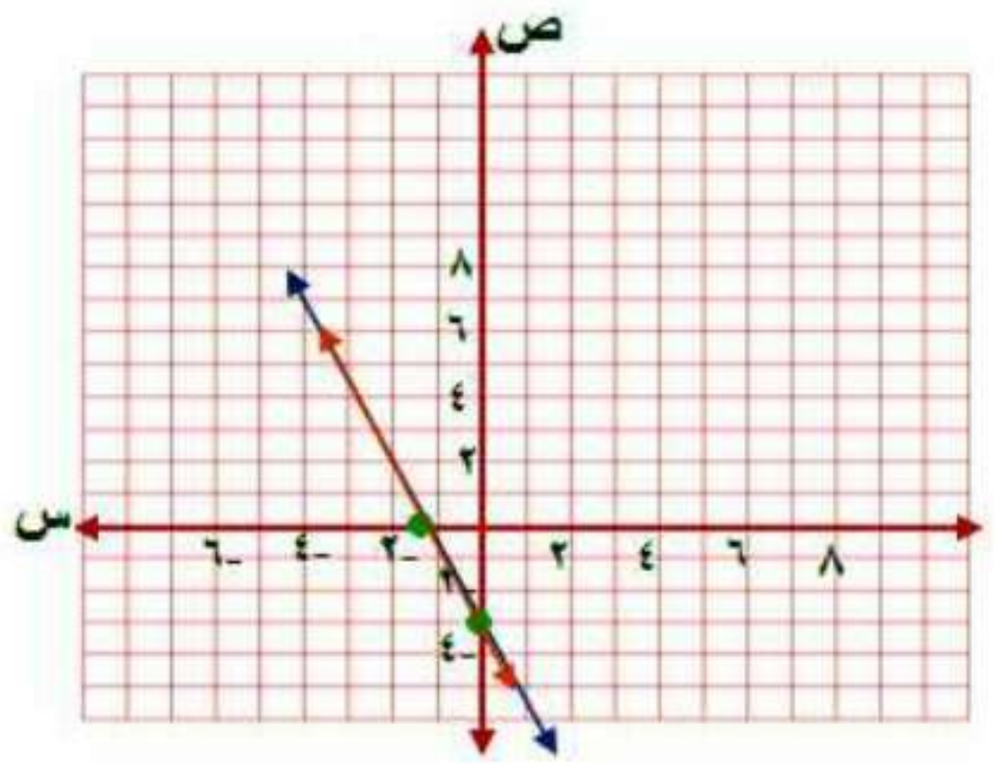
عند ص = ٠ س = ٤,٥

إذن النقطة (٤,٥ ، ٠)

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (٣، ١) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

٢ب) ص = −٢س − ٣

٦س + ٣ص = −٩



ص = −٢س − ٣

٦س + ٣ص = −٩ قسمة كل من الطرفين على ٣

٢س + ص = −٣

ص = −٢س − ٣

عند س = ٠ ص = − ٣

إذن النقطة (٠ ، − ٣)

عند ص = ٠ س = −١,٥

إذن النقطة (−١,٥ ، ٠)

بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانهائي من الحلول.

٣) **ساعات:** يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالًا، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالًا ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعًا يصبح معهما المبلغ نفسه؟

معادلة ما يوفره محمود: ص = ١٠س + ١٤

معادلة ما يوفره رائد: ص = ٧س + ٢٦

مثل المعادلتين بيانياً:

ص = ١٠س + ١٤

عند س = ٠ ص = ١٤

إذن النقطة (٠ ، ١٤)

عند ص = ٠ س = ـ١,٤

إذن النقطة (ـ١,٤ ، ٠)

ص = ٧س + ٢٦

عند س = ٠ ص = ٢٦

إذن النقطة (٠ ، ٢٦)

عند ص = ٠ س = ـ٣,٧

إذن النقطة (ـ٣,٧ ، ٠)

ص = ١٠س + ١٤ ضرب المعادلة في ٧

ص = ٧س + ٢٦ ضرب المعادلة في ١٠

٧ص = ٧٠س + ٩٨ ← ١

١٠ص = ٧٠س + ٢٦٠ ← ٢

بطرح المعادلتين ١و٢ينتج أن

ـ٣ص = ـ١٦٢

$$ص = \frac{162}{3}$$

ص = ٥٤

بالتعويض في أي من المعادلتين عن ص = ٥٤

٥٤ = ١٠س + ١٤

١٠س = ٥٤ ـ ١٤

١٠س = ٤٠

س = ٤

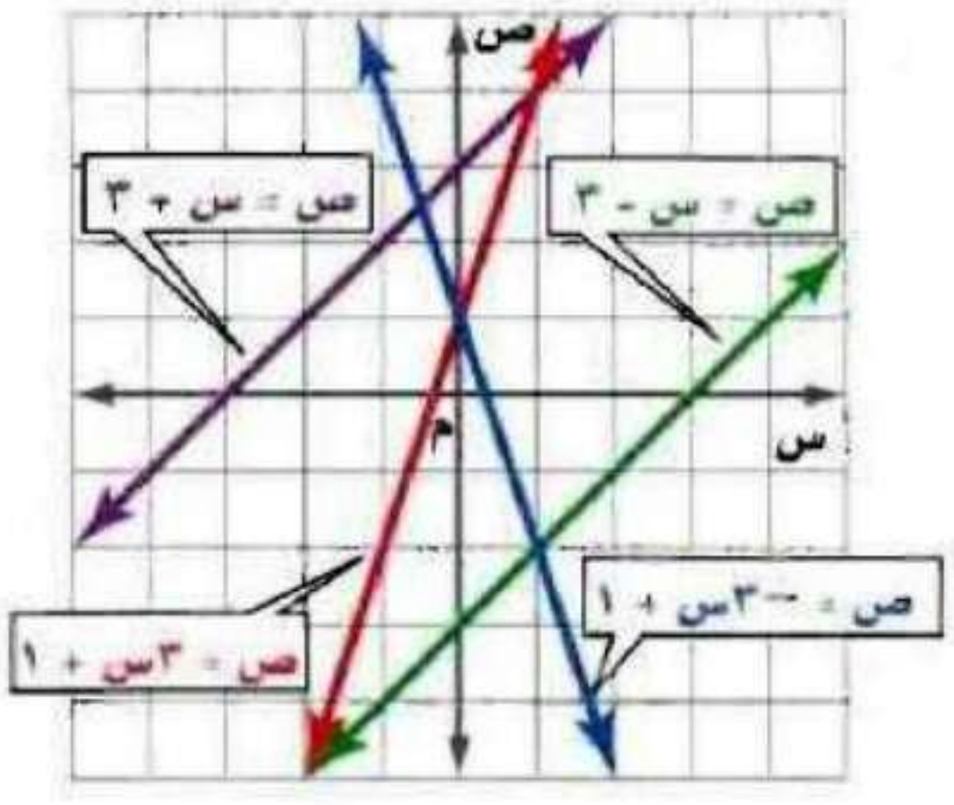
إذن نقطة التقاطع هي (٤، ٥٤)

بما أن نقطة التقاطع عند النقطة (٤، ٥٤)

إذن عدد الأسابيع = ٤ أسابيع.

مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل:



١) ص = −٣س + ١

ص = ٣س + ١

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة

فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

٢) ص = ٣س + ١

ص = س − ٣

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة

فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

٣) ص = س − ٣

ص = س + ٣

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

٤) ص = س + ٣

س − ص = −٣

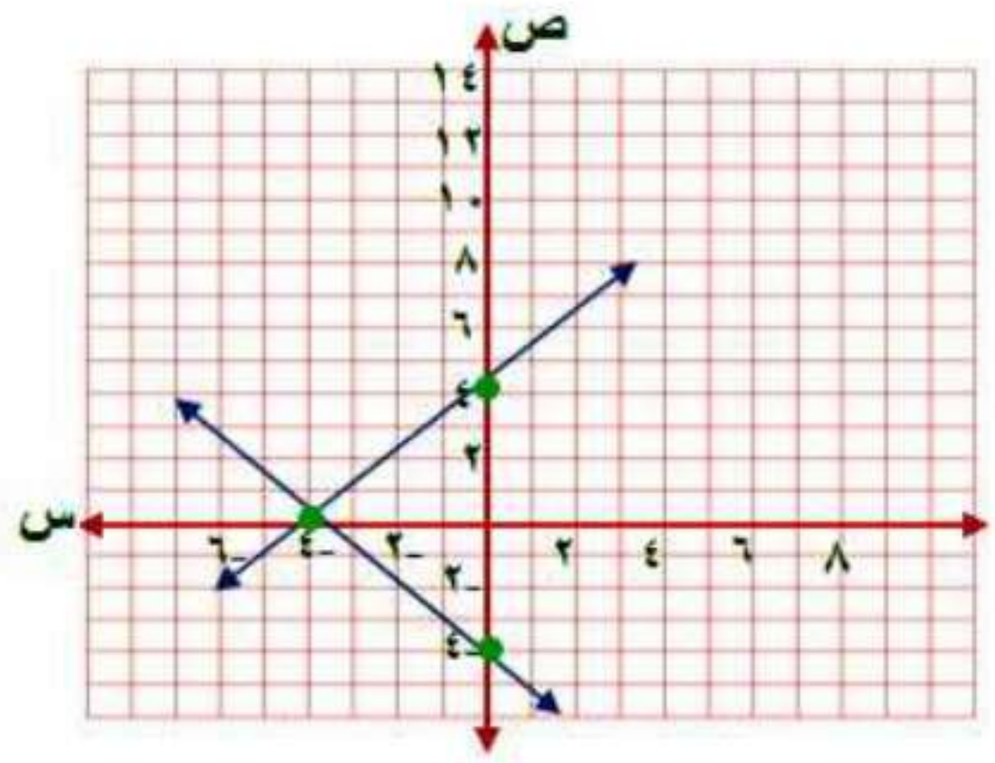
بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانهائي من الحلول والنظام متسق وغير مستقل.

مثال ٢

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

٥) ص = س + ٤

ص = −س − ٤



ص = س + ٤

عند س = ٠ ص = ٤

إذن النقطة (٠ ، ٤)

عند ص = ٠ س = −٤

إذن النقطة (−٤، ٠)

ص = ـ س ـ ٤

عند س = ٠ ص = ـ٤

إذن النقطة (٠ ، ـ٤)

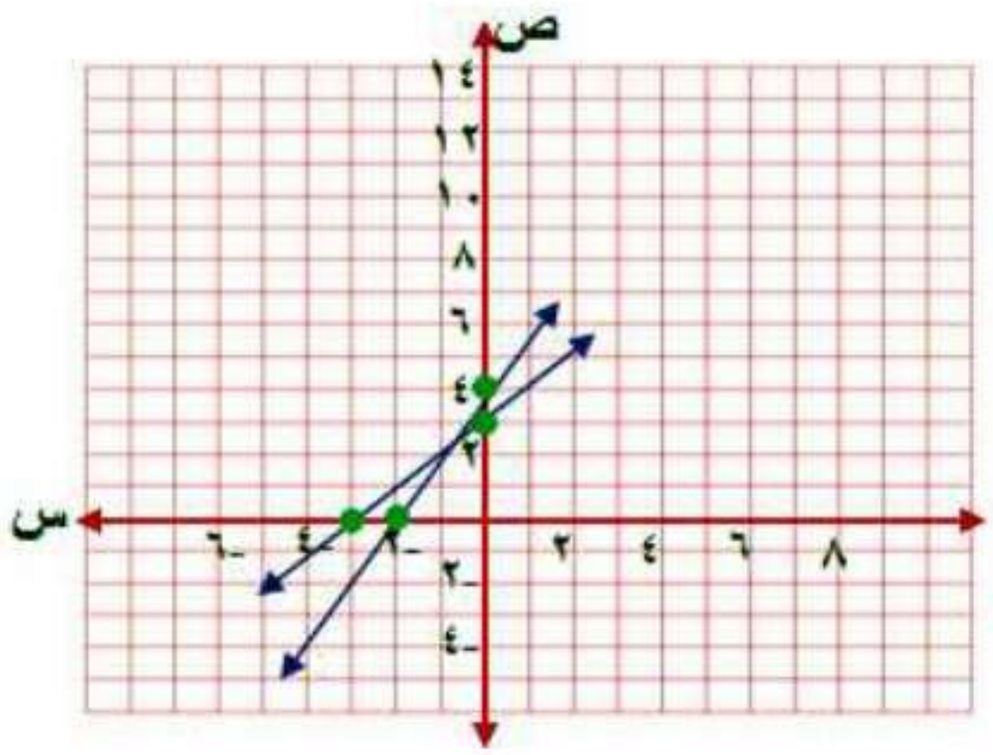
عند ص = ٠ س = ـ١,٤

إذن النقطة (ـ٤ ، ٠)

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (ـ٤، ٠) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

٦) ص = س + ٣

ص = ٢س + ٤



ص = س + ٣

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

عند ص = ٠ س = -٣

إذن النقطة (-٣ ، ٠)

ص = ٢س + ٤

عند س = ٠ ص = ٤

إذن النقطة (٠ ، ٤)

عند ص = ٠ س = ـ٢

إذن النقطة (ـ٢ ، ٠)

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (ـ ١، ٢) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثال٣

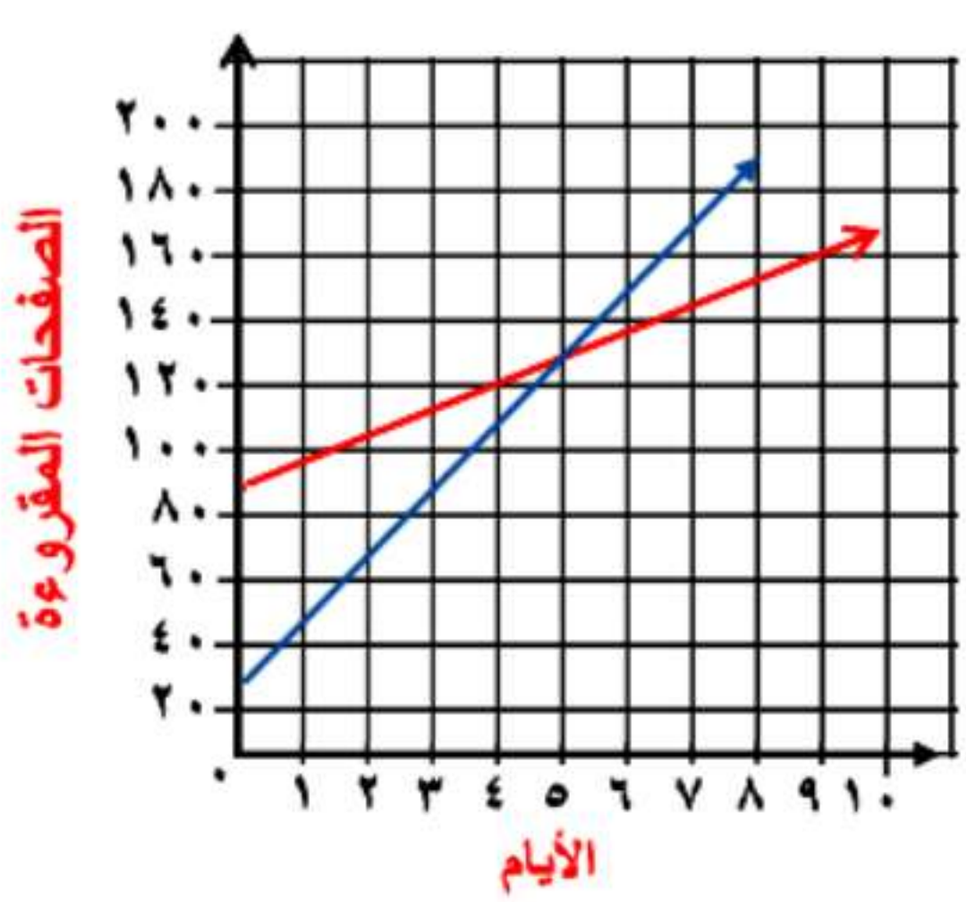
٧) **قراءة:** يقرأ كلٌّ من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

أ) اكتب معادلة تعبر عن **عدد** الصفحات التي يقرؤها كلٌّ منهما.

معادلة ما يقرأ صالح ص = ٢٠س + ٣٥

معادلة ما يقرأ عبد الله ص = ١٠س + ٨٥

ب) مثّل كل معادلة بيانيًّا.



ص = ٢٠س + ٣٥

عند س = ٠ ص = ٣٥

إذن النقطة (٠ ، ٣٥)

عند ص = ٠ س = ـ١,٧٥

إذن النقطة (ـ١,٧٥ ، ٠)

ص = ١٠س + ٨٥

عند س = ٠ ص = ٨٥

إذن النقطة (٠ ، ٨٥)

عند ص = ٠ س = ـ٨,٥

إذن النقطة (ـ٨,٥ ، ٠)

جـ) بعد كم يومًا يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله؟ تحقق من إجابتك وفسرها.

بعد ٦ أيام يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله.

لأن عند ٥ أيام يكون عدد الصفحات متساوية لأن المستقيمين الممثلين النظامين يتقاطعان عند النقطة (٥، ١٣٥) وبعدها يزداد عدد صفحات صالح عن عبد الله.

للتحقق: احسب عدد الصفحات للكل منها في اليوم السادس.

صالح: ص= ٢٠س + ٣٥

= ٢٠ × ٦ + ٣٥= ١٥٥

عبد الله: ص = ١٠س + ٨٥

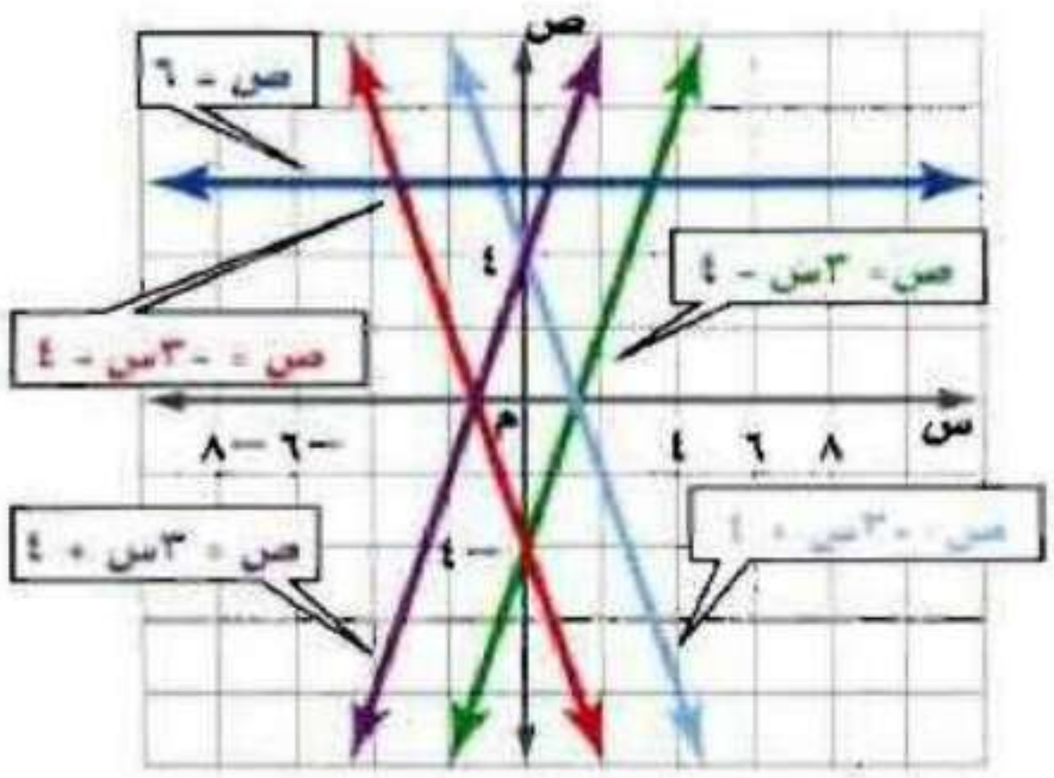
= ١٠ × ٦ + ٨٥ = ١٤٥

أي ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله في اليوم السادس.

تدرب وحل المسائل:

مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



٨) ص = -٣س + ٤

ص = -٣س - ٤

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

٩) ص = -٣س - ٤

ص = ٣س - ٤

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

١٠) ٣س – ص = –٤

ص = –٣س + ٤

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

١١) ٣س – ص = ٤

٣س + ص = ٤

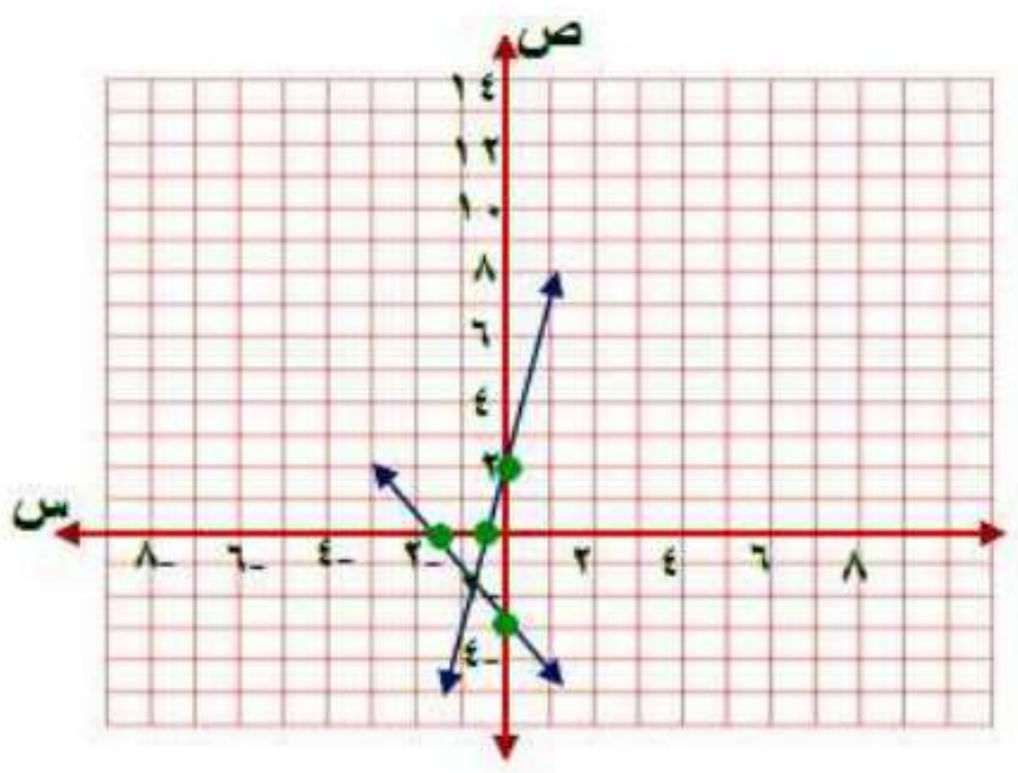
بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثال ٢

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه:

١٢) ص = ٤س + ٢

ص = −٢س − ٣



ص = ٤س + ٢

عند س = ٠ ص = ٢

إذن النقطة (٠ ، ٢)

عند ص = ٠ س = ـ٠,٥

إذن النقطة (ـ٠,٥ ، ٠)

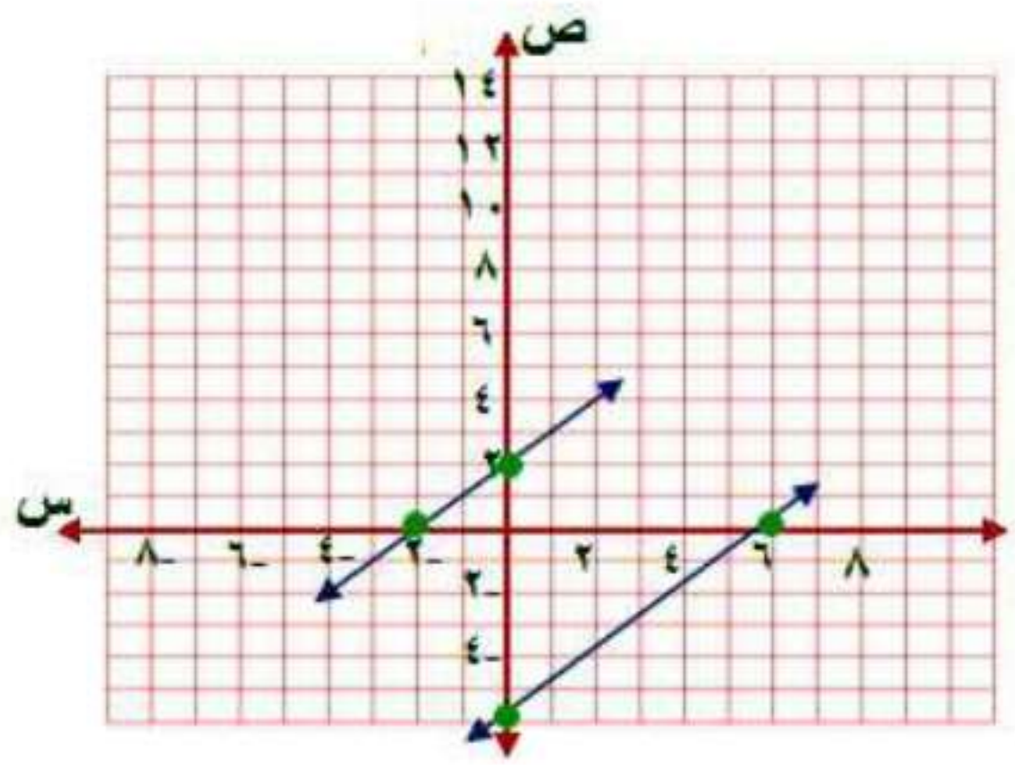
ص = ـ٢ س ـ ٣

عند س = ٠ ص = ـ ٣

إذن النقطة (٠ ، ـ ٣)

١٣) ص = س – ٦

ص = س + ٢



ص = س – ٦

عند س = ٠ ص = –٦

إذن النقطة (٠ ، –٦)

عند ص = ٠ س = ٦

إذن النقطة (٦ ، ٠)

ص = س + ٢

عند س = ٠ ص = ٢

إذن النقطة (٠ ، ٢)

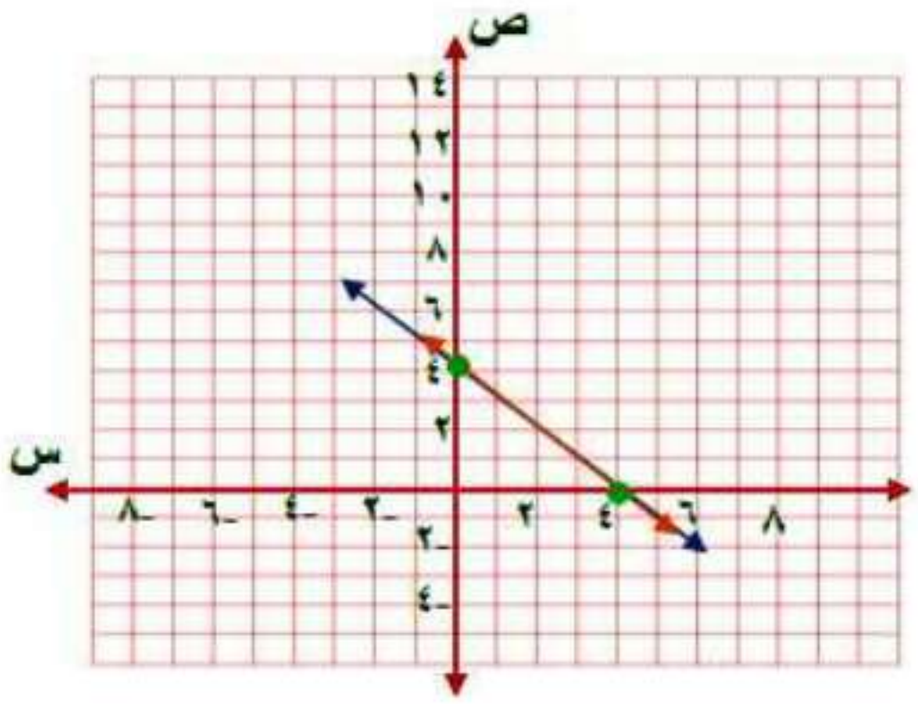
عند ص = ٠ س = −٢

إذن النقطة (−٢ ، ٠)

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان، إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

١٤) س + ص = ٤

٣س + ٣ص = ١٢



س + ص = ٤

عند س = ٠ ص = ٤

إذن النقطة (٠ ، ٤)

عند ص = ٠ س = ٤

إذن النقطة (٤ ، ٠)

٣س + ٣ص = ١٢ بالقسمة على ٣

س + ص = ٤

عند س = ٠ ص = ٤

إذن النقطة (٠ ، ٤)

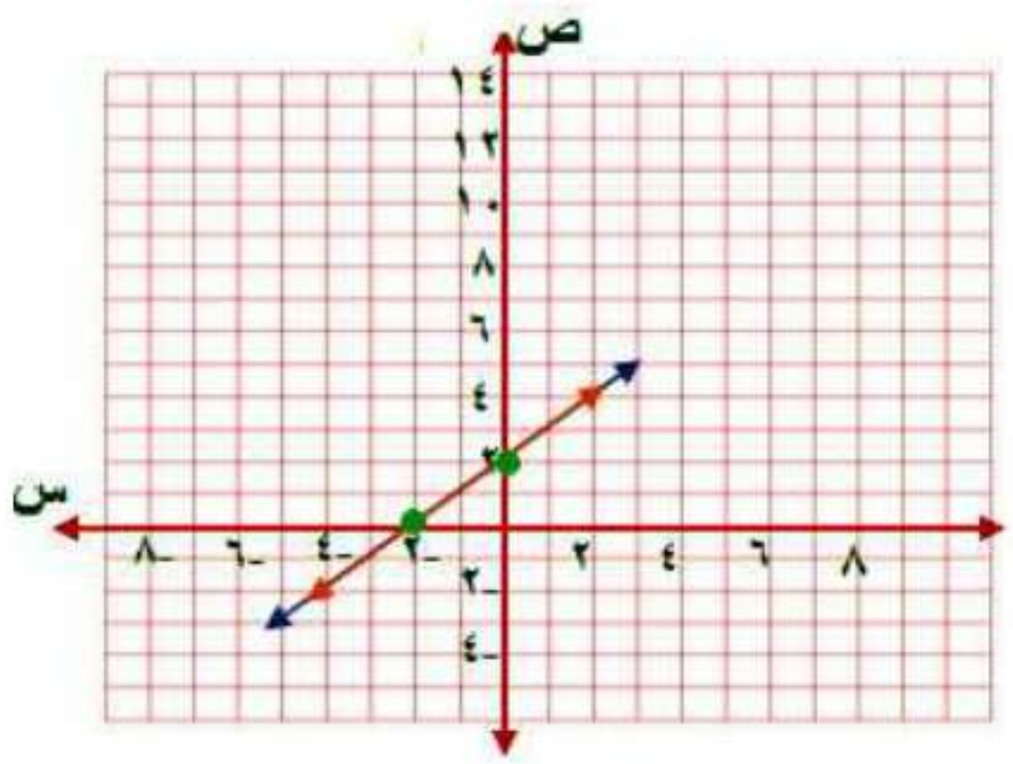
عند ص = ٠ س = ٤

إذن النقطة (٤ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

١٥) س – ص = –٢

–س + ص = ٢



س – ص = – ٢

عند س = ٠ ص = ٢

إذن النقطة (٠ ، ٢)

عند ص = ٠ س = –٢

إذن النقطة (–٢ ، ٠)

$- س + ص = ٢$

عند س = ٠ ص = ٢

إذن النقطة (٠ ، ٢)

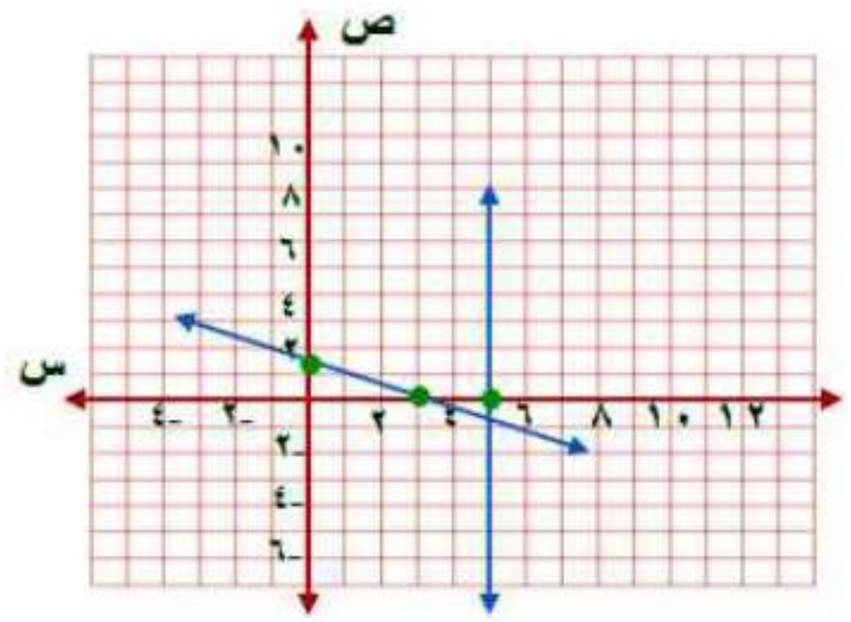
عند ص = ٠ س = -٢

إذن النقطة (-٢ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

١٦) س + ٢ص = ٣

س = ٥



س + ٢ص = ٣

عند س = ٠ ص = ١,٥

إذن النقطة (٠ ، ١,٥)

عند ص = ٠ س = ٣

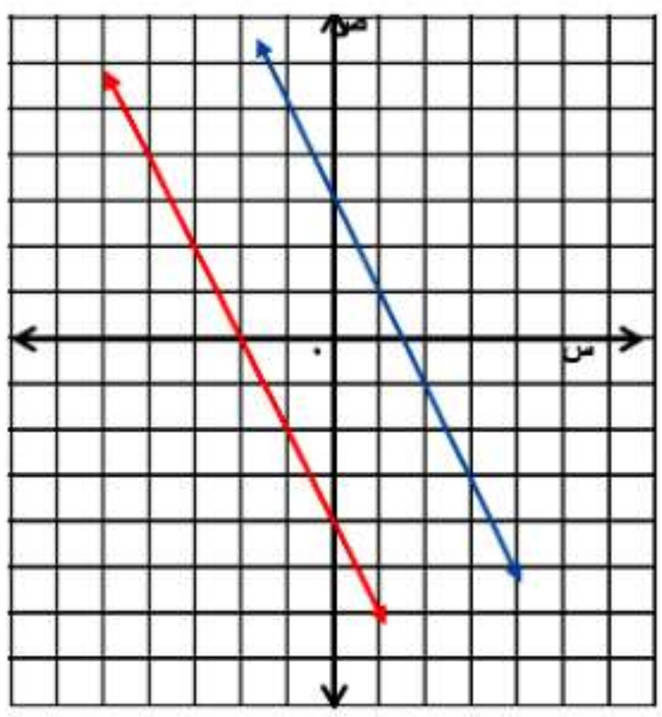
إذن النقطة (٣ ، ٠)

بما أن س = ٥ ارسم مستقيم يوازي محور ص

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (٥، – ١) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

١٧) ٢س + ص = −٤

ص + ٢س = ٣



٢س + ص = − ٤

عند س = ٠ ص = −٤

إذن النقطة (٠ ، −٤)

عند ص = ٠ س = −٢

إذن النقطة (−٢ ، ٠)

ص + ٢س = ٣

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

عند ص = ٠ س = ١,٥

إذن النقطة (١,٥، ٠)

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

مثال٣

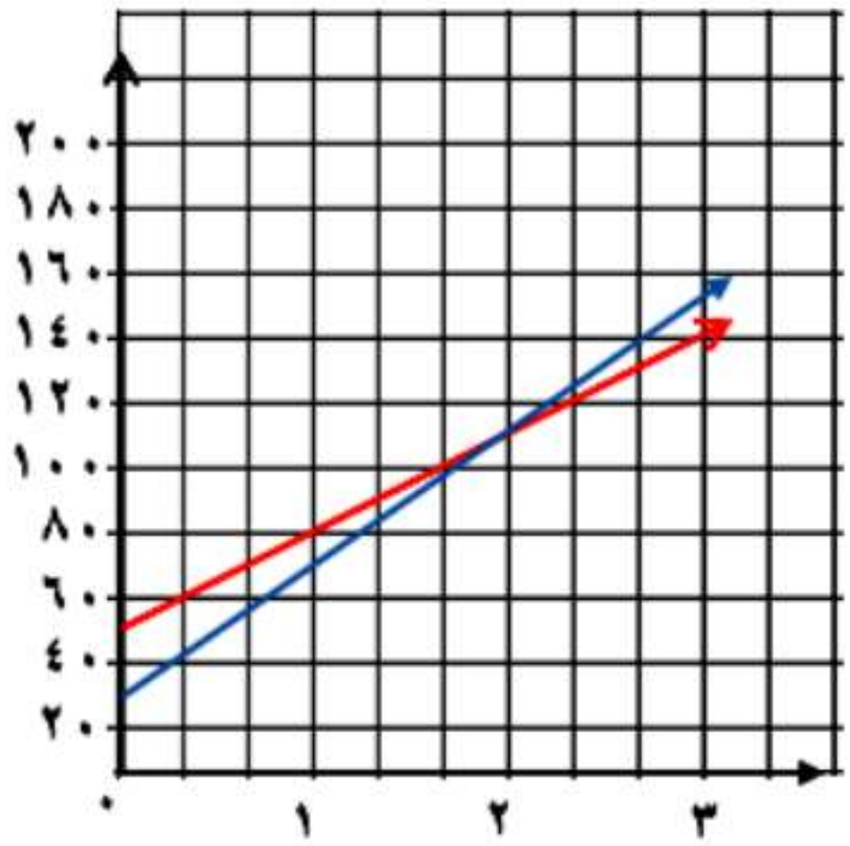
١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًّا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

عدد طوابع خالد ص = ٤٠س + ٣٠

عدد طوابع سعود ص = ٣٠س + ٥٠

ب) مثِّل كل معادلة بيانيًّا.



ص = ٤٠س + ٣٠

عند س = ٠ ص = ٣٠

إذن النقطة (٠ ، ٣٠)

عند ص = ٠ س = ـ٠,٧٥

إذن النقطة (ـ٠,٧٥ ، ٠)

ص= ٣٠س + ٥٠

عند س = ٠ ص = ٥٠

إذن النقطة (٠ ، ٥٠)

عند ص = ٠ س = ـ١,٧

إذن النقطة (ـ١,٧ ، ٠)

جـ) بعد كم أسبوعًا يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

ص = ٤٠س + ٣٠

ص= ٣٠س + ٥٠

٠ = ١٠س – ٢٠

١٠س = ٢٠

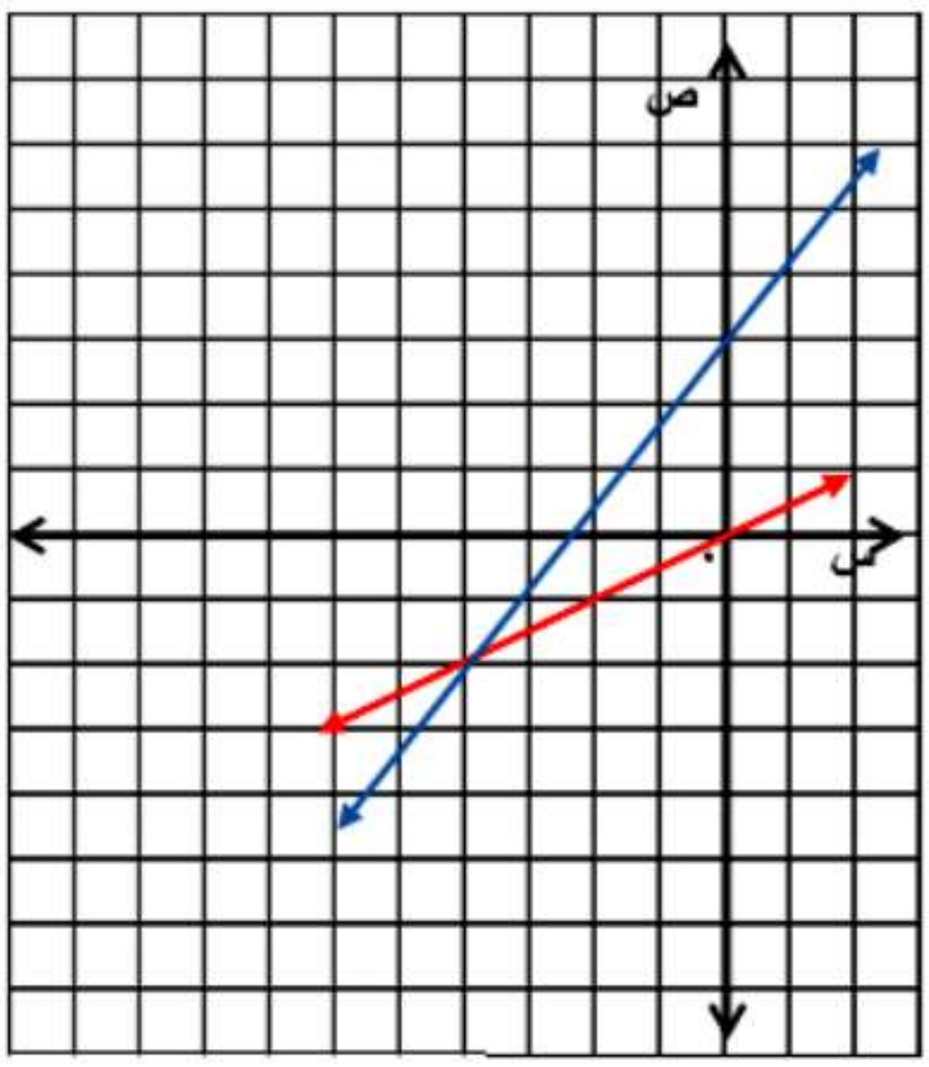
س = ٢

إذن بعد أسبوعين يكون لهما نفس عدد الطوابع.

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

١٩) ص = $\frac{١}{٢}$ س

ص = س + ٢



ص = $\frac{1}{2}$ س

عند س = ٠ ص = ٠

إذن النقطة (٠ ، ٠)

عند ص = ٠ س = ٠

إذن النقطة (٠ ، ٠)

ص = س + ٢

عند س = ٠ ص = ٢

إذن النقطة (٠ ، ٢)

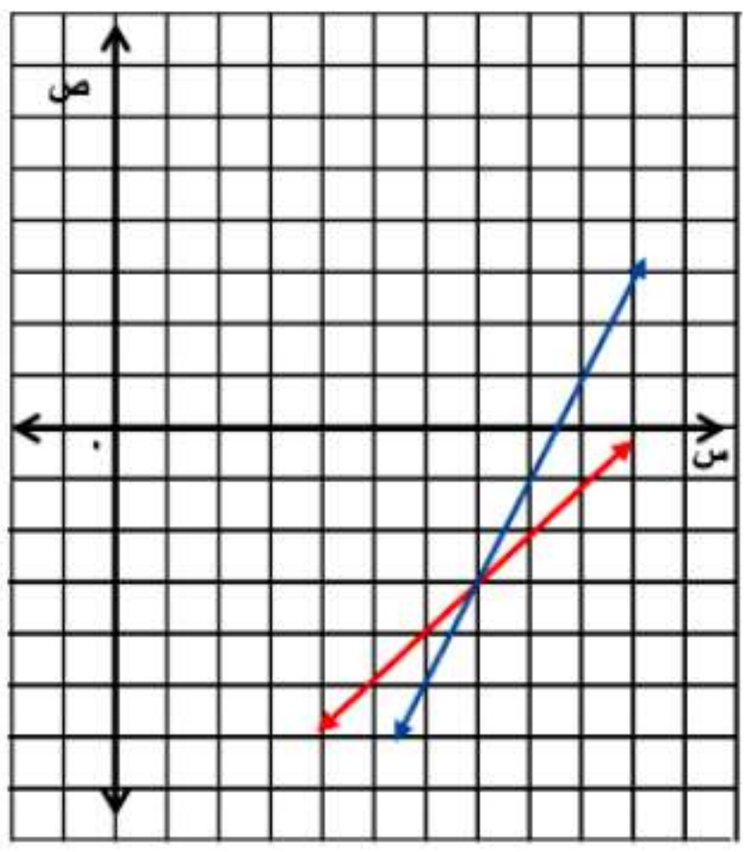
عند ص = ٠ س = ـ٢

إذن النقطة (ـ٢، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (١، ٣) فهي الحل للمعادلتين.

٢٠) ص = ٢س – ١٧

ص = س – ١٠



ص = ٢س – ١٧

عند س = ٠ ص = –١٧

إذن النقطة (٠ ، –١٧)

عند ص = ٠ س = ٨,٥

إذن النقطة (٨,٥ ، ٠)

ص = س – ١٠

عند س = ٠ ص = –١٠

إذن النقطة (٠ ، –١٠)

عند ص = ٠ س = ١٠

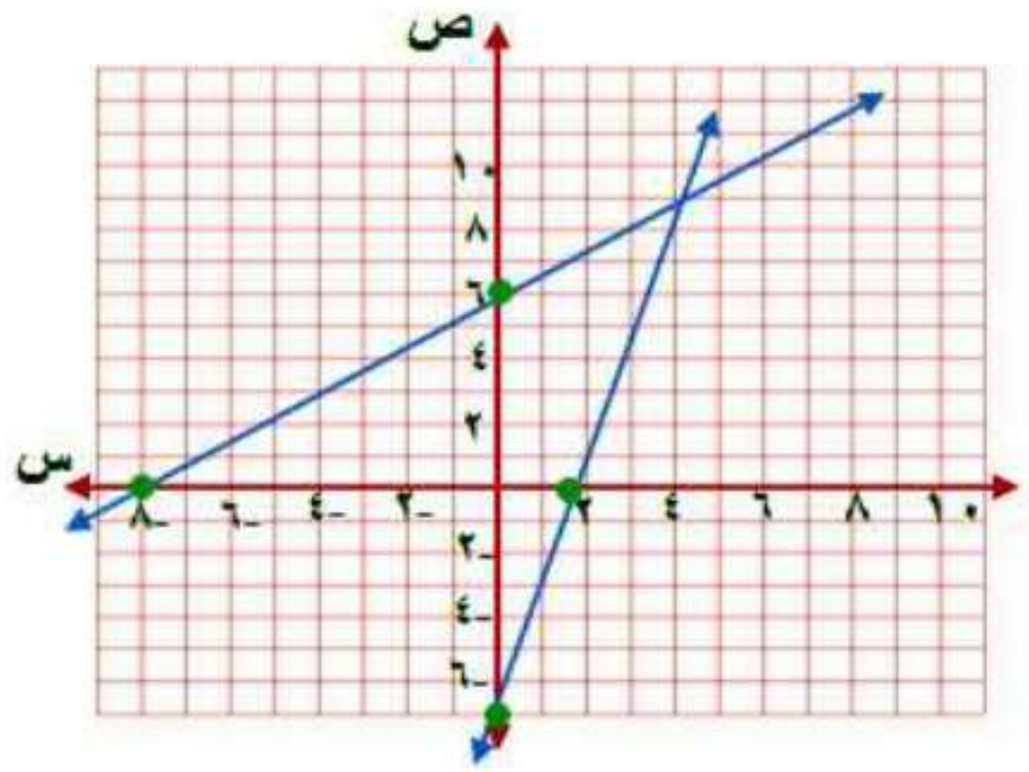
إذن النقطة (١٠ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (٧، – ٣)

فهي الحل للمعادلتين.

٢١) $-٣س + ٤ص = ٢٤$

$٤س - ص = ٧$



$- ٣س + ٤ص = ٢٤$

عند س = ٠ ص = ٦

إذن النقطة (٠ ، ٦)

عند ص = ٠ س = ـ٨

إذن النقطة (ـ٨ ، ٠)

٤س – ص = ٧

عند س = ٠ ص = –٧

إذن النقطة (٠ ، –٧)

عند ص = ٠ س = ١,٧٥

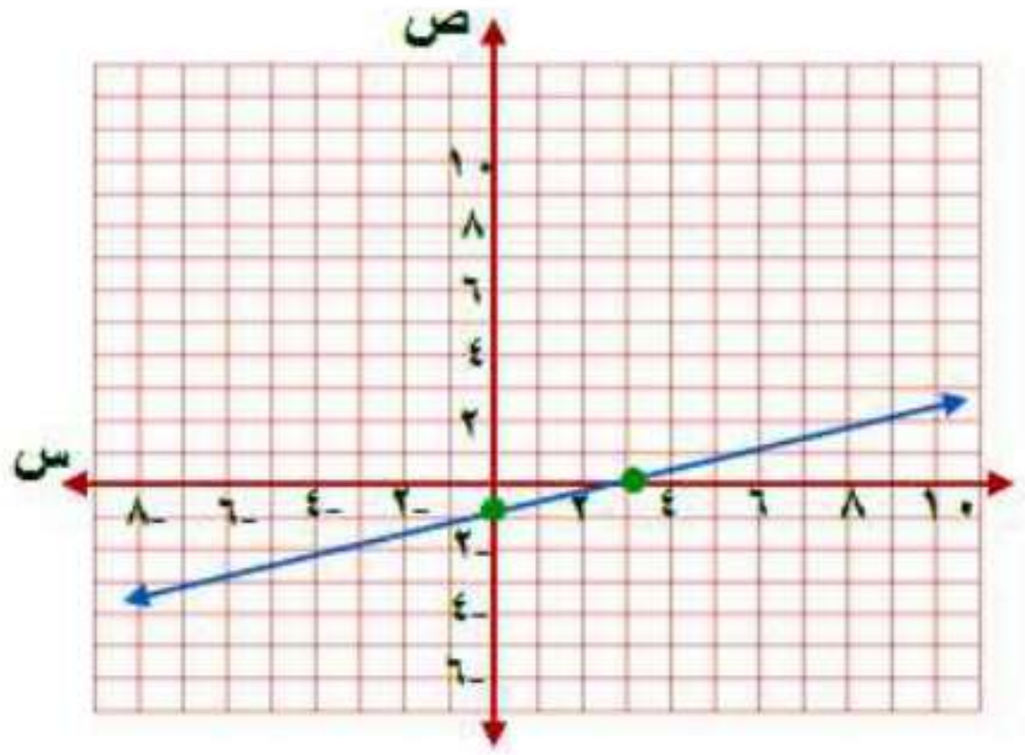
إذن النقطة (١,٧٥ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (٤، ٩)

فهي الحل للمعادلتين.

٢٢) ٢س – ٨ص = ٦

س – ٤ص = ٣



٢س – ٨ص = ٦

عند س = ٠ ص = –٠,٧٥

إذن النقطة (٠ ، – ٠,٧٥)

عند ص = ٠ س = ٣

إذن النقطة (٣ ، ٠)

س ـ ٤ص = ٣

عند س = ٠ ص = ـ ٠,٧٥

إذن النقطة (٠ ، ـ ٠,٧٥)

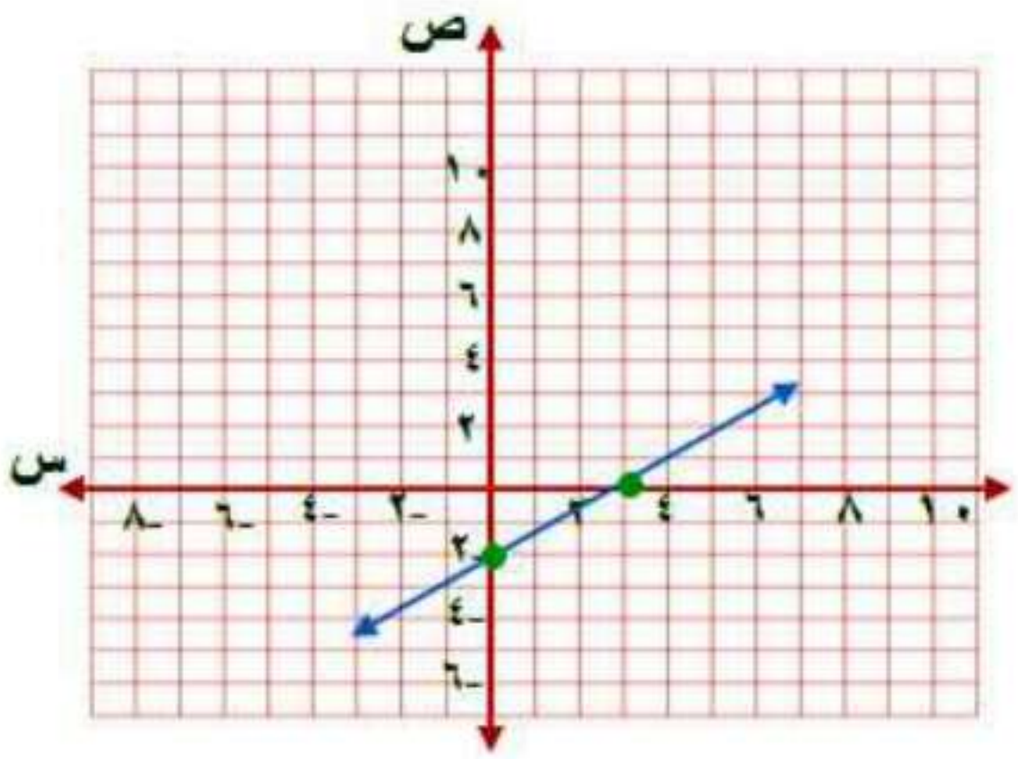
عند ص = ٠ س = ٣

إذن النقطة (٣ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

٢٣) ٤س – ٦ص = ١٢

–٢س + ٣ص = –٦



٤س – ٦ص = ١٢

عند س = ٠ ص = –٢

إذن النقطة (٠ ، –٢)

عند ص = ٠ س = ٣

إذن النقطة (٣ ، ٠)

$-٢س + ٣ص = -٦$

عند س = ٠ ص = -٢

إذن النقطة (٠ ، -٢)

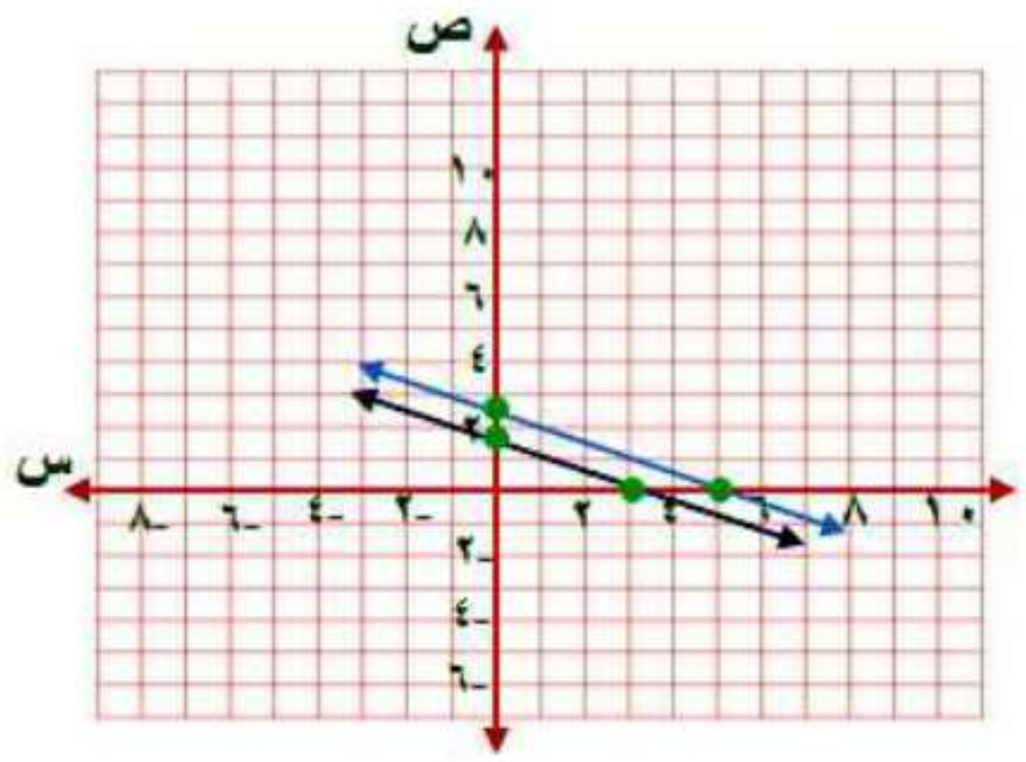
عند ص = ٠ س = ٣

إذن النقطة (٣ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

٢٤) ٢س + ٣ص = ١٠

٤س + ٦ص = ١٢



٢س + ٣ص = ١٠

عند س = ٠ ص = ٣,٣٣

إذن النقطة (٠ ، ٣,٣٣)

عند ص = ٠ س = ٥

إذن النقطة (٥ ، ٠)

٤س + ٦ص = ١٢

عند س = ٠ ص = ٢

إذن النقطة (٠ ، ٢)

عند ص = ٠ س = ٣

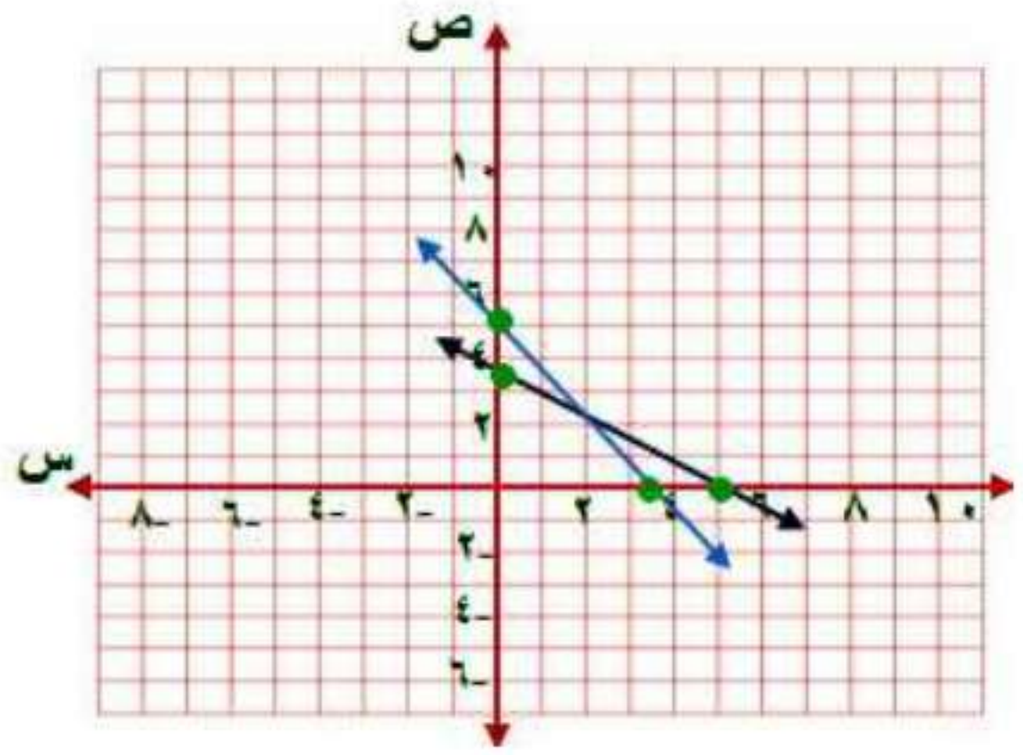
إذن النقطة (٣ ، ٠)

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

٢٥) ٣س + ٢ص = ١٠

٢س + ٣ص = ١٠



٣س + ٢ص = ١٠

عند س = ٠ ص = ٥

إذن النقطة (٠ ، ٥)

عند ص = ٠ س = ٣,٣٣

إذن النقطة (٣,٣٣ ، ٠)

٢س + ٣ص = ١٠

عند س = ٠ ص = ٣,٣٣

إذن النقطة (٠ ، ٣,٣٣)

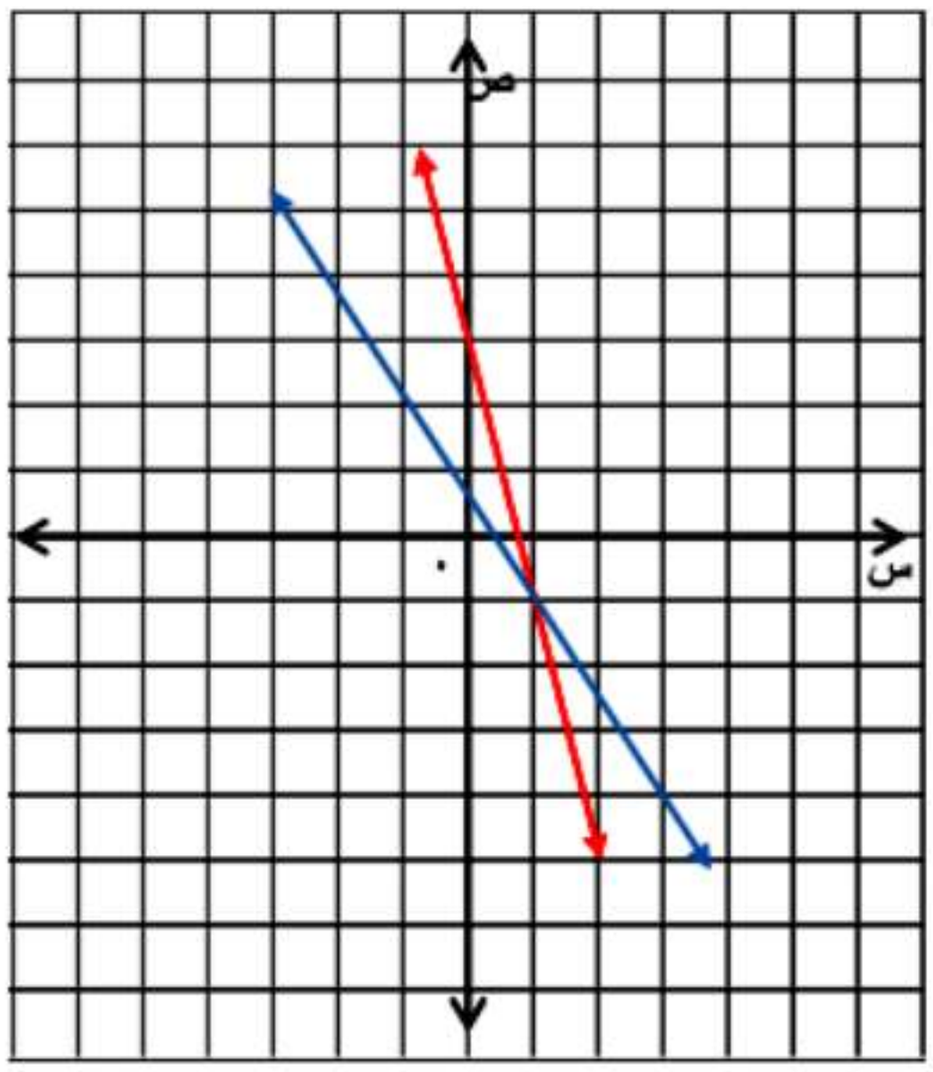
عند ص = ٠ س = ٥

إذن النقطة (٥ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (٢، ٢) فهي الحل للمعادلتين.

٢٦) $\frac{٣}{٤}$ س + $\frac{١}{٢}$ ص = $\frac{١}{٤}$

$\frac{٢}{٣}$ س + $\frac{١}{٦}$ ص = $\frac{١}{٢}$



$\frac{1}{4}$ = ص$\frac{1}{2}$ + س$\frac{3}{4}$

عند س = ٠ ص = $\frac{1}{2}$

إذن النقطة (٠ ، $\frac{1}{2}$)

عند ص = ٠ س = ٠,٣٣

إذن النقطة (٠,٣٣ ، ٠)

$$\frac{2}{3}س + \frac{1}{6}ص = \frac{1}{2}$$

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

عند ص = ٠ س = ٠,٧٥

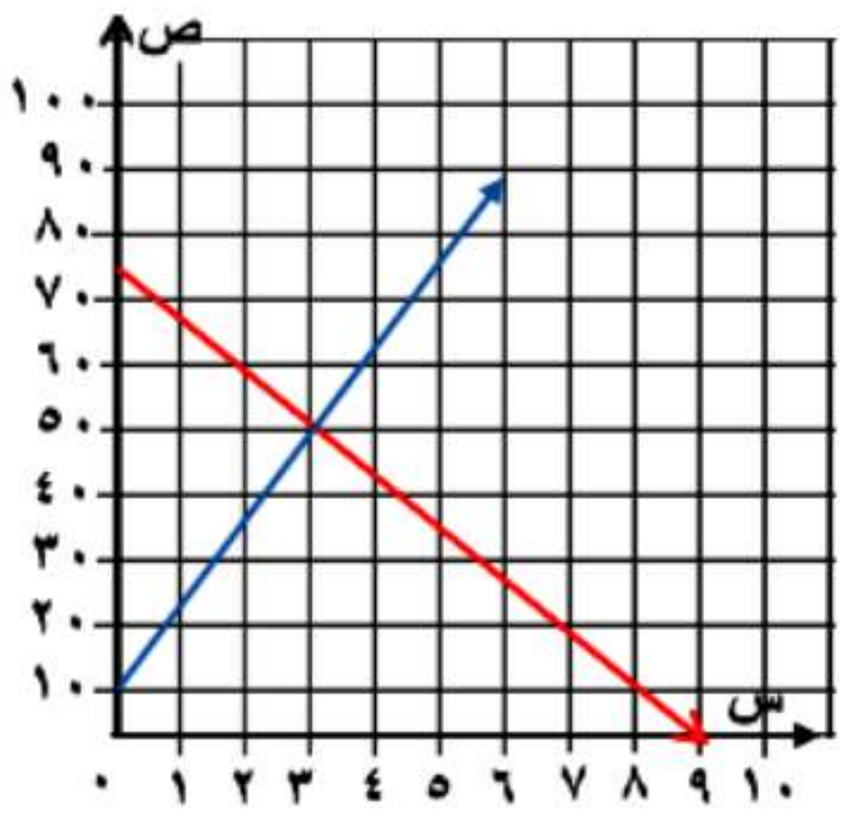
إذن النقطة (٠,٧٥ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (١، –١)

فهي الحل للمعادلتين.

٢٧) **تصوير:** افترض أن ص تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، س تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ . إذا كانت المعادلة ص = ١٢,٥س+ ٩,١٠ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المبيعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة ص= -١,٩س+٧٨,٨ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المبيعة.

أ) فمثّل كل معادلة بيانيًّا.



ص = ١٢,٥س + ١٠,٩

عند س = ٠ ص = ١٠,٩

إذن النقطة (٠ ، ١٠,٩)

عند ص = ٠ س = -٠,٨٧٢

إذن النقطة (-٠,٨٧٢ ، ٠)

ص = ـ٩,١س + ٧٨,٨

عند س = ٠ ص = ٧٨,٨

إذن النقطة (٠ ، ٧٨,٨)

عند ص = ٠ س = ٨,٧

إذن النقطة (٨,٧ ، ٠)

ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية ؟

عند س = ٤

ص = ١٢,٥ × ٤ + ١٠,٩

ص = ٦٠,٩

ص = ـ ٩,١×٤ + ٧٨,٨

ص = ـ٣٦,٤ + ٧٨,٨

ص = ٤٢,٤

إذن بعد ٤ سنوات تتجاوز مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية أي في عام ١٤٢٤.

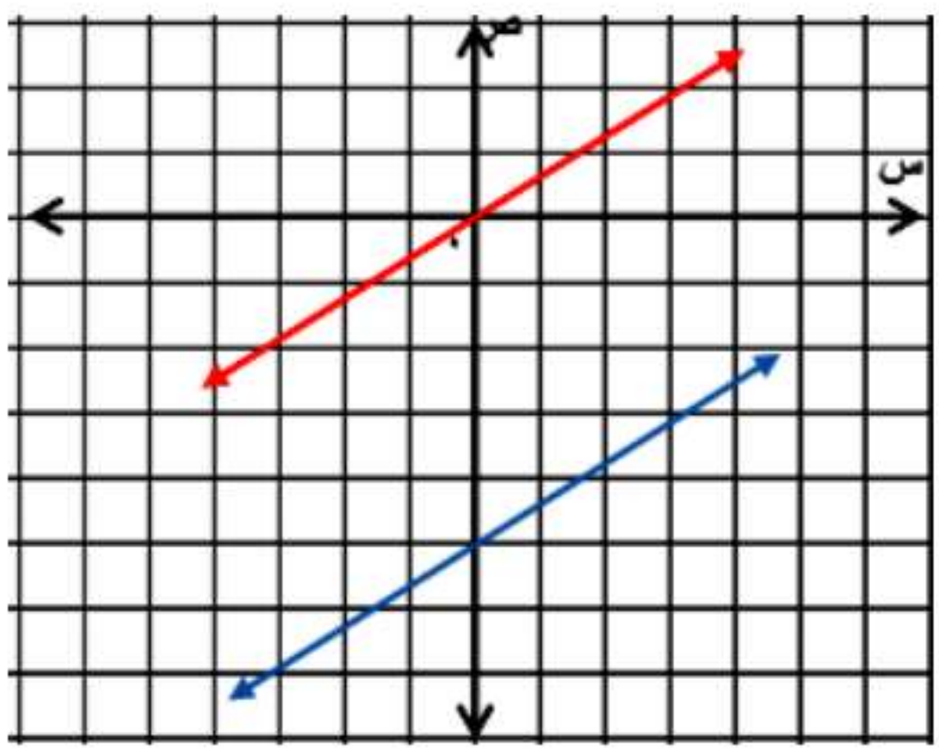
جـ) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

في عام ١٤٢٩ هـ تتوقف مبيعات آلات التصوير العادية.

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٢٨) ٢ص = ٢,١س − ١٠

٤ص = ٢,٤س



٢ص = ٢,١س – ١٠

عند س = ٠ ص = –٥

إذن النقطة (٠ ، –٥)

عند ص = ٠ س = ٨,٣

إذن النقطة (٨,٣ ، ٠)

٤ص = ٢,٤س

عند س = ٠ ص = ٠

إذن النقطة (٠ ، ٠)

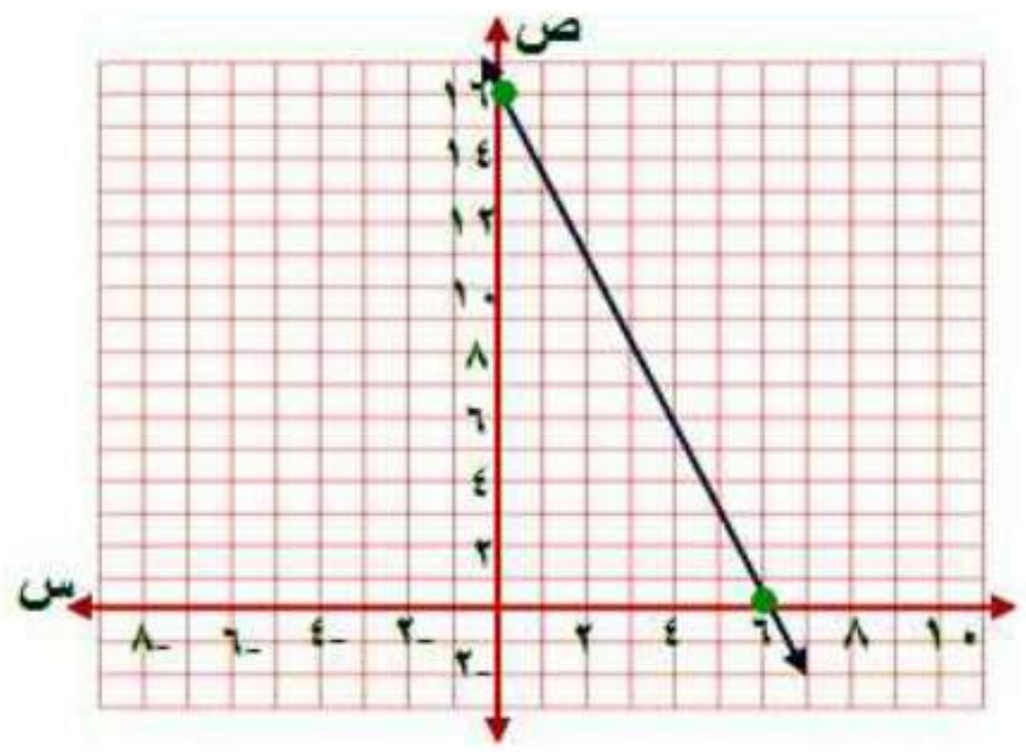
عند ص = ٠ س = ٠

إذن النقطة (٠ ، ٠)

بما أن ميل كل من المعادلتين ١ و ٢ متساويان وتقاطعهما الصادي مختلف
إذن المعادلتين متوازيان ولا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

٢٩) $س = ٦ - \frac{٣}{٨} ص$

$\frac{٢}{٣} س + \frac{١}{٤} ص = ٤$



$\frac{2}{3} س + \frac{1}{4} ص = ٤$

عند س = ٠ ص = ١٦

إذن النقطة (٠ ، ١٦)

عند ص = ٠ س = ٦

إذن النقطة (٦ ، ٠)

$$٦ = س + \frac{3}{8}ص$$

عند س = ٠ ص = ١٦

إذن النقطة (٠ ، ١٦)

عند ص = ٠ س = ٦

إذن النقطة (٦ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

٣٠) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

أ) جبريًا: حل المعادلة $\frac{١}{٢}$ س + ٣ = −س + ١٢ جبريًّا.

$\frac{1}{2}$ س + ٣ = − س + ١٢ بالضرب × ٢

س + ٦ = −٢س + ٢٤

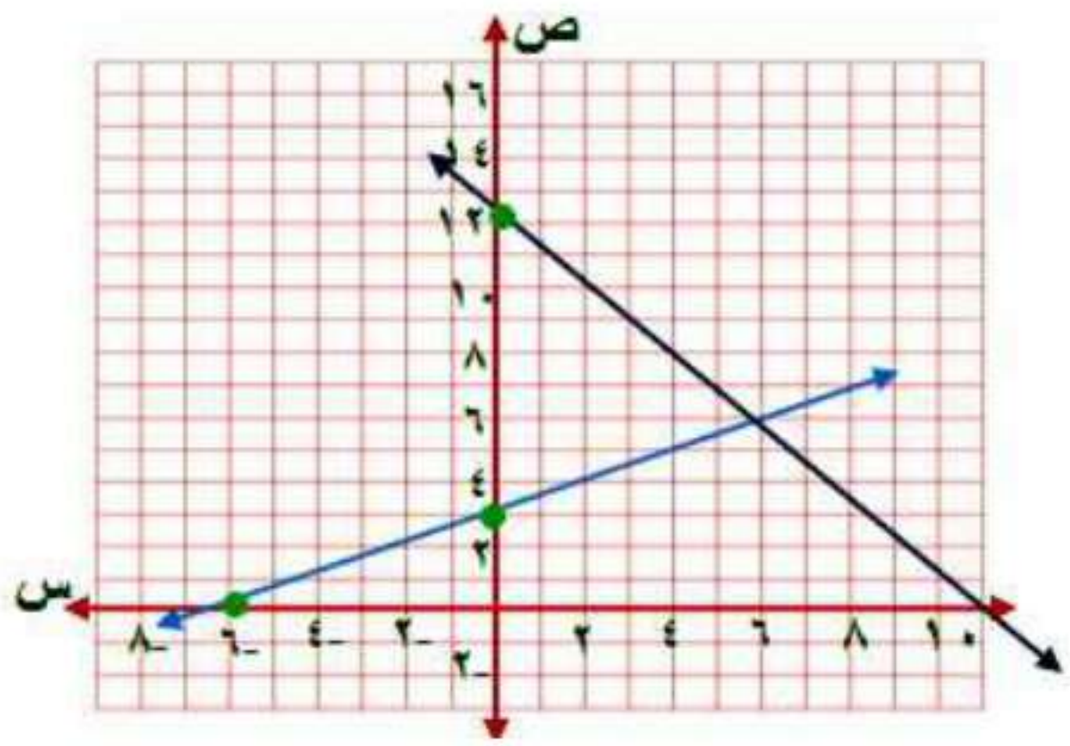
س + ٢س + ٦ = −٢س + ٢س + ٢٤

٣س + ٦ = ٢٤

٣س = ١٨

س = ٦

ب) بيانيًا، حل نظام المعادلتين ص= $\frac{١}{٢}$ س + ٣، ص= −س + ١٢ بيانيًّا.



$$ص = \frac{1}{2} س + ٣$$

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

عند ص = ٠ س = ـ٦

إذن النقطة (ـ٦ ، ٠)

ص = ـ س + ١٢

عند س = ٠ ص = ١٢

إذن النقطة (٠ ، ١٢)

عند ص = ٠ س = ١٢

إذن النقطة (١٢ ، ٠)

الحل هو (٦ ، ٦)

جـ)تحليليًا، ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

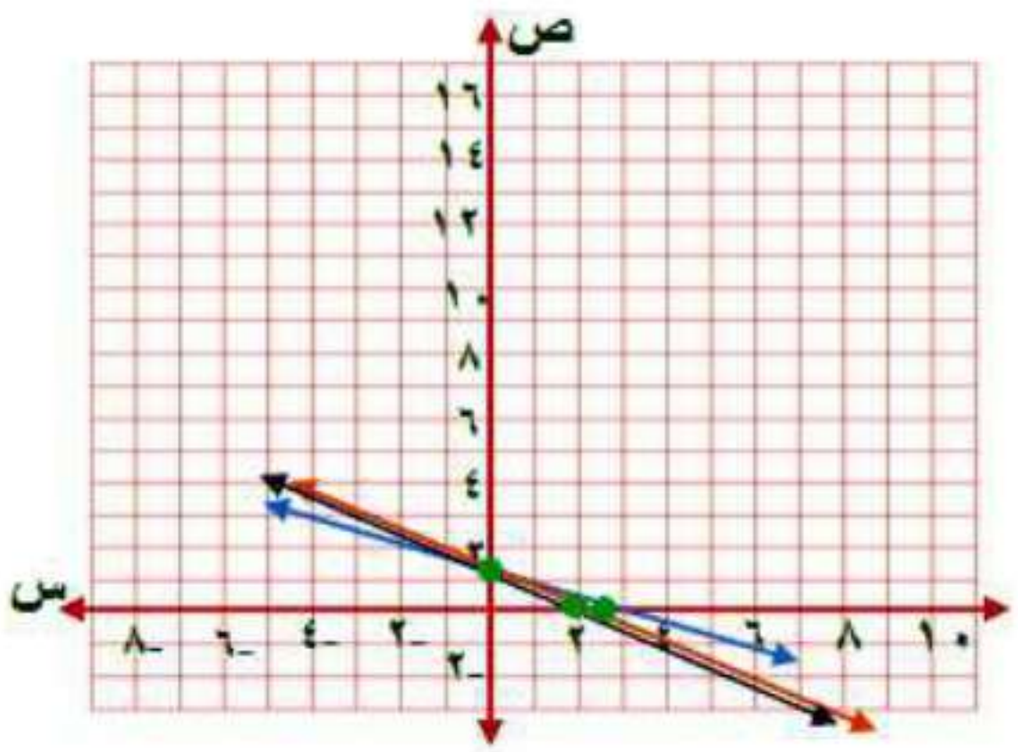
كل طرف في المعادلة في الفرع (أ) يساوي أحد قيم ص في النظام في (ب).

د) لفظيًا، وضح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

يمكن إيجاد الحل بمعرفة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع المستقيمين في النظام.

مسائل مهارات التفكير العليا:

٣١) **تحد:** استعمل التمثيل البياني لحل النظام ٢س+٣ص= ٥، ٣س+٤ص= ٦، ٤س+٥ص= ٧.



٢س + ٣ص = ٥

عند س = ٠ ص = ١,٧

إذن النقطة (٠ ، ١,٧)

عند ص = ٠ س = ٢,٥

إذن النقطة (٢,٥، ٠)

٣س + ٤ص = ٦

عند س = ٠ ص = ١,٥

إذن النقطة (٠ ، ١,٥)

عند ص = ٠ س = ٢

إذن النقطة (٢ ، ٠)

٤س + ٥ص = ٧

عند س = ٠ ص = ١,٤

إذن النقطة (٠ ، ١,٤)

عند ص = ٠ س = ١,٧٥

إذن النقطة (١,٧٥ ، ٠)

بما أن جميع المستقيمات تتقاطع عند النقطة (– ٢، ٣) إذاً هي الحل المشترك للنظام.

٣٢) تبرير: بيّن هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكّل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلًّا له، تكون له حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له أية حلول أخرى.

دائما، إذا كانت المعادلات خطية وللنظام أكثر من حل واحد فإنه يكون متسقاً وغير مستقل، وهذا يعني أن له عدد نهائيا من الحلول.

٣٣) أيٌّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك :

٣س - ٢ص = ١ ٢س + ٣ص = ١٨	٤س + ٢ص = ١٤ ١٢س + ٦ص = ١٨	-س + ٤ص = ٨ ٣س - ٦ص = ٦	٤س - ص = ٥ -٢س + ص = -١

٤س + ٢ص = ١٤
١٢س + ٦ص = ١٨

النظام الثاني هو المختلف عن باقي الأنظمة الثلاثة الأخرى

لأن هذا النظام غير متسق، أما باقي الأنظمة الأخرى فهي متسقة.

٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث معادلات تشكّل مع المعادلة ص = ٥س-٣ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب.

نظام غير متسق: ص = ٥س + ٣ ، ص = ٥س ـ ٣

نظام متسق وغير مستقل: ص = ـ ٥س ـ ٣ ، ص = ٥س ـ ٣

نظام متسق ومستقل: ٢ص = ١٠س ـ ٦ ، ص = ٥س ـ ٣

٣٥) **اكتب:** صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

مزايا الحل بالتمثيل البياني أنها توضح جميع بيانات النظام

وعيوبه أنه يصعب إيجاد القيم الدقيقة لكل من س، ص من التمثيل البياني.

تدريب على اختبار

٣٦) **إجابة قصيرة:** يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٠٠: ٩ صباحًا ٤٥٠٠ ، فكم يصبح عند الساعة ٠٠: ١٢ ظهرًا؟

عدد خلايا البكتريا الساعة ١٢:٠٠ = ٢٣٠٤٠٠٠ خلية.

٣٧) **هندسة:** قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتمترًا إلى قطع متساوية، ثم ألصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

أ) ٢٩٤ سم^{٣}

ب) ٣٤٣ سم^{٣}

ج) ١١٥٨ سم^{٣}

د) ٢٧٤٤ سم^{٣}

بما أن عدد أحرف المكعب ١٢ حرف

طول الحرف الواحد = ٨٤ ÷ ١٢ = ٧ سم

حجم المكعب = ٧ ^{٣}= ٣٤٣ سم ^{٣}

الاختيار الصحيح (ب)

مراجعة تراكمية

٣٨) **اختبار:** يبين الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، ويبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (الدرس ٤-٣)

الاختبار	الدرجة
١	٩١
٢	٩٥
٣	٨٨

أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

$$\frac{91+95+88+م}{4} \geq 92$$

ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

$$\frac{274 + م}{4} \geq 92$$

$$274 + م \geq 368$$

$$م \geq 94$$

يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع ٩٤ على الأقل.

جـ) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك.

نعم الإجابة معقولة

لأن المعدل المرغوب أعلى مما كان عليه.

٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣، ١)، والمعامد للمستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢. (الدرس ٣-٤)

بما أن المستقيمين متعامدين، إذا ميل المستقيم الآخر = ـ ٣

ص = م س + ب

١ = ـ ٣ ـ × ٣ ـ + ب

١ ـ ٩ = ب

ب = ـ٨

ص= ـ ٣س ـ ٨

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

٤٠) ١٥(ن + ٦) = ١٦٥ ؛ {٣، ٤، ٥، ٦، ٧}.

بالتعويض ن = ٣

١٥(٣ + ٦) = ١٦٥

١٣٥ ≠ ١٦٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض ن = ٤

١٥(٤ + ٦) = ١٦٥

١٥٠ ≠ ١٦٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض ن = ٥

١٥(٥ + ٦) = ١٦٥

١٦٥ = ١٦٥ حلاً للمعادلة

بالتعويض ن = ٦

١٥(٦ + ٦) = ١٦٥

١٨٠ ≠ ١٦٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض ن = ٧

١٥(٧ + ٦) = ١٦٥

١٩٥ ≠ ١٦٥ ليس حلاً للمعادلة

إذاً مجموعة حل المعادلة هي ن = ٥

٤١) $٣٦ = \frac{م - ٩}{٢}$ ؛ {٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١}.

بالتعويض م = ٧٨

$$\frac{9-78}{2} = ٣٦$$

٣٦ ≠ ٣٤,٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض م = ٧٩

$$\frac{9-79}{2} = ٣٦$$

٣٦ ≠ ٣٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض م = ٨٠

$$\frac{9-80}{2} = ٣٦$$

٣٦ = ١٣٥,٥ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض م = ٨١

$$\frac{9-81}{2} = ٣٦$$

٣٦ = ٣٦ حلاً للمعادلة

إذاً مجموعة حل المعادلة هي م =٨١

إذا كانت أ = ٢ ، ب = −٣ ، جـ = ١١ ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي:

٤٢) أ + ٦ ب

٢ + (٦ × −٣) = ٢ − ١٨

= −١٦

٤٣) ٧ − أب

٧ − ٢(−٣) = ٧ + ٦

= ١٣

٤٤) (٢جـ + ٣أ) ÷ ٤

(٢ × ٣ + ١١ × ٢) ÷ ٤

= (٦ + ٢٢) ÷ ٤ = ٢٨ ÷ ٤

= ٧

معمل الحاسبة البيانية

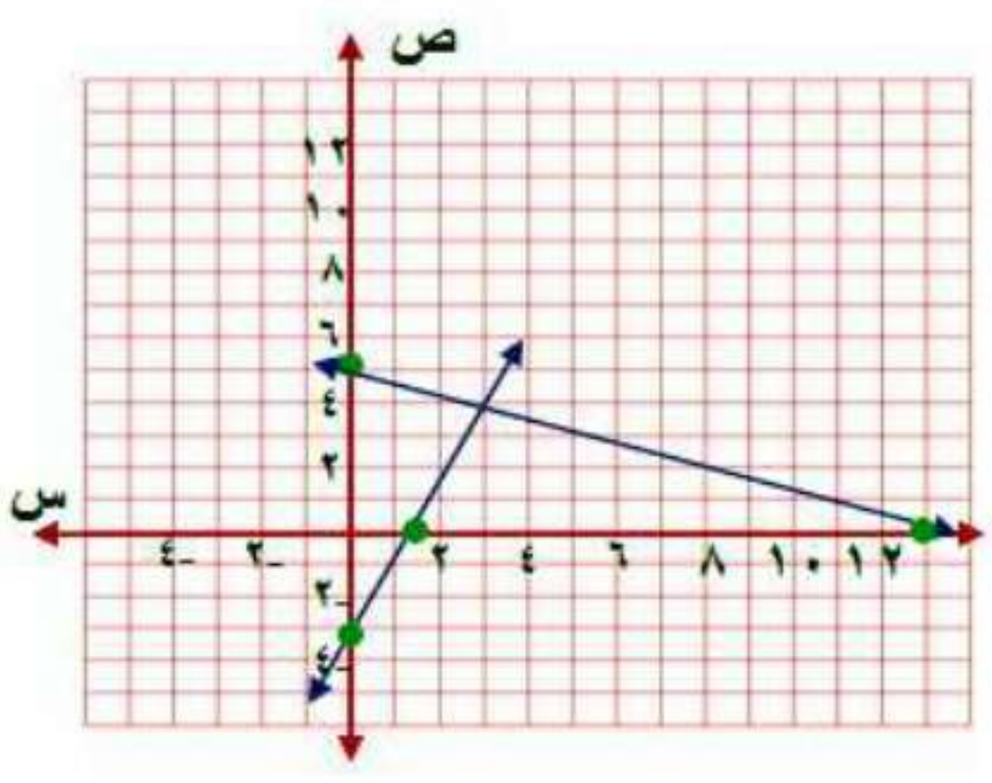
استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

١) ص = ٢ س − ٣

ص = −٠,٤ س + ٥

الخطوة ١: المعادلات محلوله بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:



ص = ٢س – ٣

عند س = ٠ ص = – ٣

إذن النقطة (٠ ، – ٣)

عند ص = ٠ س = ١,٥

إذن النقطة (١,٥ ، ٠)

ص = –٠,٤س + ٥

عند س = ٠ ص = ٥

إذن النقطة (٠ ، ٥)

عند ص = ٠ س = ١٢,٥

إذن النقطة (١٢,٥ ، ٠)

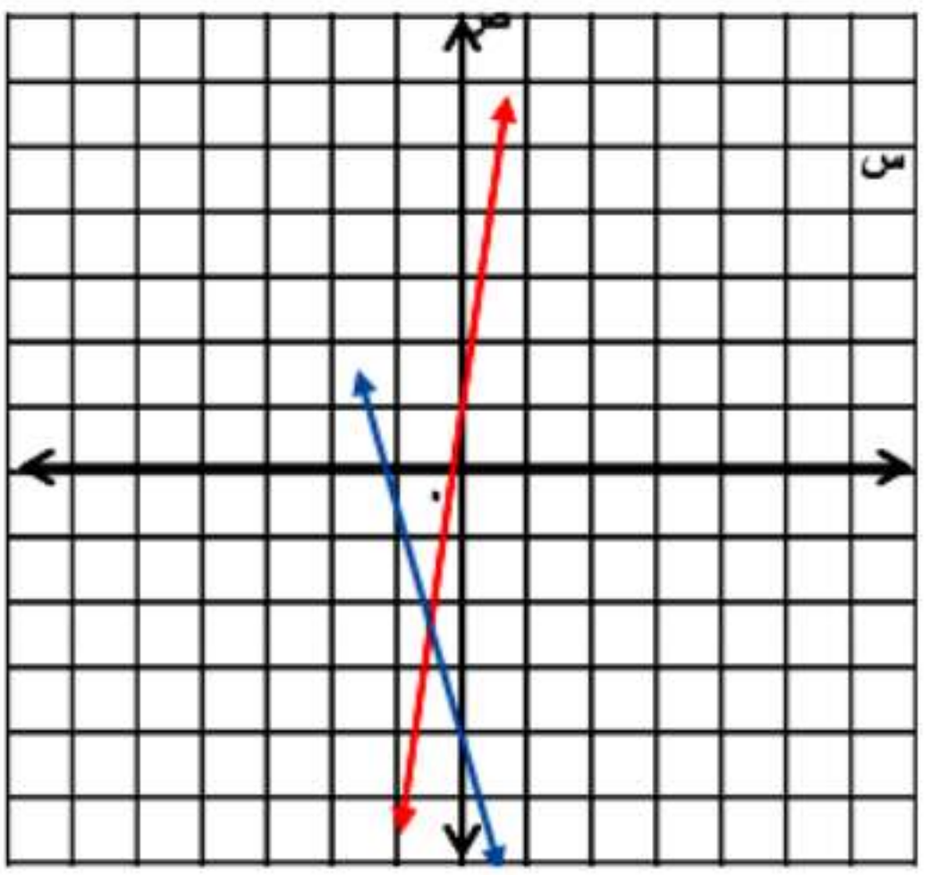
- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 2x - 3$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -0.4x + 5$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points &lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (٣,٣ ، ٣,٧)التي هي حل النظام.

٢) ص = ٦س + ١

ص = -٢,٣س - ٤

الخطوة ١ : المعادلات محلوله بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢ : مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:



- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 6x + 1$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.

- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -3.2x - 4$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points &lines ومنها اختر intersection وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (٠,٥٤ـ ، ٢,٢٦ـ) التي هي حل النظام.

ص = ٦س + ١

عند س = ٠ ص = ١

إذن النقطة (٠ ، ١)

عند ص = ٠ س = ٠,١٦ـ

إذن النقطة (٠,١٦ـ ، ٠)

ص = ـ ٣,٢س ـ ٤

عند س = ٠ ص = ـ ٤

إذن النقطة (٠ ، ـ ٤)

عند ص = ٠ س = ١,٢٥ـ

إذن النقطة (١,٢٥ـ ، ٠)

٣) ٧ س – ٢ ص = ١٦

١١س + ٦ص = ٣٢,٣

الخطوة ١ : **حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص**

٧س – ٢ص = ١٦

٧س – ٧س – ٢ص = ١٦ – ٧س

–٢ص = ١٦– ٧س

ص = – ٨ + ٣,٥س ← ١

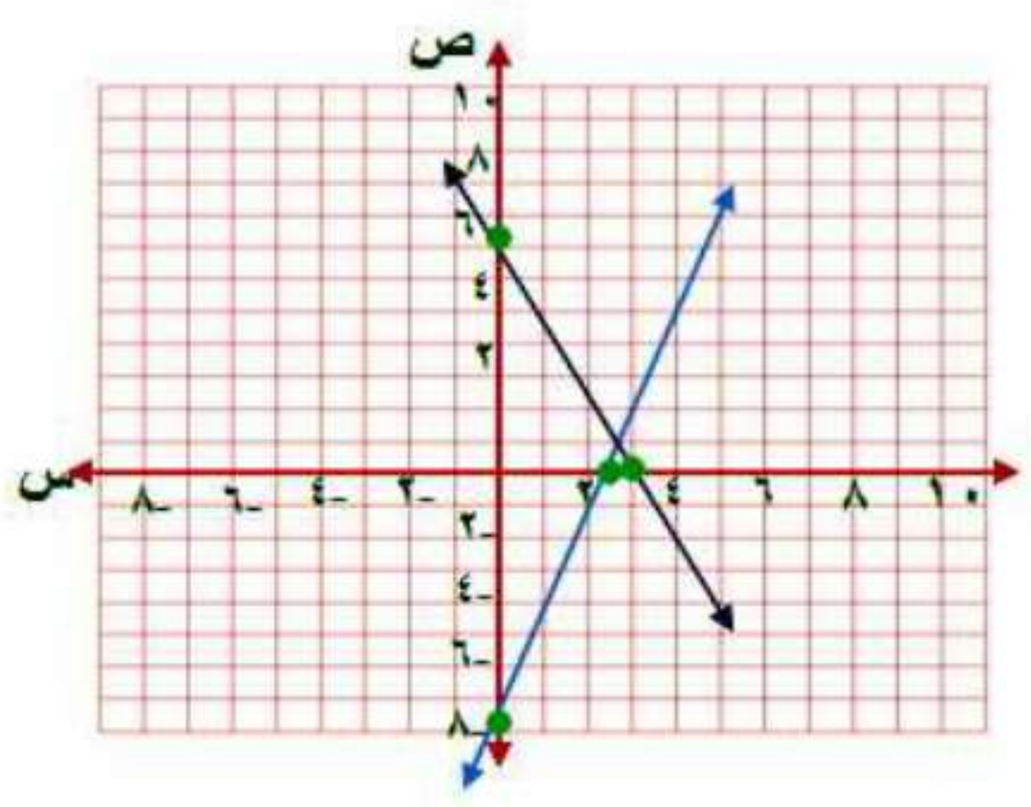
١١س + ٦ص = ٣٢,٣

١١س – ١١س + ٦ص = ٣٢,٣ – ١١س

٦ص = ٣٢,٣ – ١١س

ص = ٥,٤ – ١,٨ س ← ٢

الخطوة ٢ : **مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:**



- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة
- اكتب المعادلة الأولى f1(x) = 3.5x – 8 ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانيةf2 = –5.4 –1.8x اضغط enter ليظهر التمثيل البياني
- اضغط menu واختر منها points &lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (٢,٥١، ٠,٧٨) التي هي حل النظام

ص = ـ ٨ + ٣,٥س

عند س = ٠ ص = ـ ٨

إذن النقطة (٠ ، ـ ٨)

عند ص = ٠ س = ٢,٣

إذن النقطة (٢,٣ ، ٠)

ص = ٥,٤ ـ ١,٨ س

عند س = ٠ ص = ٥,٤

إذن النقطة (٠ ، ٥,٤)

عند ص = ٠ س = ٣

إذن النقطة (٣ ، ٠)

٤) ٣س + ٢ ص = ١٦

٥س + ص = ٩

الخطوة ١: **حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص**

٣س + ٢ص = ١٦

٣س – ٣س + ٢ص = ١٦ – ٣س

٢ص = –٣س + ١٦

ص = –١,٥س + ٨ ← ١

٥س + ص = ٩

ص = –٥س + ٩ ← ٢

الخطوة ٢: **مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:**

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = -1.5x + 8$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -5x + 9$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points &lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (٠,٢٩، ٧,٥٧) التي هي حل النظام.

٥) ٠,٦٢ س + ٠,٣٥ ص = ١,٦٠

−١,٣٨ س + ص = ٨,٢٤

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

٠,٦٢س + ٠,٣٥ص = ١,٦٠

٠,٦٢س − ٠,٦٢س + ٠,٣٥ص = ١,٦٠ − ٠,٦٢س

٠,٣٥ص = ١,٦٠ − ٠,٦٢س

ص = ٤,٦ − ١,٨س ← ١

−١,٣٨س + ص = ٨,٢٤

−١,٣٨س + ١,٣٨س + ص = ٨,٢٤ + ١,٣٨س

ص = ٨,٢٤ + ١,٣٨س ← ٢

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى f1(x)=4.6–1.8x ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانيةf2=8.24+1.38x اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points &lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (–١,١٦، ٦,٦٣) التي هي حل النظام.

٦) ٧٥س – ١٠٠ ص = ٤٠٠

٣٣س – ١٠ص = ٧٠

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

٧٥س – ١٠٠ص = ٤٠٠

١٠٠ص = ٧٥س – ٤٠٠

ص = ٠,٧٥س – ٤ ← ١

٣٣س – ١٠ص = ٧٠

١٠ص = ٣٣س – ٧٠

ص = ٣,٣س – ٧ ← ٢

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى f1(x) = 0.75x – 4 ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية f2 = 3.3x – 7 اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points &lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (١,١٨، –٣,١٢) التي هي حل النظام.

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

٧) ٤س – ٢ = –٦

الخطوة ١ : اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص

ص = ٤س ـ ٢ ، ص = ـ ٦

الخطوة ٢ :

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

- ادخل المعادلة الأولى f1(x) = 4x – 2 ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية f2(x) = –6 ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.
- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points&lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع ويكون الحل ـ١

٨) $\frac{س}{٢} + ١ = ٣$

الخطوة ١: اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص

ص=١ + $\frac{س}{2}$ ، ص = ٣

الخطوة ٢:

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

on new document add graphs

- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.
- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points&lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع ويكون الحل ٤

٩) ٢- + ١٠س = ٨س - ١

الخطوة ١: اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص

ص = ٢- + ١٠س ، ص= ٨س - ١

الخطوة ٢:

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.
- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

intersection points lines points Menu

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع ويكون الحل ٥,٠

١٠) اكتب: وضح لماذا يمكنك حل معادلة مثل ر= أ س + ب بحل نظام المعادلتين: ص = ر ، ص= أ س + ب .

عند تقاطع التمثيلان المتباينان ص = ر ، ص = أس + ب ، تكون قيم
ص متساوية. وعندها تكون ر = أس + ب

٢-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

تحقق

أ١) ص = ٤س – ٦

٥س + ٣ص = –١

الخطوة ١: إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢: عوض ٤س – ٦ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

٥س + ٣(٤س – ٦) = –١

٥س + ١٢س –١٨ = –١

١٧س – ١٨ = –١

١٧س = ١٧

س = ١

الخطوة ٣: عوض ١ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

ص = ٤(١) – ٦ = –٢

إذاً الحل هو (١، –٢)

١ب) ٢س + ٥ص = −١

ص = ٣س + ١٠

الخطوة ١: إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢: عوض ٣س + ١٠ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

٢س + ٥(٣س + ١٠) = −١

٢س+ ١٥س + ٥٠ = −١

١٧س = −٥١

س = −٣

الخطوة ٣: عوض −٣ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

ص = ٣(−٣) + ١٠ = ١

إذاً الحل هو (−٣، ١)

أ٢) ٤س + ٥ص = ١١

ص – ٣س = –١٣

الخطوة ١: حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير ص لأن معامل ص = ١

ص = ٣س – ١٣

الخطوة ٢: عوض عن ص ب ٣س – ١٣

٤س + ٥(٣س – ١٣) = ١١

٤س + ١٥س– ٦٥ = ١١

١٩س = ٧٦

س = ٤

الخطوة ٣: عوض عن س = ٤ في إحدى المعادلتين

ص = ٣(٤) –١٣

ص = –١

الحل هو: (٤، –١)

٢ب) س – ٣ص = –٩

٥س – ٢ص = ٧

الخطوة ١: حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير س؛ لأن معامل س = ١

س = ٣ص – ٩

الخطوة ٢: عوض عن س بـ ٣ص –٩

٥(٣ص – ٩) – ٢ص = ٧

١٥ص–٤٥– ٢ص = ٧

١٣ص = ٥٢

ص = ٤

الخطوة ٣: عوض عن ص = ٤ في إحدى المعادلتين

س = ٣(٤) – ٩

س = ٣

الحل هو: (٣، ٤)

حل كلّا من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

أ٣) ٢س – ص = ٨

ص = ٢س – ٣

عوض عن ص بـ ٢س – ٣

٢س – (٢س – ٣) = ٨

٢س – ٢س + ٣ = ٨

٢ = ٨

إذاً لا يوجد حل للنظام.

٣ب) ٤س – ٣ص = ١

٦ص – ٨س = –٢

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$\text{س} = \frac{3}{4}\text{ص} + \frac{1}{4}$$

عوض عن س في المعادلة الثانية بـ $\frac{3}{4}\text{ص} + \frac{1}{4}$

$$٦\text{ص} - ٨\left(\frac{3}{4}\text{ص} + \frac{1}{4}\right) = -٢$$

$$٦\text{ص} - ٦\text{ص} - ٢ = -٢$$

$$-٢ = -٢$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة إذن يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

٤) رياضة: مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عددُ نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

نفرض أن عدد نقاط الفريق الأول س، عدد نقاط الفريق الثاني ص

س + ص = ٣١ إذن ص = ٣١ ـ س

س = ٥،٢ ص

عوض عن ص في المعادلة الثانيه بـ ٣١ ـ س

س = ٥،٢ (٣١ ـ س)

س = ١٦١،٢ ـ ٥،٢س

٦،٢س = ١٦١،٢

س = ٢٦

ص = ٣١ ـ ٢٦

ص = ٥

إذن عدد نقاط الفريق الأول = ٢٦

وعدد نقاط الفريق الثاني = ٥

الأمثلة ١ - ٣

حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

١) س = ص − ٢

٤س + ص = ٢

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ س

عوض في المعادلة الثانية عن س = ص − ٢

٤(ص − ٢) + ص = ٢

٤ص− ٨ + ص = ٢

٥ص = ١٠

ص = ٢

عوض في المعادلة الأولى عن ص = ٢

س = ٢−٢ = ٠

إذاً الحل هو: (٠، ٢)

٢) ٢س + ٣ص = ٤

٤س + ٦ص = ٩

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

٢س – ٢س + ٣ص = ٤ – ٢س

٣ص = ٤ – ٢س

$$\text{ص} = \frac{2}{3}\text{س} - \frac{4}{3}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية:

$$٤\text{س} + ٦(\frac{2}{3}\text{س} - \frac{4}{3}) = ٩$$

٤س + ٨ – ٤س = ٩

٨ = ٩

إذاً النظام لا يوجد له حل.

٣) س – ص = ١

٣س = ٣ص + ٣

حل المعادلة الأولى بالنسبة ل س

س = ص + ١

عوض في المعادلة الثانية عن س

٣(ص + ١) = ٣ص + ٣

٣ص + ٣ = ٣ص + ٣

بما أن طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً له عدد لا نهائي من الحلول.

مثال ٤

٤) **هندسة :** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

معادلتي النظام هما:

س + ص = ١٨٠

س = ص + ٢٤

ب) أوجد قياس كل زاوية.

بما أن المعادلة الثانية تعبر عن قيمة س

إذاً عوض في المعادلة الأولى عن س = ص + ٢٤

ص + ٢٤ + ص = ١٨٠

٢ص + ٢٤ = ١٨٠

٢ص = ١٥٦

ص = ٧٨°

بالتعويض في لمعادلة الثانية

س = ٧٨ + ٢٤ = ١٠٢°

تدرب وحل المسائل:

الأمثلة ١ - ٣

حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

٥) ص = ٤س + ٥

٢س + ص = ١٧

المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ ص

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٤س + ٥

٢س + ٤س + ٥ = ١٧

٦س + ٥ = ١٧

٦س = ١٢

س = ٢

عوض في المعادلة الثانية س = ٢

ص= ٤(٢) + ٥ = ١٣

إذاً الحل هو (٢، ١٣)

٦) ص = ٣س – ٣٤

ص = ٢س – ٥

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

٣س – ٣٤ = ٢س – ٥

٣س – ٢س = ٣٤ – ٥

س = ٢٩

عوض عن س في إحدى المعادلتين

ص = ٣(٢٩) – ٣٤

ص = ٥٣

إذاً الحل: (٢٩، ٥٣)

٧) ص = ٣س – ٢

ص = ٢س – ٥

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

٣س ـ ٢ = ٢س ـ ٥

٣س ـ ٢س = ٢ـ٥

س = ـ٣

عوض عن س في إحدى المعادلتين

ص = ٣(ـ٣) ـ ٢ = ـ١١

إذاً الحل: (ـ٣، ـ١١)

٨) ٢س + ص = ٣

٤س + ٤ص = ٨

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

ص = ـ٢س + ٣

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ـ٢س + ٣

٤س + ٤(ـ٢س + ٣) = ٨

٤س ـ ٨س + ١٢ = ٨

ـ٤س + ١٢ = ٨

ـ٤س = ـ٤

س = ١

عوض عن س = ١ في المعادلة الثانية

٤(١) + ٤ص = ٨

٤ + ٤ص = ٨

٤ص = ٤

ص = ١

إذاً الحل هو (١، ١)

٩) ٣س + ٤ص = −٣

س + ٢ص = −١

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

س = −٢ص − ١

عوض عن س = −٢ص − ١ في المعادلة الأولى

٣(−٢ص − ١) + ٤ص = −٣

−٦ص− ٣ + ٤ص = −٣

−٢ص = ٠

ص = ٠

عوض عن ص = ٠ في المعادلة الثانية

س = −١

إذاً الحل هو (−١، ٠)

١٠) ٢س – ص = ١–

٨س – ٤ص = ٤–

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

ص = ٢س + ١

عوض عن ص في المعادلة الثانية

٨س – ٤(٢س + ١) = ٤–

٨س – ٨س – ٤ = ٤–

٤ – = ٤–

بما أن طرفي المعادلة تمثل متطابقة

إذاً لها عدد لا نهائي من الحلول.

١١) س = ص − ١

− س + ص = −١

عوض عن س في المعادلة الثانية

− (ص − ١) + ص = −١

− ص + ١ + ص = −١

+١ = −١

إذاً لا يوجد حل للنظام.

١٢) ص = -٤س + ١١

٣س + ص = ٩

حل المعادلة الثانية بالنسبةلـ ص

ص = ـ٣س + ٩

عوض عن ص في المعادلة الأولى

ـ٣س + ٩ = ـ٤س + ١١

٤س ـ٣س = ١١ـ ٩

س = ٢

عوض عن س = ٢ في المعادلة الثانية

٣(٢) + ص = ٩

٦ + ص = ٩

ص = ٣

إذاً الحل هو: (٢، ٣)

١٣) ص = −٣س + ١

٢س + ص = ١

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

ص = −٢س + ١

عوض عن ص في المعادلة الأولى

−٢س + ١ = −٣س + ١

٣س − ٢س = ١−١

س = ٠

عوض عن س في المعادلة الثانية

٢(٠) + ص = ١

ص = ١

إذاً الحل هو (٠، ١)

١٤) ٣س + ص = −٥

٦س + ٢ص = ١٠

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

ص = −٣س − ٥

عوض عن ص في المعادلة الثانية

٦س + ٢(−٣س −٥) = ١٠

٦س − ٦س − ١٠ = ١٠

−١٠ = ١٠

إذاً لايوجد حل للنظام.

١٥) ٥س – ص = ٥

–س + ٣ص = ١٣

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

ص= ٥س – ٥

عوض عن ص في المعادلة الثانية

– س + ٣(٥س – ٥) = ١٣

– س + ١٥س – ١٥= ١٣

١٤س = ٢٨

س = ٢

عوض عن س في المعادلة الأولى

٥(٢) – ص = ٥

١٠– ص = ٥

ص = ٥

إذاً الحل هو (٢، ٥)

١٦) $-٥س + ٤ص = ٢٠$

$١٠س - ٨ص = -٤٠$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$٨ص = ١٠س + ٤٠$

$ص = \frac{5}{4}س + ٥$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$١٠س - ٨(\frac{5}{4}س + ٥) = -٤٠$

$١٠س - ١٠س - ٤٠ = -٤٠$

$-٤٠ = -٤٠$

طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً النظام له عدد لانهائي من الحلول.

١٧) **سياحة:** يبين الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٢٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوّار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفًا	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفًا	زيادة ١,٨

أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

س هي عدد زوار المنطقة، ص هي عدد السنوات

س = ٤٠,٣ + ٠,٨ص

س = ١٧ + ١,٨ص

ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوّار متساويًا في المنطقتين؟

٤٠,٣ + ٠,٨ص = ١٧ + ١,٨ص

١,٨ص – ٠,٨ص = ٤٠,٣ – ١٧

ص = ٢٣,٣ أي بعد ٢٣ سنة و٣ أشهر تقريباً.

١٨) **رياضة:** يبين الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥هـ، ١٤٣٠هـ.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥	١١٢	١١٥
١٤٣٠	١١٠	١١٨

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥هـ صفرًا، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام.

ص = ـ٠,٤س + ١١٢

ص = ٠,٦س + ١١٥

جـ) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسّر إجابتك.

لا؛ لأن التمثيلين لا يتقاطعان.

مسائل مهارات التفكير العليا:

١٩) تحدٍ: كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعًا، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧: ٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

س + ص = ٦٠

٧س = ٥ص

س= ٦٠ـ ص

٧(٦٠ـ ص) = ٥ص

٤٢٠ ـ ٧ص = ٥ص

١٢ص = ٤٢٠

ص = ٣٥

س = ٦٠ ـ ٣٥

س = ٢٥

عدد النساء = ٢٥، عدد الرجال = ٣٥

٢٠) تبـــرير: قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

حل نظام معادلتين بطريقة التمثيل البياني تستدعي التعويض في المعادلات بنقاط مختلفة للوصول إلى الرسم البياني المناسب ونوجد الحل من الرسم حيث تكون نقطة التقاطع.

أما حل نظام معادلتين بطريقة التعويض نوجد قيمة أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر ثم نعوض به في المعادلة لتكون معادلة من متغير واحد يمكن حلها جبرياً ثم نعوض بالقيمة في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

٢١) مسألة مفتوحة: أنشئ نظامًا من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالته.

المعادلتين: ٢س– ص = ٣ ، ٥ص – ٣س = ٦

يعبر النظام عن معدل انتاج مصنع خلال سنوات منز بداية عملة.

حيث س هي عدد سنوات عمل المصنع و ص هي معدل الانتاج.

٢٢) اكتب: وضح كيف تحدد الأفضل تعويضًا عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

الأفضل تعويضا هو المتغير الذي يكون معامله يساوي ١

تحل المعادلة بالنسبة له ثم يعوض عنه في المعادلة الآخرى.

تدريب على اختبار

٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

أ) ص= -٣س +٤
-٦س -٢ص= -٨

ب) س-٢ص= ٨
٢س= ٤ص+٩

جـ) ص= ٥س+١
٤س+ص= ١٠

د) س+ص = ١
ص= ٣- س

نظام له حل واحد: جـ) ص = ٥س + ١ ، ٤س + ص = ١٠

لأن باقي الأنظمة ميلاهما متساوي أي ليس لهم حلول نهائياً.

٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: ٢ |ف| = ١٦، إذا كان ف عددًا صحيحًا؟

أ) { ٠، ٨ }

ب) { -٨، ٠ }

جـ) { -٨، ٨ }

د) { -٨، ٠، ٨ }

الإجابة: جـ) {-٨، ٨}

$$2|ف| = 16$$

$$|ف| = \frac{16}{2}$$

$$|ف| = 8$$

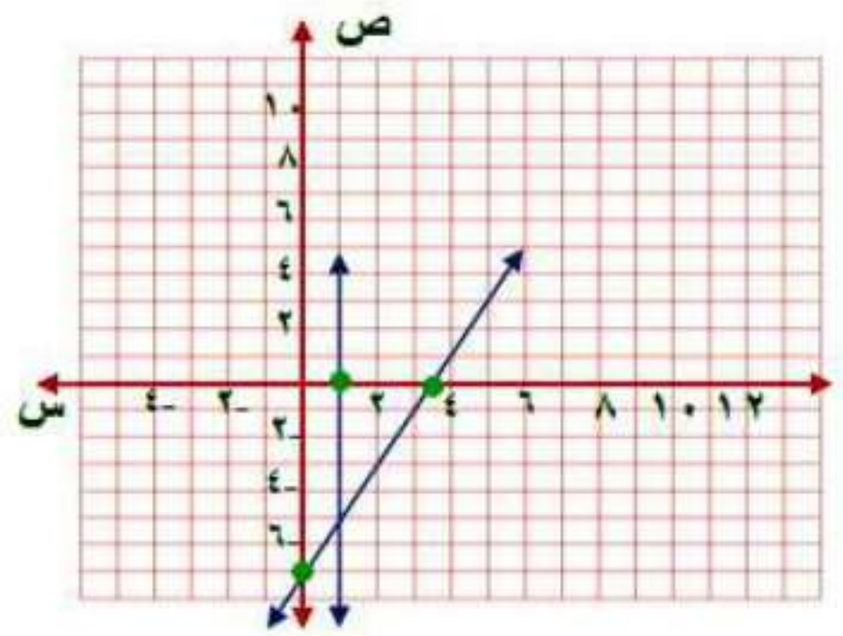
$$ف = \pm 8$$

مراجعة تراكمية

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

٢٥) س = ١

٢س − ص = ٧



بما أن س = ١ إذن يتم رسم مستقيم عندها يوازي محور الصادات

عند س = ٠ ص = ـ٧

إذن النقطة (٠ ، ـ٧)

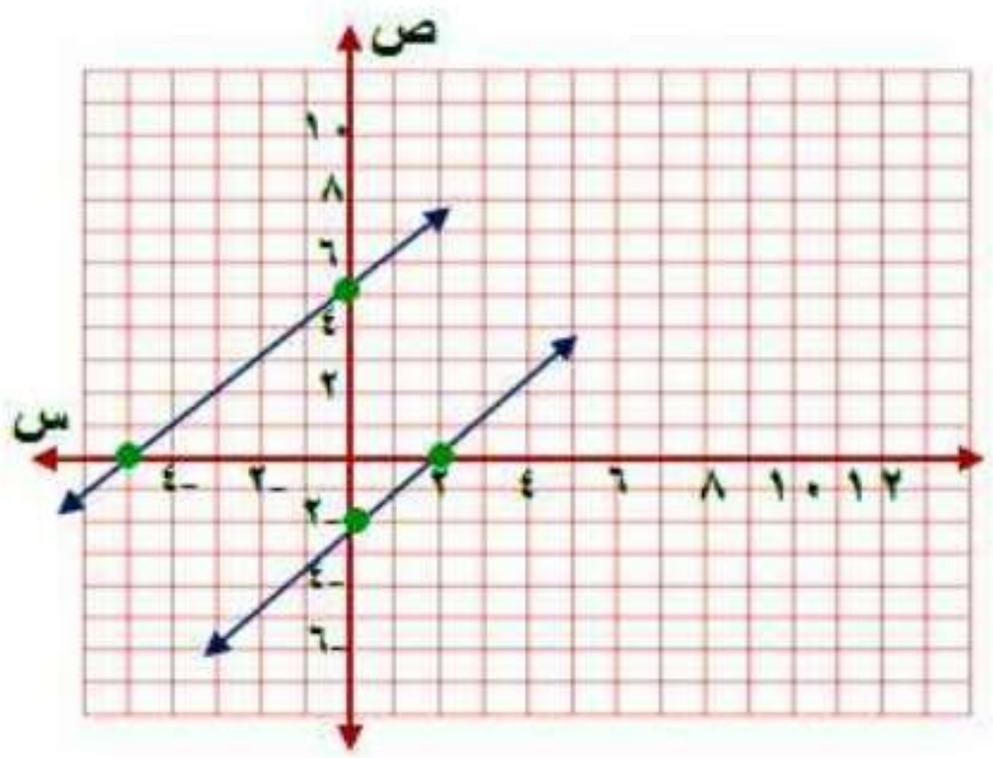
عند ص = ٠ س = ٣,٥

إذن النقطة (٣,٥، ٠)

للنظام حل واحد وهو نقطة التقاطع: (١، ـ ٥)

٢٦) ص = س + ٥

ص = س − ٢



ص = س + ٥

عند س = ٠ ص = ٥

إذن النقطة (٠ ، ٥)

عند ص = ٠ س = − ٥

إذن النقطة (− ٥ ، ٠)

ص = س – ٢

عند س = ٠ ص = – ٢

إذن النقطة (٠ ، – ٢)

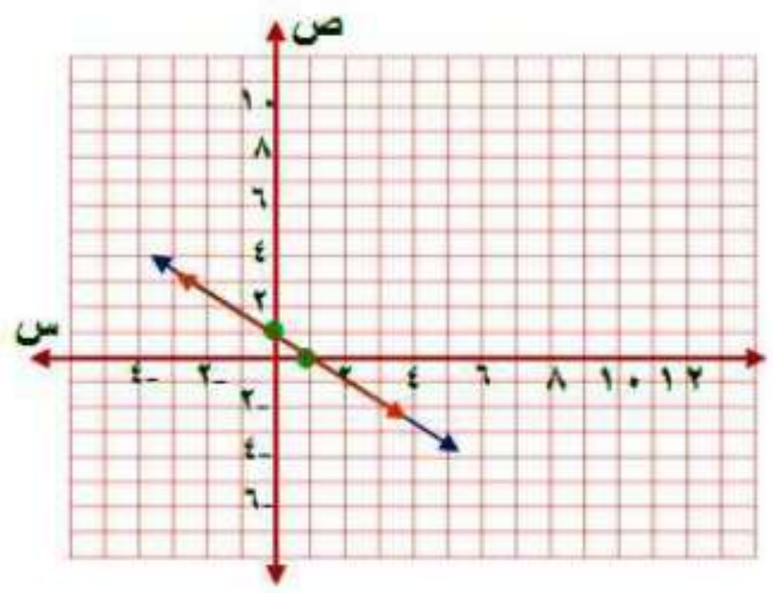
عند ص = ٠ س = ٢

إذن النقطة (٢ ، ٠)

بما أن المستقيمان متوازيان النظام ليس له حل.

٢٧) س + ص = ١

٣ص + ٣س = ٣



عند س = ٠ ص = ١

إذن النقطة (٠ ، ١)

عند ص = ٠ س = ١

إذن النقطة (١ ، ٠)

بما أن المستقيمان منطبقان فإن للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٣)

٢٨) ٦ف + ١ ≤ −١١

٦ف + ١−١ ≤ −١١− ١

٦ف ≤ − ١٢

ف ≤ −٢

مجموعة الحل: { ف|ف ≤ −٢}

٢٩) ٢٤ > ١٨ + ٢ن

٢٤ − ١٨ >١٨− ١٨ + ٢ن

٦ > ٢ن

٣ > ن

مجموعة الحل: { ن|ن < ٣}

٣٠) $-١١ \leq \frac{٢}{٥}ف + ٥$

$-٥٥ \leq ٢ف + ٢٥$

$-٥٥-٢٥ \leq ٢ف + ٢٥ - ٢٥$

$-٨٠ \leq ٢ف$

$-٤٠ \leq ف$

مجموعة الحل: $\{ ف | ف \geq -٤٠ \}$

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٦ ، ١) ، (١ ، ١) . (الدرس ٣-٢)

$$م = \frac{W_1 - W_2}{S_1 - S_2}$$

$$م = \frac{1-1}{6-1} = \frac{0}{-5} = ٠$$

ص = م س + ب

١ = ب

المعادلة هي: ص = ١

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسِّط كلًّا من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

٣٢) ١٠ ب + ٥(٣ + ٩ب)

١٠ب + ١٥ + ٤٥ب

٥٥ب + ١٥

٥(١١ب + ٣)

٣٣) ٥(٣ن^{٢} + ٤) − ٨ن

١٥ن^{٢} + ٢٠ − ٨ن

١٥ن^{٢} − ٨ن + ٢٠

٣٤) −٢(٧أ + ٥ب) + ٥(٢أ − ٧ب)

−١٤أ − ١٠ب + ١٠أ − ٣٥ب

(−١٤أ + ١٠أ) + (١٠ب − ٣٥ب)

− ٤أ − ٢٥ب

٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

تحقق

أ١) $-٤س + ٣ص = -٣$

$٤س - ٥ص = ٥$

كلا معاملي ٤س، $-٤س$ معكوس للأخر

$$-4s + 3 = -3$$

$$+) \quad 4s - 5 = 5$$

$$-٢ص = ٢$$

ص = –١

بالتعويض في المعادلة الثانية

٤س – ٥ص = ٥

٤س – ٥(–١) = ٥

٤س + ٥ = ٥

س = ٠

إذن الحل هو (٠، –١)

١ب) ٤ص + ٣س = ٢٢

٣س – ٤ص = ١٤

كلا معاملي ٤ص، –٤ص معكوس للآخر

3 s + 4ص = 22

(+) 3 s - 4 = 14ص

٦س =٣٦

س = ٦

بالتعويض في المعادلة الثانية

٣س – ٤ص = ١٤

٣(٦) – ٤ص = ١٤

١٨– ٤ص = ١٤

–٤ص = –٤

ص = ١

الحل هو: (٦، ١)

٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي −١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢.

بما أن معاملي ص كل منهم معكوس الآخر

$$س + ص = -10$$

$$\underline{-3س - ص = 2}$$

$$-٢س = -٨$$

$$س = ٤$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$س + ص = -١٠$$

$$٤ + ص = -١٠$$

$$ص = -١٤$$

الحل: (٤، −١٤)

٣) حل النظام: ٨ب + ٣جـ = ١١

٨ب + ٧جـ = ٧

أ) (١,٥، −١)

ب) (١,٧٥، −١)

جـ) (١,٧٥، ١)

د) (١,٥، ١)

بطرح المعادلتين

٨ب + ٣جـ = ١١

(−) ٨ب + ٧جـ = ٧

−٤جـ = ٤

جـ = −١

بالتعويض في المعادلة الأولى

٨ب + ٣جـ = ١١

٨ب + ٣(−١) = ١١

٨ب − ٣ = ١١

٨ب = ١٤

ب = ١,٧٥

الحل هو: (ب) (١,٧٥، −١)

٤) حفلات: أقام مسفر ومحمود حفلًا بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود ، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧ ، فكم شخصًا دعا كل منهما؟

افترض أن عدد من دعاهم مسفر س، عدد من دعاهم محمود ص

س = ص – ٥ ، س + ص = ٤٧

ضع المعادلتين بشكل رأسي

س – ص = – ٥

س + ص =٤٧

٢س =٤٢

س = ٢١

بالتعويض في المعادلة الأولى

س – ص = –٥

٢١ – ص = –٥

ص = ٢٦

إذاً عدد من دعاهم مسفر = ٢١، وعدد من دعاهم محمود = ٢٦

المثالان ١ ، ٣

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) ٥م – ب = ٧

٧م – ب = ١١

بما أن معاملي ب متماثلين، اطرح المعادلتين

٥م – ب = ٧

(–) ٧م – ب = ١١

–٢م = –٤

م = ٢

بالتعويض في المعادلة الأولى

٥(٢) – ب = ٧

١٠ – ب = ٧

ب = ٣

الحل هو: (٢، ٣)

٢) ٨س + ٥ص = ٣٨

−٨س + ٢ص = ٤

بما أن معاملي س كلاهما معكوس الآخر، اجمع المعادلتين

٨س + ٥ص = ٣٨

−٨س + ٢ص = ٤

٧ص=٤٢

ص = ٦

بالتعويض في إحدى المعادلتين عن ص

٨س + ٥(٦) = ٣٨

٨س + ٣٠= ٣٨

٨س = ٨

س = ١

الحل هو: (١، ٦)

٣) ٧ف + ٣جـ = −٦

٧ف − ٢جـ = −٣١

بما أن معاملي ف متماثلين، اطرح المعادلتين

٧ف + ٣جـ = − ٦

٧ف − ٢جـ = −٣١

٥جـ = ٢٥

جـ = ٥

عوض في إحدى المعادلتين

٧ف + ٣(٥) = −٦

٧ف + ١٥ = −٦

٧ف = −٢١

ف = −٣

الحل هو: (−٣، ٥)

مثال ٢

٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

س + ص = ٢٤

٥س – ص = ١٢

بجمع المعادلتين

٦س = ٣٦

س = ٦

بالتعويض في المعادلة الأولى

٦ + ص = ٢٤

ص = ١٨

مثال ٤

٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

افترض أن عدد طلاب المرحلة الابتدائية ب، عدد طلاب المرحلة المتوسطة م

ب – م = ١٨

ب+ م = ٤٤

بجمع المعادلتين معاً

٢ب = ٦٢

ب = ٣١

بالتعويض في المعادلة الأولى

٣١ – م = ١٨

م = ١٣

عدد طلاب المرحلة الأبتدائية ٣١ ألف طالباً.

عدد طلاب المرحلة المتوسطة ١٣ ألف طالباً.

تدرب وحل المسائل:

المثالان ١، ٣

حل كلاًّ من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٦) $-ف + و = ٧$

$ف + و = ١$

بما أن معاملي ف كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$- ف + و = ٧$

$ف + و = ١$

$٢و = ٨$

$و = ٤$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$- ف + ٤ = ٧$

$ف = -٣$

الحل هو: $(-٣، ٤)$

٧) ص + ز = ٤

ص – ز = ٨

بما أن معاملي ز كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

ص + ز = ٤

ص – ز = ٨

٢ص= ١٢

ص= ٦

عوض في المعادلة الأولى عن ص

٦ + ز = ٤

ز = –٢

الحل هو: (٦، –٢)

٨) −٤س + ٥ص = ١٧

٤س + ٦ص = −٦

بما أن معاملي س كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

−٤س + ٥ص =١٧

٤س + ٦ص = −٦

١١ص = ١١

ص = ١

عوض في المعادلة الأولى

−٤س + ٥ =١٧

−٤س = ١٢

س = −٣

الحل هو: (−٣، ١)

٩) أ+ ٤ب = -٤

أ+ ١٠ب = -١٦

بما أن معاملي أ متماثلان، اطرح المعادلتين

أ + ٤ب = -٤

أ +١٠ب = -١٦

-٦ب = ١٢

ب = -٢

عوض في المعادلة الأولى عن ب

أ + ٤(-٢) = -٤

أ = ٤

الحل هو: (٤، -٢)

١٠) ٩س + ٦ص = ٧٨

٣س – ٦ص = –٣٠

بما أن معاملي ص كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

٩س + ٦ص = ٧٨

٣س – ٦ص = –٣٠

١٢ص =٤٨

س = ٤

عوض في المعادلة الأولى عن س

٩(٤) + ٦ص = ٧٨

٣٦ + ٦ص = ٧٨

٦ص = ٤٢

ص = ٧

الحل هو: (٤، ٧)

١١) ٦س - ٢ص = ١

١٠س - ٢ص = ٥

بما أن معاملي ص متماثلين، اطرح المعادلتين

٦س ـ ٢ص =١

١٠س ـ ٢ص = ٥

ـ٤س = ـ٤

س = ١

عوض عن س في إحدى المعادلتين

٦(١) ـ ٢ص = ١

ـ٢ص = ـ٥

ص=٢,٥

الحل هو: (١، ٢,٥)

مثال ٢

١٢) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

س + ص = ٢٢

س – ص = ١٢

٢س = ٣٤

س = ١٧

بالتعويض في حدى المعادلتين

١٧ + ص = ٢٢

ص = ٥

العددان هما ١٧، ٥

١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣؟

س + ص = ١١

٣س – ص = –٣

٤س =٨

س = ٢

عوض في إحدى المعادلتين

٢ + ص = ١١

ص = ٩

العددان هما ٢، ٩

مثال ٤

١٤) **شحن سيارات:** يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجرة شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

عدد السيارات الصغيرة	عدد السيارات الكبيرة	الأجرة الكلية (بالريال)
٢	٥	٣٨٠٠
٢	٣	٢٦٠٠

افترض أن أجرة السيارة الصغيرة س

وأجرة السيارة الكبيرة ص

٢س + ٥ص = ٣٨٠٠

٢س + ٣ص = ٢٦٠٠

٢ص = ١٢٠٠

ص = ٦٠٠

عوض في إحدى المعادلتين

٢س + ٥(٦٠٠) = ٣٨٠٠

٢س + ٣٠٠٠ = ٣٨٠٠

٢س = ٨٠٠

س = ٤٠٠

أجرة السيارة الصغيرة = ٤٠٠ ريال.

أجرة السيارة الكبيرة = ٦٠٠ ريال.

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) ٤(س + ٢ص) = ٨

٤س + ٤ص = ١٢

بسط المعادلة الأولى

٤س + ٨ص = ٨

بما أن معاملي س متماثلين، اطرح المعادلتين

ـ ٤ص = ٤

ص = ـ١

عوض في إحدى المعادلتين عن ص

٤س + ٤(ـ١) = ١٢

٤س ـ ٤ = ١٢

٤س = ١٦

س = ٤

الحل هو: (٤، ـ١)

١٦) $\frac{١}{٢}$س + $\frac{٢}{٣}$ص = ٢$\frac{٣}{٤}$

$\frac{١}{٤}$س − $\frac{٢}{٣}$ص = ٦$\frac{١}{٤}$

$2\frac{3}{4} = ص\frac{2}{3} + س\frac{1}{2}$

$6\frac{1}{4} = ص\frac{2}{3} - س\frac{1}{4}$

$س\frac{3}{4} = ٩$

س = ١٢

بالتعويض في المعادلة $2\frac{3}{4} = ص\frac{2}{3} + س\frac{1}{2}$

$2\frac{3}{4} = ص\frac{2}{3} + 12 \times \frac{1}{2}$

$2\frac{3}{4} = ص\frac{2}{3} + ٦$

$3\frac{1}{4}- = ص\frac{2}{3}$

$ص = -4\frac{7}{8}$

الحل هو: $(١٢، -4\frac{7}{8})$

١٧) ٤س + ٣ص = ٦

٣س + ٣ص = ٧

٤س + ٣ص = ٦

٣س + ٣ص = ٧

بما أن معامل ص في كل معادلة متماثل إذن يمكن طرح المعادلتين

س = ـ١

عوض عن س في حدى المعادلات

٤(ـ١) + ٣ص = ٦

ـ٤ + ٣ص = ٦

٣ص = ١٠

ص = ٣,٣

الحل هو: (ـ١، ٣,٣)

١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجي المملكة والفيصلية معًا ٥٦٧ مترًا، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ مترًا.

أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

س + ص = ٥٦٧

س – ص = ٣٣

٢س = ٦٠٠ اجمع المعادلتين

س = ٣٠٠

ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟

عوض في إحدى المعادلات عن س

٣٠٠ + ص = ٥٦٧

ص = ٢٦٧

ارتفاع برج المملكة = ٣٠٠ متر، ارتفاع برج الفصيلية = ٢٦٧ متر.

١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقًا في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار.
ثم اكتب نظامًا من معادلتين يمثّل هذا الموقف.

س – ص = ١٠

س + ص = ٨٠

ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

اجمع المعادلتين

س – ص = ١٠

س + ص = ٨٠

٢س = ٩٠

س = ٤٥

عوض في إحدى المعادلات عن س

٤٥ – ص = ١٠

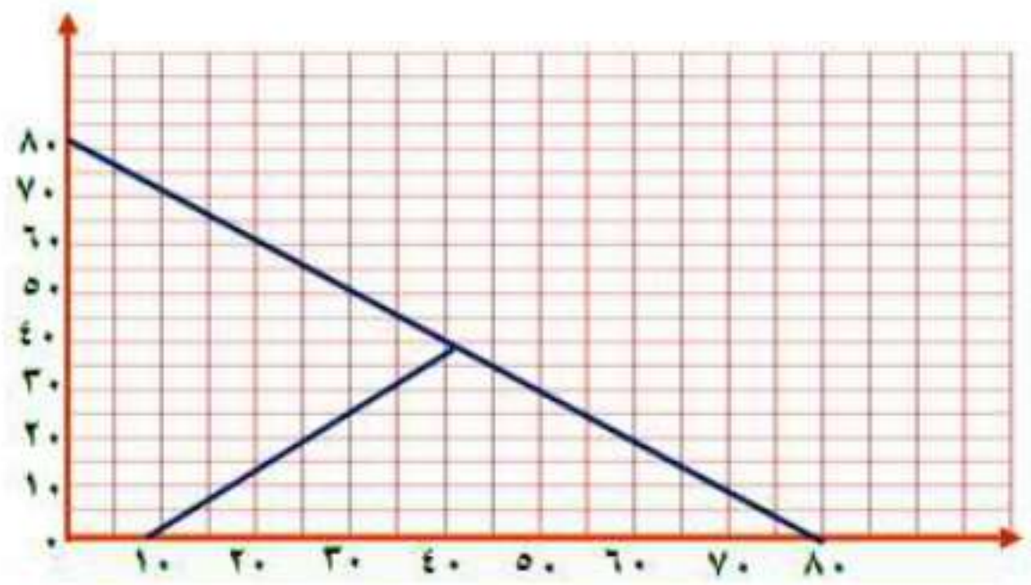
ص = ٣٥

جـ) فسّر الحل في سياق هذا الموقف.

عدد المشاركين في فئة الصغار = ٤٥ مشارك.

عدد المشاركين في فئة الكبار = ٣٥ مشارك.

د) مثّل هذا النظام بيانيًّا للتأكد من صحة الحل.



س ـ ص = ١٠

عند س = ٠ ص = ـ١٠

إذن النقطة (٠ ، ـ١٠)

عند ص = ٠ س = ١٠

إذن النقطة (١٠ ، ٠)

س + ص = ٨٠

عند س = ٠ ص = ٨٠

إذن النقطة (٠ ، ٨٠)

عند ص = ٠ س = ٨٠

إذن النقطة (٨٠ ، ٠)

نقطة التقاطع (٤٥، ٣٥)

٢٠) **تمثيلات متعددة:** لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلًا:

أ) **حسيًا:** كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملًا كلا النوعين. قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

للحصول على ١٥ نقطة : ٤ن + ٣م = ١٥

هناك أكثر من نموذج صحيح ويحقق النظام ولكن يختلف في عدد القطع

مثلا: ٤ قطع نقد ، ٣ مشابك.

ب) تحليليًا، مستعملًا ٩ قطع، اكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

٣س + ص = ١٥

س + ص = ٩

٢س = ٦

س = ٣

٣(٣) + ص = ١٥

٩ + ص = ١٥

ص = ٦

عدد القطع النقدية ٣ قطع ب ٩ نقاط.

عدد المشابك ٦ مشابك ب ٦ نقاط.

جـ) **جدوليًّا،** أنشئ جدولًا يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

عدد قطع النقد	عدد مشابك الورق	العدد الكلي للنقاط
٠	٩	٩
١	٨	١١
٢	٧	١٣
٣	٦	١٥
٤	٥	١٧
٥	٤	١٩

د) **لفظيًّا،** هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسّر إجابتك.

نعم؛ بما أن قطعة النقد تعادل ٣ نقاط، فإن ٣ قطع منها تعادل ٩ نقاط، يضاف إليها ٦ نقاط من ٦ مشابك ورق فنحصل على ١٥ نقطة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

المعادلتين: ٤س + ص = ١٢ ، ٢س – ص = ٨

يجب لعمل نظام يمكن حله بالحذف بالجمع أن يكون هناك متغير معامله في إحدى المعادلتين يساوي معكوس معامله في المعادلة الآخرى.

٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة (-٣، ٢) تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادلتيه هي س+٤ص= ٥، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسِّر كيف توصلت إليها.

المعادلة الثانية ص – س = ٥

توصلت لها بوضع س بمعكوس معاملها في المعادلة المعطاه ثم التعويض عن ص بـ ٢ في المعادلة للحصول على ناتج المعادلة الثانية.

٢٣) **تحد:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢ ، ومجموع رقميه يساوي ٨ ، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

ليكن أ يمثل رقم الآحاد في العدد، ب يمثل رقم العشرات في العدد فيكون

أ + ب = ٨

٧(أ + ١٠ب) = ١٨٢

العدد هو ٢٦

٢٤) **اكتب:** بيِّن متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

عنما يكون في المعادلتين معامل متغير في إحدى المعادلات معكوس معامل نفس المتغير في المعادلة الآخرى يفضل الحل بالحذف لجعل المعادلة بها متغير واحد.

تدريب على اختبار

٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$٢ ، ٣ ، \frac{٩}{٢} ، \frac{٢٧}{٤} ، \frac{٨١}{٨} ، \ldots$$

أ) $\frac{٢١٨٧}{٦٤}$

ب) $\frac{٢٢٤٥}{٦٤}$

جـ) $\frac{٢٢٨١}{٦٤}$

د) $\frac{٢٤٤٥}{٦٤}$

الإجابة أ) $\frac{2187}{64}$

٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

أ) (١، ٠)　　**جـ)** ليس له حل

ب) (-٣، ١)　　**د)** يوجد عدد لانهائي من الحلول

الإجابة ب) (-٣، ١)

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

ضرب المعادلة الأولى في -٢ ثم اجمع المعادلتين معاً.

$$-٢س - ٨ص = -٢$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

$$-١١ص = -١١$$

$$ص = ١$$

$$س + ٤ = ١$$

$$س = -٣$$

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٣-٥)

٢٧) ص = ٦س

٢س + ٣ص = ٤٠

عوض عن ص في المعادلة الثانية

٢س + ٣(٦س) = ٤٠

٢س + ١٨س = ٤٠

٢٠س = ٤٠

س = ٢

عوض عن س في المعادلة الأولى

ص = ٦(٢) = ١٢

لها حل واحد هو (٢، ١٢)

٢٨) س = ٣ص

٢س + ٣ص = ٤٥

عوض عن س في المعادلة الثانية

٢ (٣ص) + ٣ص = ٤٥

٦ص + ٣ص = ٤٥

٩ص = ٤٥

ص = ٥

عوض عن ص في المعادلة الأولى

س = ٣(٥) = ١٥

لها حل واحد هو (١٥، ٥)

٢٩) س = ٥ص + ٦

س = ٥ص − ٢

عوض عن س في المعادلة الثانية

٥ص + ٦ = ٥ص − ٢

٦ = −٢

ليس لها حل.

٣٠) **توفير:** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفّر وائل حتى الآن ٣٥ ريالًا ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالًا ويخطط لتوفير ١٣ ريالًا في الأسبوع. (الدرس ١٠٥)

أ) بعد كم أسبوعًا يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساويًا؟

افترض أن عدد الأسابيع س

١٠س + ٣٥ = ١٣س + ٢٦

١٣س – ١٠س = ٣٥ – ٢٦

٣س = ٩

س = ٣

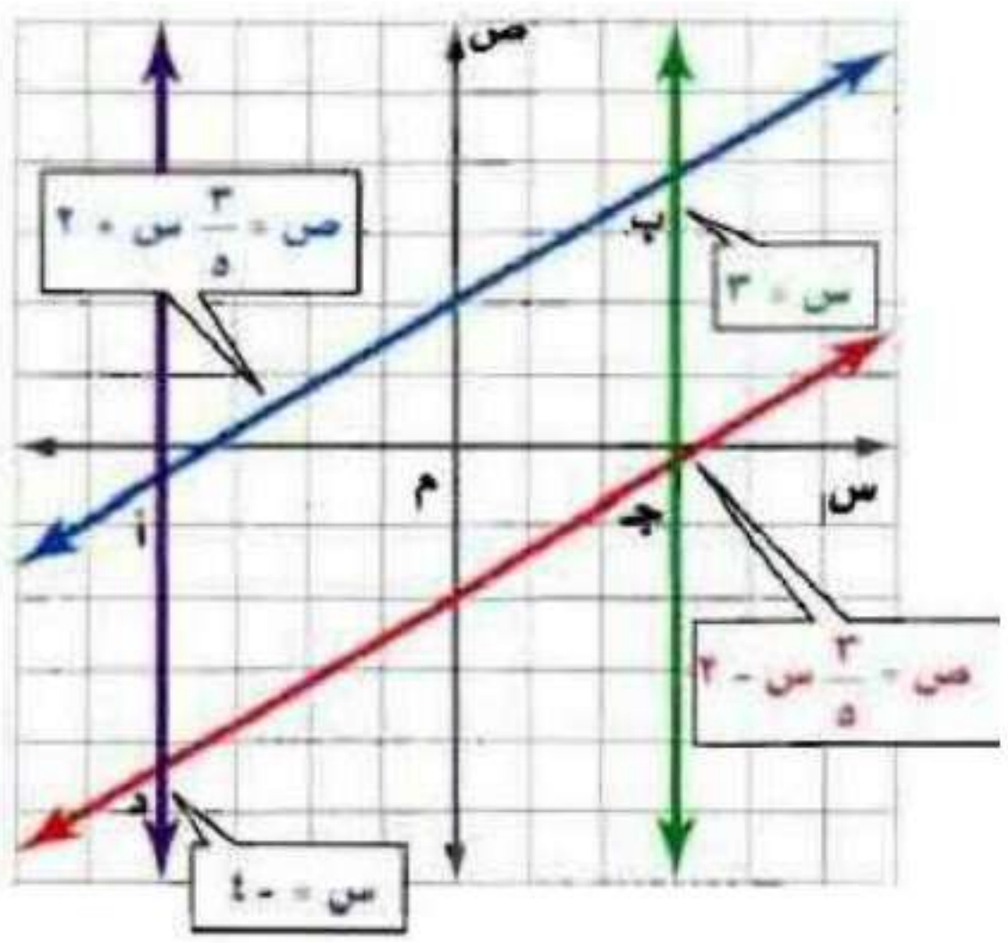
إذا بعد ٣ أسابيع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوي.

ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

ما يوفره كل منهما = ١٠(٣) + ٣٥

= ٣٠ + ٣٥ = ٦٥ ريال.

٣١) **هندسة :** بيِّن إذا كان الشكل أب جـ د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (الدرس ٤-٣)



نعم؛ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع؛ بما أن كل زوج من الأضلاع المتقابلة لهما الميل نفسه أو ميلهما غير معرف، فإنهما متوازيان.

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحلّ: (الدرس ١-٢)

٣٢) ٦جـ = −٤٨

جـ = −٨ اقسم طرفي المعادلة على ٦

٣٣) $\frac{٢}{٣}$ أ = ٨

٢أ = ٢٤ اضرب طرفي المعادلة في ٣

أ= ١٢ اقسم طرفي المعادلة على ٢

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلًّا من العبارات التالية:

٣٤) ٦ل – ٣ +٧ب + ١

٦ل + ٧ب – ٢

٣٥) ٧س^{٢} – ٩س +٤س^{٢}

١١س^{٢} – ٩س

٣٦) ١٠(٢ + ر) + ٣ر

٢٠ + ١٠ر + ٣ر

٢٠ + ١٣ر

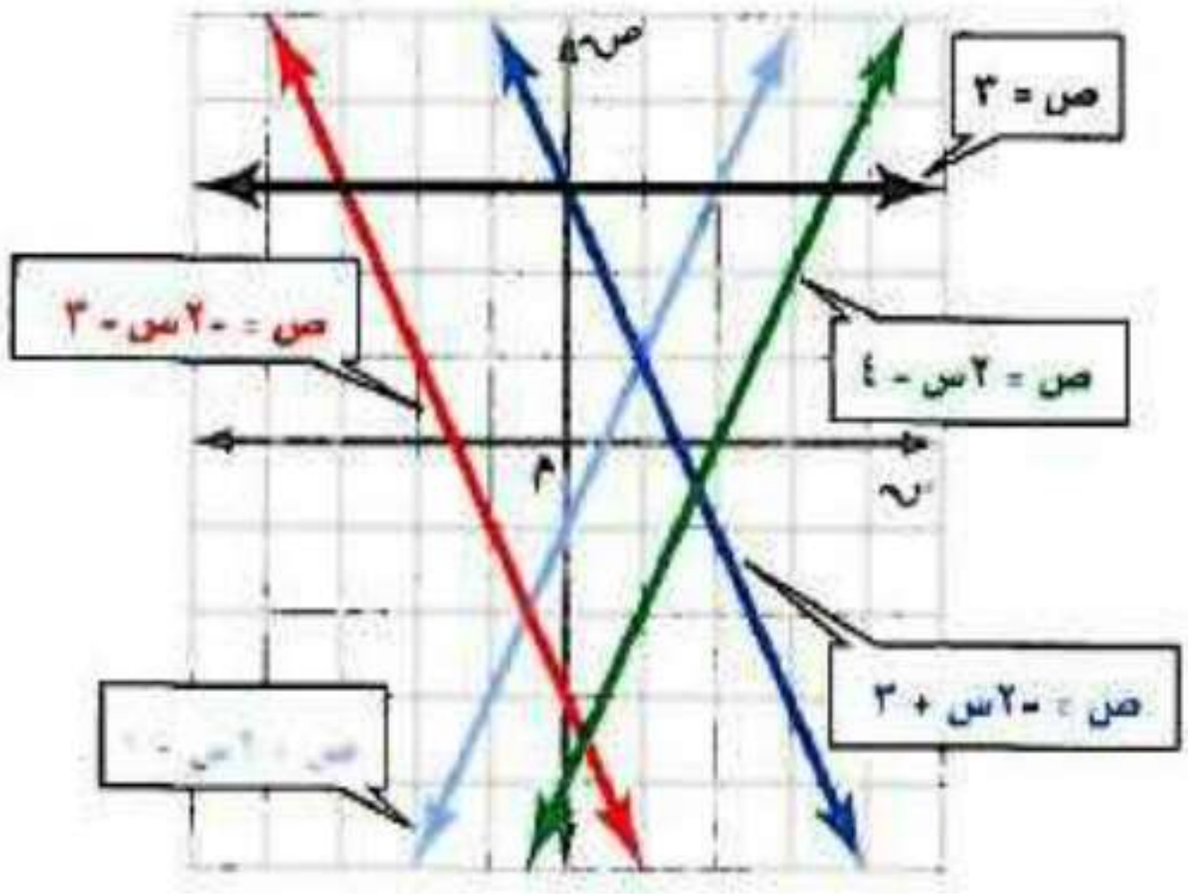
٣٧) ٥ص – ٧(ص + ٥)

٥ص – ٧ص – ٣٥

–٢ص – ٣٥

5 اختبار منتصف الفصل

مستعملًا التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل: (الدرس ٥-١)



١) ص = ٢س − ١

ص = −٢س + ٣

بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متقاطعين في نقطة إذاً النظام متسق ومستقل.

٢) ص = −٢س + ٣

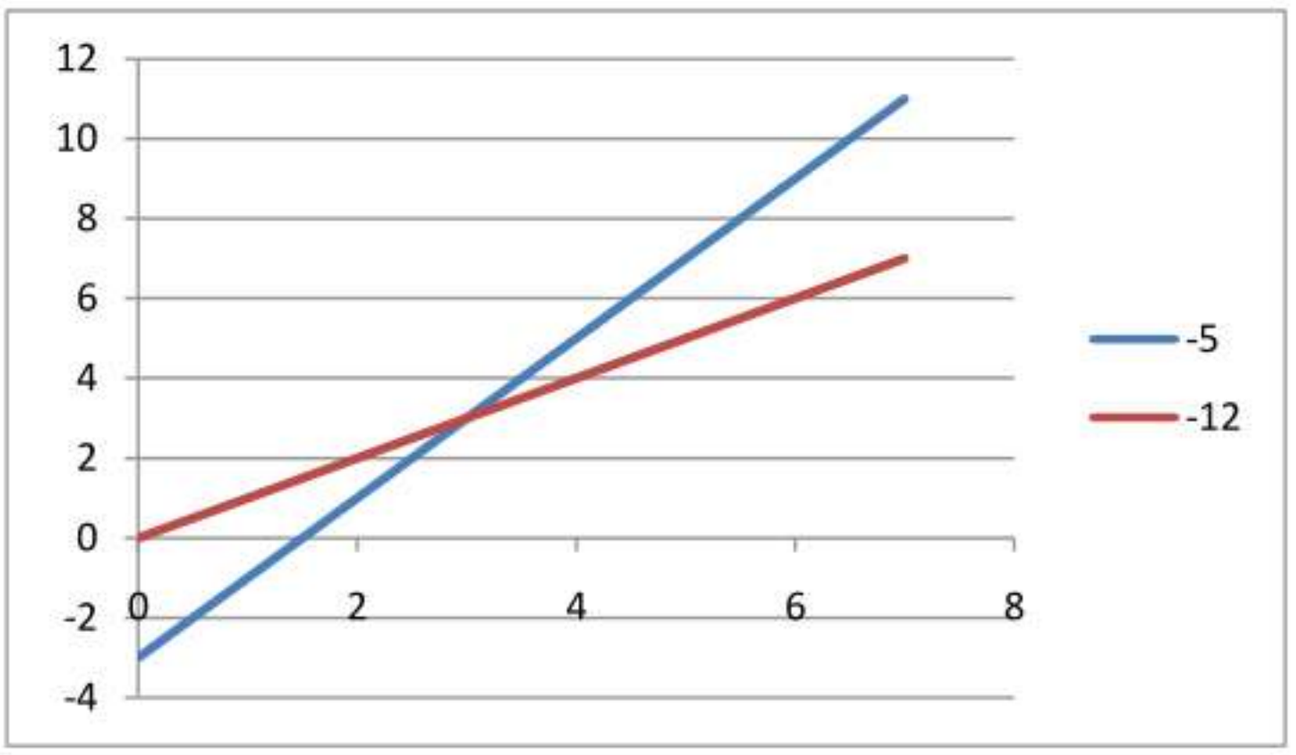
ص = −٢س − ٣

بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متوازيين إذاً النظام غير متسق.

مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه: (الدرس ٥-١)

٣) ص = ٢س - ٣

ص = س + ٤

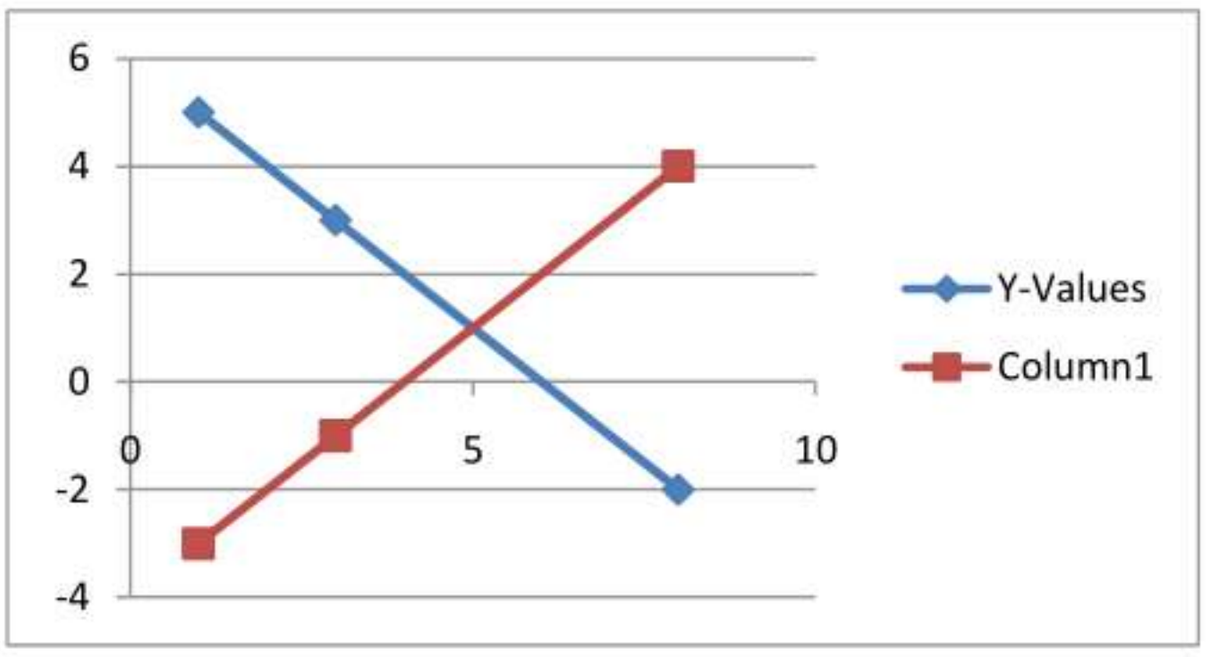


لها حل واحد هو (٧، ١١)

متسق ومستقل

٤) س + ص = ٦

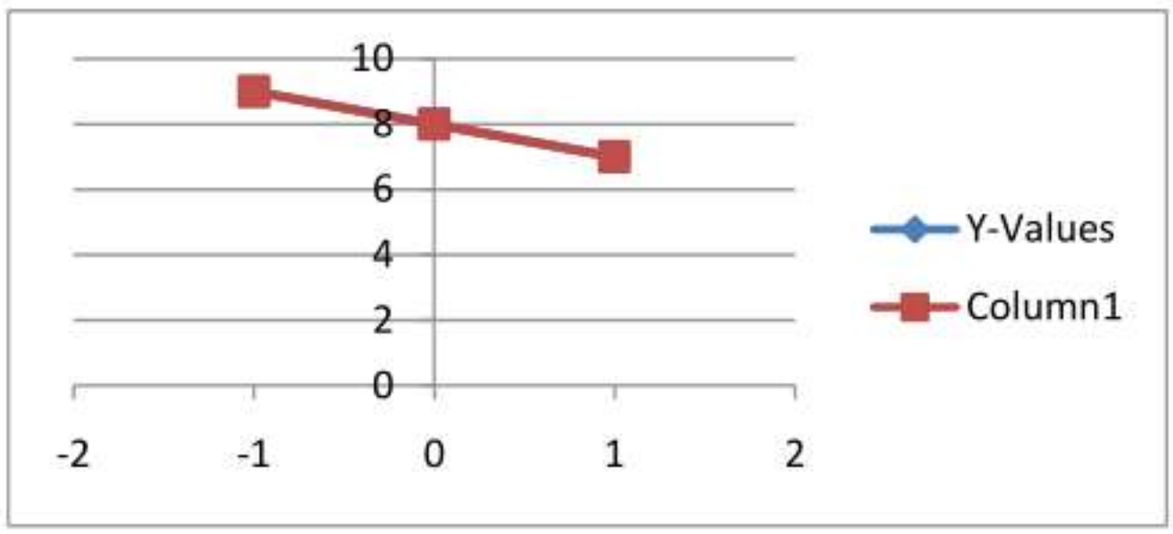
س − ص = ٤



لها حل واحد وهو (٥ ، ١)

٥) س + ص = ٨

٣س + ٣ص = ٢٤

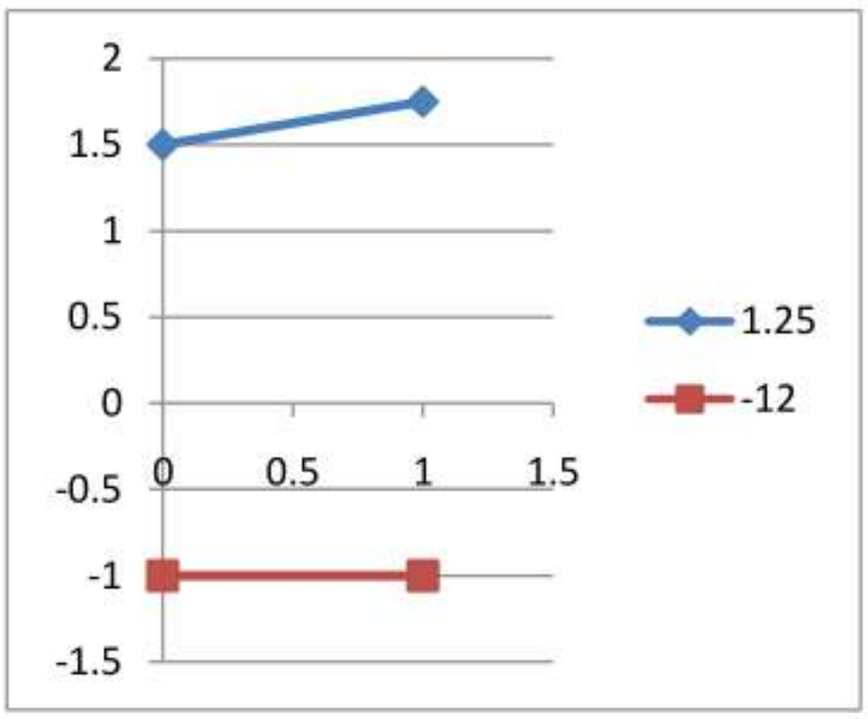


لها عدد لانهائي من الحلول

متسق وغير مستقل

٦) س − ٤ص = −٦

ص = −١

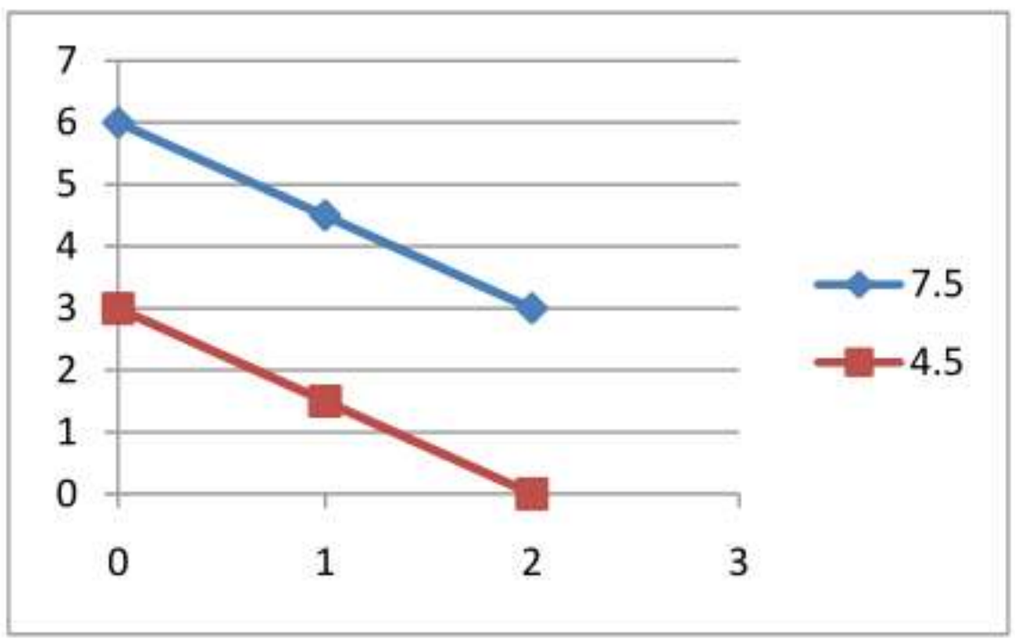


لا يوجد حل

غير متسق

٧) ٣س + ٢ص =١٢

٣س + ٢ص = ٦

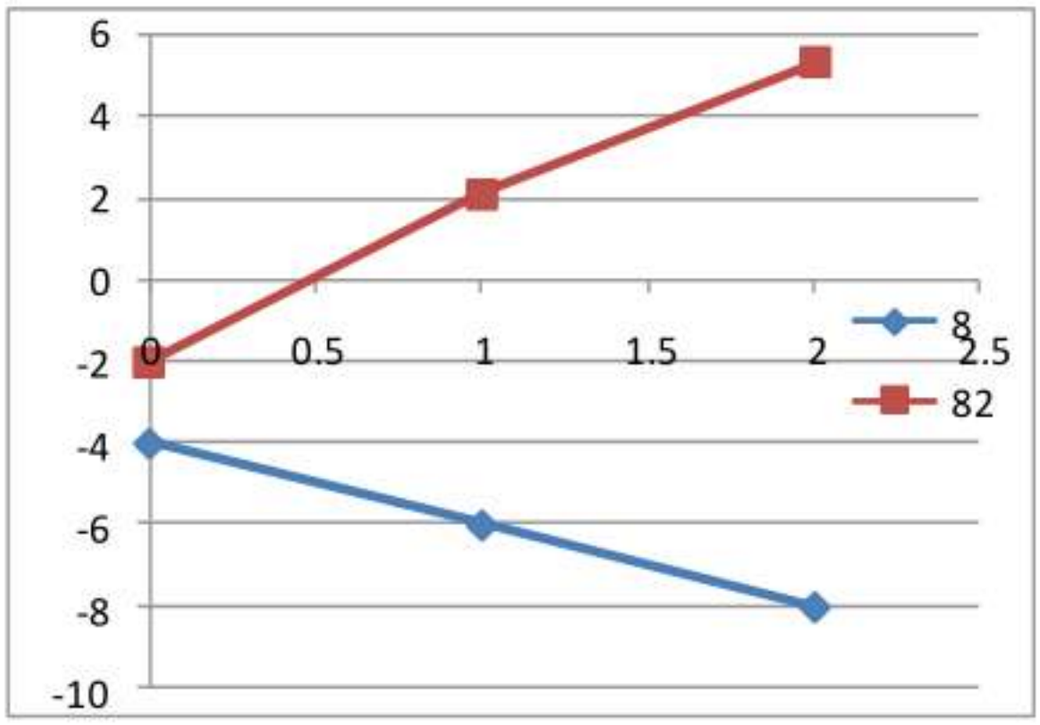


لا يوجد حل

غير متسق

٨) ٢س + ص = −٤

٥س + ٣ص = −٦



لها حل واحد وهو (−٦ ، ٨)

متسق ومستقل

حُلَّ كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

٩) ص = س + ٤

٢س + ص = ١٦

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

إذن ٢س + (س + ٤) = ١٦

٢س + س + ٤ = ١٦

٣ س = ١٢

س = ٤

بالتعويض عن س

إذن ص = ٤ + ٤ = ٨

ص = ٨

حل النظام هو (٤ ، ٨)

١٠) ص = –٢س – ٣

س + ص = ٩

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

إذن س + (–٢س – ٣) = ٩

س – ٢س – ٣ = ٩

– س = ١٢

س = – ١٢

بالتعويض س = –١٢

إذن ص = –٢(–١٢ + ٣) = ١٨

ص = ١٨

حل النظام هو (–١٢ ، ١٨)

١١) س + ص = ٦

س − ص = ٨

من المعادلة الثانية س = ص + ٨

بالتعويض في المعادلة الأولى

إذن (ص +٨) + ص = ٦

ص + ٨ + ص = ٦

٢ص = −٢

ص = −١

بالتعويض عن ص

إذن س = −١ + ٨ = ٧

س = ٧

حل النظام هو (٧ ، −١)

١٢) ص = -٤س

٦س - ص = ٣٠

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

٦س - (-٤س) = ٣٠

٦س + ٤ س = ٣٠

١٠س = ٣٠

س = ٣

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

ص = -٤ × ٣

ص = -١٢

حل النظام هو (٣ ، -١٢)

١٣) **حديقة الحيوان:** الجدول التالي يبيِّن، تكلفة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرسان ٥-٢ ، ٥-٣)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالًا
ب	٤ كبار وَ٣ أطفال	٢٠٠ ريال

أ) عرف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار وثمن التذكرة للأطفال.

افرض س هي ثمن تذكرة الكبار

، ص ثمن تذكرة الأطفال

ب) اكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد ثمن كلٍّ من تذكرتي الكبار والأطفال.

٤س + ٢ص = ١٨٤

٤س + ٣ص = ٢٠٠

جـ) حل النظام، ووضح ماذا يعني الحل.

بطرح المعادلتين ص = ١٦

بالتعويض في المعادلة الأولى ٤س + ٣٢ = ١٨٤

س = ٧٦

يعني أن ثمن تذكرة الكبار ٧٦ ريال

وثمن تذكرة الأطفال ١٦ ريال

د) ما تكلفة دخول مجموعة مكونة من ٣ كبار وَ٥ أطفال لحديقة الحيوان؟

تكلفة دخول الكبار = ٣ × ٧٦ = ٢٢٨ ريال

تكلفة دخول الأطفال = ٥ × ١٦ = ٨٠ ريال

تكلفة الدخول = ٢٢٨ + ٨٠ = ٣٠٨ ريال

١٤) **اختيار من متعدد:** تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالًا، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، وثمن قطعة المصاص ريالًا، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرسان ٥-٢ ، ٥-٣)

أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.

ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.

جـ) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.

د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص؟

الإجابة: ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

١٥) س + ص = ٩

س − ص = −٣

بجمع المعادلتين

٢س = ٦

س = ٣

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

٣ + ص = ٩

ص = ٦

حل النظام هو (٣ ، ٦)

١٦) س + ٣ص = ١١

س + ٧ص = ١٩

بطرح المعادلة الولى من المعادلة الثانية

٤ص = ٨

ص = ٢

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

س + ٦ = ١١

س = ٥

حل النظام هو (٥ ، ٢)

١٧) ٩س − ٢٤ص = −٦

٣س + ٤ص = ١٠

بقسمة المعادلة الأولي على ٣

٣س ـ ٨ص = ـ٢ ⟵ ٣

بطرح المعادلة ٣ من المعادلة ٢

١٢ص = ١٢

ص = ١

بالتعويض عن ص في المعادلة ٢

٣س + ٤ × ١ = ١٠

٣س = ٦

س = ٢

حل النظام هو (٢ ، ١)

١٨) −٥س + ٢ص = −١١

٥س − ٧ص = ١

بجمع المعادلتين

−٥ص = −١٠

ص = ٢

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

٥س − ٧ × ٢ = ١

٥س = ١٥

س = ٣

حل النظام هو (٣ ، ٢)

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

تحقق

أ١) ٦س – ٢ص = ١٠

٣س – ٧ص = –١٩

اضرب المعادلة الثانية في –٢

–٦س + ١٤ص = ٣٨

٦س – ٢ص = ١٠

١٢ص = ٤٨

ص = ٤

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٦س – ٢(٤) = ١٠

٦س – ٨ = ١٠

٦س = ١٨

س = ٣

الحل هو: (٣، ٤)

١ب) ٩ر + ك = ١٣

٣ر + ٢ك = −٤

اضرب المعادلة الثانية في −٣

−٩ر − ٦ك = ١٢

٩ر + ك = ١٣

− ٥ك = ٢٥

ك = −٥

عوض عن ك في إحدى المعادلات

٩ر + (−٥) = ١٣

٩ر = ١٨

ر = ٢

الحل هو: (٢، −٥)

i٢) ٥س - ٣ص = ٦

٢س + ٥ص = -١٠

اضرب المعادلة الأولى في ٢ والثانية في ٥

١٠س ـ ٦ص = ١٢

١٠س + ٢٥ص = ـ٥٠ اطرح المعادلتين

ـ٣١ص = ٦٢

ص= ـ٢

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٥س ـ ٣(ـ٢) = ٦

٥س = ٠

س = ٠

الحل هو: (٠، ـ٢)

٢ب) ٦أ + ٢ب = ٢

٤أ + ٣ب = ٨

اضرب المعادلة الأولى في ٣ والثانية في ٢

١٨أ + ٦ب = ٦

١٦ = ٦ب + ٨أ اطرح المعادلتين

١٠أ = ـ١٠

أ = ـ١

عوض عن أ في إحدى المعادلات

٦(ـ١) + ٢ب = ٢

٢ب = ٨

ب = ٤

الحل هو: (ـ١، ٤)

٣) زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

افترض أن س معدل سرعة الزورق، ص سرعة التيار

س + ص = ٤ ← ١,٥س + ١,٥ص = ٦

(س – ص)١,٥ = ٤ ← ١,٥س – ١,٥ص = ٤

٣س =١٠

س= ٣,٣

معدل سرعة الزورق = ٣,٣ ميل / ساعة.

المثالان ١ ، ٢

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

١) ٢س – ص = ٤

٧س + ٣ص = ٢٧

اضرب المعادلة الأولى في ٣

٦س – ٣ص = ١٢

٧س + ٣ص = ٢٧ اجمع المعادلتين

١٣س =٣٩

س = ٣

عوض عن س في إحدى المعادلات

٢(٣) – ص = ٤

ص = ٢

الحل هو: (٣، ٢)

٢) ٢س + ٧ص = ١

س + ٥ص = ٢

اضرب المعادلة الثانية في ٢

٢س + ١٠ص =٤

٢س + ٧ص = ١ اطرح المعادلتين

٣ص = ٣

ص = ١

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٢س + ٧(١) =١

٢س= ـ ٦

س = ـ ٣

الحل هو: (ـ ٣، ١)

٣) ٤س + ٢ص = −١٤

٥س + ٣ص = −١٧

اضرب المعادلة الأولى في ٣والثانية في ٢

١٢س + ٦ص = ـ ٤٢

١٠س + ٦ص = ـ٣٤ اطرح المعادلتين

٢س = ـ٨

س = ـ ٤

عوض عن س في إحدى المعادلات

٤(ـ ٤) + ٢ص = ـ ١٤

٢ص = ٢

ص = ١

الحل هو: (ـ ٤، ١)

مثال ٣

٤) صيد: يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل/ ساعة.

افترض أن سرعة القارب س ، ومعدل سرعة النهر ص

(س + ص)٣٠ = ١٠ ← ٣٠س + ٣٠ص = ١٠

(س – ص)٤٠ = ١٠ ← ٤٠س – ٤٠ص = ١٠

اضرب المعادلة الأولى في ٤ والثانية في ٣

١٢٠س + ١٢٠ص = ٤٠

١٢٠س – ١٢٠ص = ٣٠

٢٤٠س = ٧٠

س = ٠,٢٩١

معدل سرعة القارب ٠,٢٩١ × ٦٠ = ١٧,٥ ميلاً / ساعة.

تدرب وحل المسائل:

المثالان ١ ، ٢

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٥) س + ص = ٢

−٣س + ٤ص = ١٥

س + ص = ٢ ×٣ ← ٣س + ٣ص = ٦

−٣س + ٤ص = ١٥ ← <u>− ٣س + ٤ص = ١٥</u>

٧ص = ٢١

ص = ٣

عوض عن ص في إحدى المعادلات

س + ٣ = ٢

س = −١

الحل هو: (−١، ٣)

٦) س – ص = –٨

٧س + ٥ص = ١٦

س – ص = –٨ ×٥ ← ٥س – ٥ص = –٤٠

٧س + ٥ص = ١٦

١٢س = –٢٤

س = –٢

عوض عن س في إحدى المعادلات

–٢ – ص = – ٨

ص = ٦

الحل هو: (– ٢، ٦)

٧) ٦س + ص = −٣٩

٣س + ٢ص = −١٥

٦س + ص = −٣٩ ×٢ ← ١٢س + ٢ص = −٧٨

٣س + ٢ص = −١٥

٩س = −٦٣

س = −٧

عوض عن س في إحدى المعادلات

٦(−٧) + ص = −٣٩

ص = ٣

الحل هو: (−٧، ٣)

٨) ٢س + ٥ص = ١١

٤س + ٣ص = ١

٢س + ٥ص = ١١ ×٢ ← ٤س + ١٠ص = ٢٢

٤س + ٣ص = ١ ٤س + ٣ص = ١

٧ص = ٢١

ص = ٣

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٢س + ٥(٣) = ١١

٢س = ـ ٤

س = ـ ٢

الحل هو: (ـ ٢، ٣)

٩) ٣س + ٤ص = ٢٩

٦س + ٥ص = ٤٣

٣س + ٤ص = ٢٩ ×٦ ← ١٨س + ٢٤ص = ١٧٤

٦س + ٥ص = ٤٣ ×٣ ← ١٨س + ١٥ص = ١٢٩

٩ص = ٤٥

ص = ٥

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٣س + ٤(٥) = ٢٩

٣س = ٩

س = ٣

الحل هو: (٣، ٥)

١٠) ٤س + ٧ص = −٨٠

٣س + ٥ص = −٥٨

٤س + ٧ص = −٨٠ ← ×٣ ← ١٢س + ٢١ص = −٢٤٠

٣س + ٥ص = −٥٨ ← ×٤ ← ١٢س + ٢٠ص = −٢٣٢

ص = −٨

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٤س + ٧(−٨) = −٨٠

٤س = −٢٤

س = −٦

الحل هو: (−٦، −٨)

١١) ١٢س – ٣ص = –٣

٦س + ص = ١

١٢س – ٣ص = – ٣

٦س + ص = ١

× ٣ ← ١٨س + ٣ص = ٣

١٢س – ٣ص = – ٣

٣٠س = ٠

س = ٠

عوض عن س في إحدى المعادلات

ص = ١

الحل هو: (٠، ١)

١٢) −٤س + ٢ص = ٠

١٠س + ٣ص = ٨

− ٤س + ٢ص = ٠ ×١٠ ← −٤٠س + ٢٠ص = ٠

١٠س + ٣ص = ٨ ×٤ ← ٤٠س + ١٢ص = ٣٢

٣٢ص = ٣٢

ص = ١

عوض عن ص في إحدى المعادلات

− ٤س + ٢(١) = ٠

− ٤س = − ٢

س = ٠,٥

الحل: (٠,٥ ، ١)

المثال ٣

١٣) **نظرية الأعداد:** ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة ؟

افترض العددان س، ص

٧س + ٣ص = ـ١

س + ص = ـ٣ **× ٣** **←** **٣س + ٣ص = ـ٩**

٧س + ٣ص = ـ١

٤س= ٨

س = ٢

عوض عن س في إحدى المعادلات

٢ + ص = ـ٣

ص = ـ٥

الحل هو: (٢، ـ٥)

١٤) **كرة قدم:** سجل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفًا في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤ ، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتي الذهاب والإياب؟

عدد أهداف الذهاب س وعدد أهداف الإياب ص

س + ص = ١٢ ×٣ ← ٣س + ٣ص = ٣٦

٢س – ٣ص = ٤ ← ٢س – ٣ص = ٤

٥س = ٤٠

س = ٨

عوض عن س في إحدى المعادلات

٨ + ص = ١٢

ص = ٤

عدد أهداف الذهاب =٨ أهداف.

عدد أهداف الإياب = ٤ أهداف.

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) −٠,٤س + ٠,٢٥ص = −٢,١٧٥

٢س + ص = ٧,٥

−١,٦س + ص = −٨,٧ بالقسمة على ٠,٢٥

٢س + ص = ٧,٥

−٣,٦س = −١٦,٢

س = ٤,٥

عوض عن س في إحدى المعادلات

٢(٤,٥) + ص = ٧,٥

ص = −١,٥

الحل هو: (٤,٥، −١,٥)

١٦) $\frac{١}{٤}$س + ٤ص = $٢\frac{٣}{٤}$

٣س + $\frac{١}{٢}$ص = $٩\frac{١}{٤}$

$\frac{1}{4}$س + ٤ص= $2\frac{3}{4}$ × ٤ ← س + ١٦ص = ١١

٣س+ $\frac{1}{2}$ ص = $9\frac{1}{4}$ ×٤ ← ١٢س + ٢ص = ٣٧

اضرب المعادلة الثانية في ٨

س + ١٦ص = ١١

٩٦س + ١٦ص = ٢٩٦ طرح المعادلتين

ـ٩٥س = ـ٢٨٥

س = ٣

عوض عن س في إحدى المعادلات

٣س+ $\frac{1}{2}$ ص = $9\frac{1}{4}$

٣ × ٣ + $\frac{1}{2}$ ص = $9\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ ص = $\frac{1}{4}$

ص = $\frac{1}{2}$

الحل هو: ($\frac{1}{2}$ ، ٣)

١٧) **هندسة :** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين س+٢ص= ٦، ٢س+ص= ٩ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:

أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

رأس المثلث هي نقطة التقاطع أي حل المعادلتين

س + ٢ص = ٦ ← س + ٢ص = ٦

٢س + ص = ٩ ×٢ ← ٤س + ٢ص = ١٨

ـ٣س = ـ١٢

س = ٤

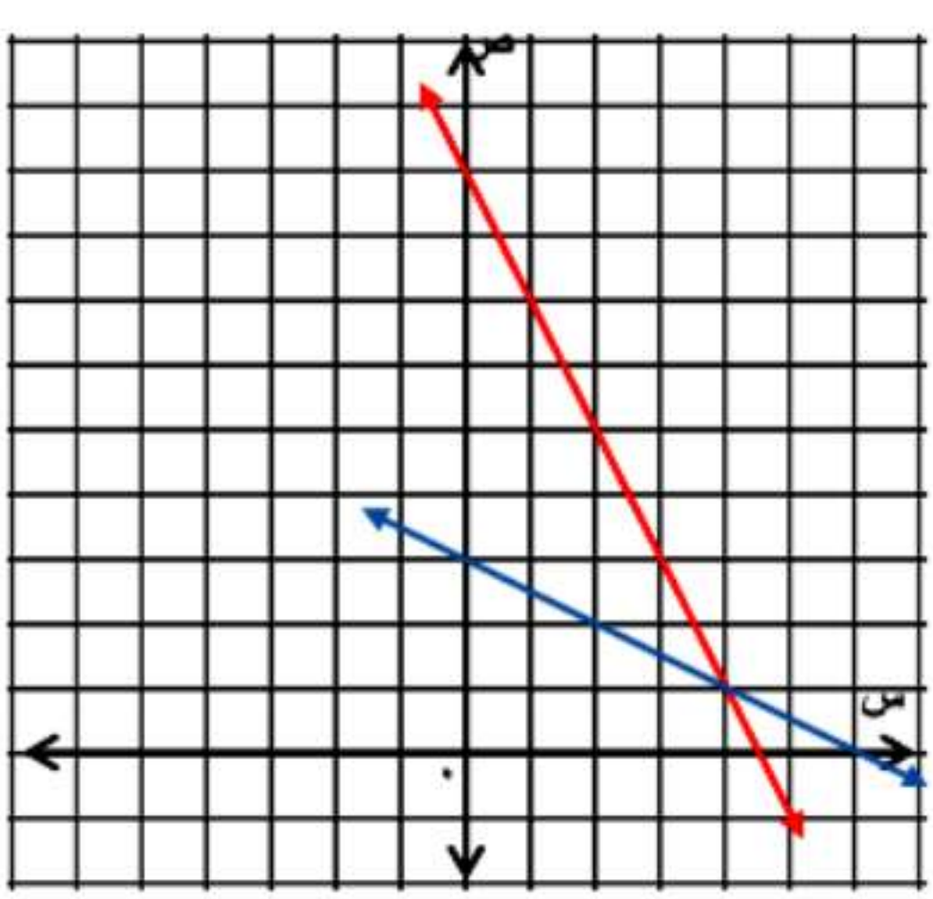
عوض عن س في إحدى المعادلات

٢(٤) + ص = ٩

ص = ١

رأس المثلث = (٤، ١)

ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.



س + ٢ص = ٦

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

عند ص = ٠ س = ٦

إذن النقطة (٦ ، ٠)

٢س + ص = ٩

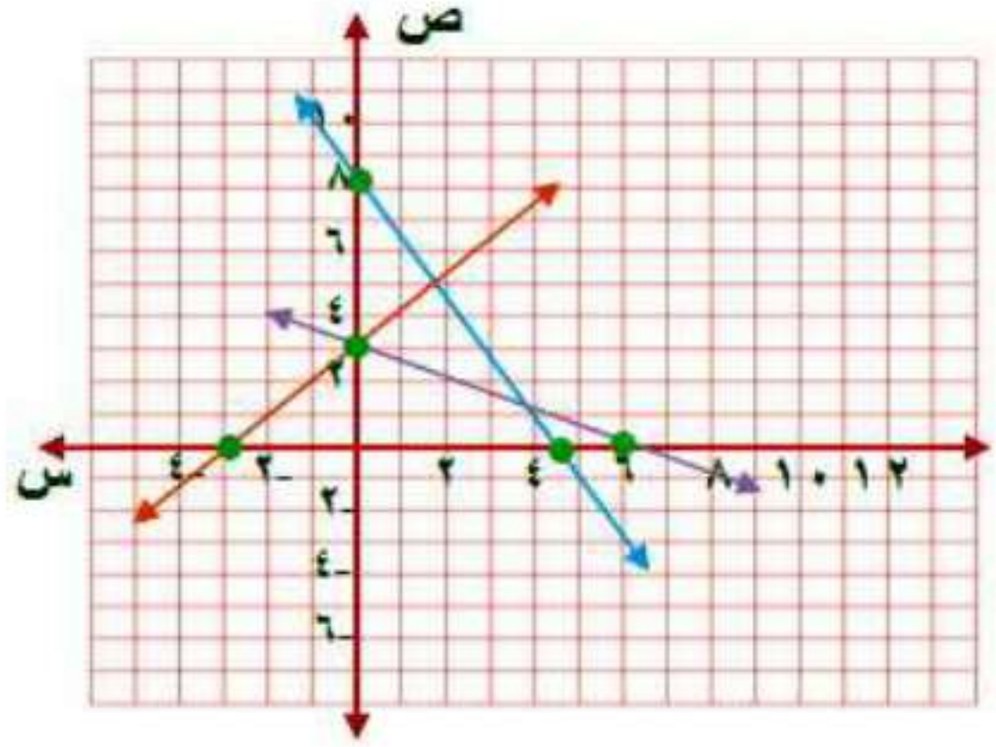
عند س = ٠ ص = ٩

إذن النقطة (٠ ، ٩)

عند ص = ٠ س = ٤,٥

إذن النقطة (٤,٥ ، ٠)

جـ) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة س-ص= -٣ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.



س – ص = –٣

عند س = ٠ ص = ٣

إذن النقطة (٠ ، ٣)

عند ص = ٠ س = –٣

إذن النقطة (–٣ ، ٠)

د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.

الرأسين الآخرين للمثلث (٠، ٣)، (٢، ٥).

١٨) اختبارات: اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخّر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجتيه الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

درجته الصحيحة = ٩٥ درجة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

١٩) تبرير: وضح كيف يمكنك تعرف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

عندما تكون إحدى المعادلتين مضاعفة للأخرى.

٢٠) **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

لسعيد

٢ر + ٧ن = ١١

ر - ٩ن = -٧

٢ر + ٧ن = ١١

(-٢) ر - ١٨ن = -١٤

٢٥ن = ٢٥

ن = ١

٢ر + ٧ن = ١١

٢ر + ٧(١) = ١١

٢ر + ٧ = ١١

٢ر = ٤

$\frac{٢ر}{٢} = \frac{٤}{٢}$

ر = ٢

الحل (٢، ١).

لحسين

٢ر + ٧ن = ١١

(-) ر - ٩ن = -٧

ر = ١٨

٢ر + ٧ن = ١١

٢(١٨) + ٧ن = ١١

٣٦ + ٧ن = ١١

٧ن = -٢٥

$\frac{٧ن}{٧} = -\frac{٢٥}{٧}$

ن = -٣,٦

الحل (١٨، -٣,٦).

سعيد، لأنه حذف المتغير ر بضرب المعادلة الثانية × ٢ ثم طرح. أما حسين فلم يطرح المعادلتين بصورة صحيحة.

٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في -٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

٢س – ص = ٨ × -٣ ← -٦س + ٣ص = -٢٤

س – ٣ص = ٩ ← س – ٣ص = ٩

-٥س = -١٥

س = ٣

عوض عن س في إحدى المعادلات

٣ – ٣ص = ٩

-٣ص = ٦

ص = -٢

الحل هو: (٣، -٢)

٢٢) **تحد:** إذا كان حل النظام: ٤س+٥ص= ٢، ٦س-٢ص= ب هو (٣، أ)، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحًا خطوات الحل التي استعملتها.

التعويض عن س و ص بالنقطة (٣ ، أ)

٤س + ٥ص = ٢

١٢ + ٥أ = ٢

٥أ = ـ١٠

أ = ـ٢

بالتعويض عن

٦س ـ ٢ص = ب

ب = ـ٢ × ٢ ـ ١٨

ب = ٤ + ١٨

ب = ٢٢

٢٣) اكتب: وضح كيف تحدد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

حدد المتغير الذي يكون إشارته مختلفة ويمكن أن يتساوي معاملة في المعادلتين بضرب أحد المعادلتين في عدد معين بحيث يمكن حذفه بجمع المعادلتين.

تدريب على اختبار

٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي :

٢س – ٣ص = –٩

–س + ٣ص = ٦

أ) (٣، ٣)

ب) (–٣، ٣)

جـ) (–٣، ١)

د) (١، –٣)

الإجابة: جـ) (–٣، ١)

٢س – ٣ص = –٩

– س + ٣ص = ٦

س= –٣

٣ + ٣ص = ٦

٣ص = ٣

ص = ١

٢٥) **احتمال:** يبين الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣ ؟

الناتج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) ٠,٢ د) ٠,١

الإجابة ب) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

٢٦) ٦ق + هـ = −٧

٦ق + ٣هـ = −٩

٦ق + هـ = −٧

٦ق + ٣هـ = −٩ اطرح المعادلتين

−٢هـ = ٢

هـ = −١

عوض عن هـ في إحدى المعادلات

٦ق + ٣(−١) = −٩

٦ق = −٦

ق = −١

الحل هو: (−١، −١)

٢٧) ٥س + ٣ك = −٩

٣س + ٣ك = −٣

٥س + ٣ك = −٩

٣س + ٣ك = −٣

٢س= −٦

س = −٣

عوض عن س في إحدى المعادلات

٣(− ٣) + ٣ك = −٣

٣ك = ٦

ك = ٢

الحل هو: (−٣، ٢)

٢٨) ٢س – ٤ز = ٦

س – ٤ز = –٣

٢س – ٤ز = ٦

س – ٤ز = –٣

س = ٩

عوض عن س في إحدى المعادلات

٢(٩) – ٤ز = ٦

–٤ز = –١٢

ز = ٣

الحل هو: (٩، ٣)

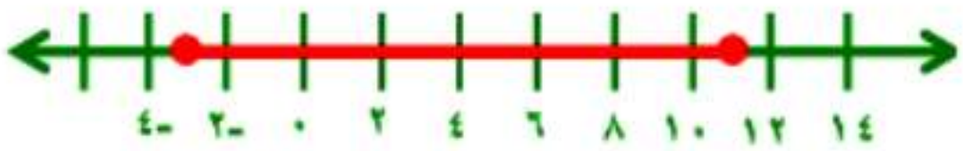
حل كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانيًّا: (الدرس ٤-٥)

٢٩) $|م - ٥| \geq ٨$

$م - ٥ \geq ٨$ أو $م - ٥ \leq -٨$

$م \geq ١٣$ $م \leq -٣$

مجموعة الحل: $\{م | م \leq -٣ \text{ أو } م \geq ١٣\}$



٣٠) $|ك + ١١| < ٥$

$ك + ١١ < ٥$ أو $ك + ١١ < -٥$

$ك < -٦$ $ك < -١٦$

مجموعة الحل: $\{ك | -١٦ < ك < -٦\}$

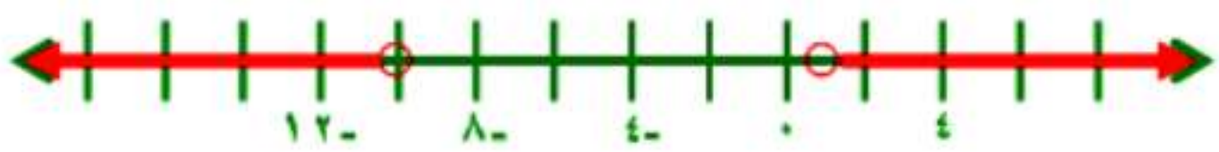
٣١) |٢و + ٩| > ١١

٢و + ٩ > ١١ ٢و + ٩ < – ١١

٢و > ٢ ٢و < – ٢٠

و > ١ و < – ١٠

مجموعة الحل: {و| و > ١ أو و < – ١٠}



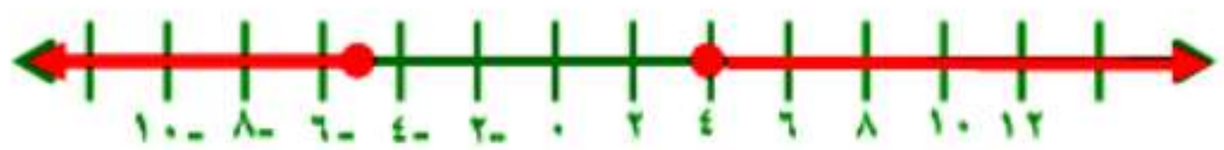
٣٢) |٢ر + ١| ≤ ٩

٢ر + ١ ≤ ٩ ٢ر + ١ ≥ – ٩

٢ر ≤ ٨ ٢ر ≥ – ١٠

ر ≤ ٤ ر ≥ – ٥

مجموعة الحل: {ر| ر ≤ ٤ أو ر ≥ – ٥}



٣٣) إذا علمت أن د(س)=٣س−١، فما قيمة د(−٤)؟ (الدرس ٢-٢)

د(س) =٣س − ١

د(−٤) =٣(−٤) − ١

= −١٢−١ = −١٣

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

اكتب الصيغة التي تعبر عن الجملة في كلٍّ مما يأتي:

٣٤) مساحة المثلث (م) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة (ل) في الارتفاع (ع).

$$م = \frac{1}{2} ل ع$$

٣٥) محيط الدائرة (مح) يساوي حاصل ضرب ٢ في (ط) في نصف القطر (نق).

$$مح = ٢ ط نق$$

٣٦) حجم المنشور القائم (ح) يساوي حاصل ضرب الطول (ل) في العرض (ع) في الارتفاع (أ).

$$ح = ل ع أ$$

٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

تحقق

أ١) ٥س + ٧ص = ٢

−٢س + ٧ص = ٩

افهم لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملى كل حد.

خطط بما أن معاملي ص في المعادلتين متساويين، إذاً يمكن استعمال الحذف بالطرح.

حل

$$٥س + ٧ص = ٢$$

$$\underline{-٢س + ٧ص = ٩}$$

$$٧س = -٧$$

$$س = -١$$

عوض عن س في المعادلة الأولى بـ -١

$$٥(-١) + ٧ص = ٢$$

$$٧ص = ٧$$

$$ص = ١$$

الحل هو: $(-١، ١)$

١ب) ٣س – ٤ص = –١٠

٥س + ٨ص = –٢

افهم لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملى كل حد.

خطط بما أن معاملى المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيريين لذا استعمل الحذف بالضرب.

حل اضرب المعادلة الأولى في ٢

٦س – ٨ص = –٢٠

٥س + ٨ص = – ٢

١١س = –٢٢

س = –٢

عوض عن س = – ٢ في المعادلة الأولى

٥(–٢) + ٨ص = –٢

٨ص = ٨

ص=١

الحل هو: (– ٢، ١)

١ جـ) س – ص = ٩

٧س + ص = ٧

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملى كل حد.

خطط

بما أحد معاملى ص في إحدى المعادلتين معكوساً جمعياً لمعاملها في المعادلة الآخرى إذاً استعمل الحذف بالجمع.

حل

س – ص = ٩

٧س + ص = ٧

٨س =١٦

س = ٢

عوض عن س في المعادلة الثانية

٧(٢) + ص = ٧

ص = –٧

الحل هو: (٢، –٧)

١د) ٥س – ص = ١٧

٣س + ٢ص = ٥

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملى كل حد.

خطط

بما أن معاملى المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيريين، بما أن معامل ص في المعادلة الأولى = ١ إذاً يمكن استعمال التعويض.

حل

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

ص = ٥س – ١٧

عوض عن ص في المعادلة الثانية

٣س + ٢(٥س– ١٧) = ٥

٣س + ١٠س – ٣٤ = ٥

١٣س = ٣٩

س = ٣

عوض عن عن س في المعادلة الأولى

ص = ٥(٣) – ١٧ = –٢

الحل هو: (٣ ، –٢)

٢) **تطوع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوعًا يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

افترض أن عدد الساعات ص وعدد الأسابيع س

ص = ٣س + ٥٠

ص = ٥س

عوض عن ص في المعادلة الأولى

٥س = ٣س + ٥٠

٢س = ٥٠

س = ٢٥

عوض عن س في المعادلة الثانية

ص = ٥س

ص = ٥ × ٢٥ = ١٢٥

بعد ٢٥ أسبوع تتساوى عدد ساعات التطوع لكلاهما.

مثال ١

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي ، ثمّ حلّه:

١) ٢س + ٣ص = −١١

−٨س − ٥ص = ٩

بما أن معاملات المتغيرات ليست متساوية ولا معكوسة ولا معاملها واحد أذاً استعمل الحذف بالضرب

اضرب المعادلة الأولى في ٤

٨س + ١٢ص = −٤٤

−٨س − ٥ص = ٩

٧ص = −٣٥

ص = −٥

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$-٨س - ٥(-٥) = ٩$

$-٨س = -١٦$

$س = ٢$

الحل هو: (٢، -٥)

٢) ٣س + ٤ص = ١١

٢س + ص = −١

بما أن معامل ص في المعادلة الثانية واحد استعمل التعويض

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

ص= −٢س − ١

عوض عن ص في المعادلة الأولى

٣س + ٤(−٢س−١) = ١١

٣س − ٨س − ٤ = ١١

−٥س = ١٥

س = − ٣

عوض عن س بـ −٣ في المعادلة الثانية

ص = −٢(−٣) −١

ص = ٥

الحل هو: (−٣، ٥)

٣) ٣س – ٤ص = –٥

–٣س + ٢ص = ٣

بما أن معاملي س في المعادلتين كلاهما معكوس للآخر اجمع المعادلتين

–٢ص = –٢

ص = ١

عوض عن ص في في إحدى المعادلات

٣س – ٤ (١) = –٥

٣س = –١

س = –٠,٣

الحل هو: (–٠,٣ ، ١)

٤) ٣س + ٧ص = ٤

٥س – ٧ص = –١٢

بما أن معامل المتغير ص في إحدى المعادلتين معكوس للمعادلة الآخرى

إذاً اجمع المعادلتين

٨س = – ٨

س = – ١

عوض عن س في المعادلة الأولى

٣(–١) + ٧ص = ٤

٧ص = ٧

ص = ١

الحل هو: (–١، ١)

مثال ٢

٥) **تسوّق:** اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالًا، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

أ) اكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

افترض الكراسات س والحقائب ص

٤س + ٣ص = ١٨١

س + ٢ص = ٩٤

ب) حدد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

بما أن معاملات المتغيرات ليس معكوسة ولا مساوية إذاً لا يصلح استخدام الجمع أو الطرح ولكن معامل س في المعادلة الثانية واحد إذاً استعمل التعويض.

جـ) حل النظام.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

س = ـ٢ص + ٩٤

عوض عن س في المعادلة الأولى

٤(ـ٢ص + ٩٤) + ٣ص = ١٨١

ـ٨ص + ٣٧٦ + ٣ص = ١٨١

ـ٥ص = ـ١٩٥

ص = ٣٩

عوض عن ص في المعادلة

س = ـ٢(٣٩) + ٩٤

س = ـ٧٨ + ٩٤

س = ١٦

الحل هو: (١٦، ٣٩)

إذن ثمن الكراسة ١٦ ريالاً ، ثمن الحقيبة ٣٩ ريالاً.

تدرب وحل المسائل:

مثال ١

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

٦) ٣س – ٤ص = –٥

–٣س – ٦ص = –٥

بما أن معامل س في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر إذاً اجمع المعادلتين

٣س – ٤ص = –٥

<u>–٣س – ٦ص = –٥</u>

–١٠ص = –١٠

ص = ١

عوض عن ص في المعادلة الأولى

٣س – ٤(١) = –٥

$س = -\frac{1}{3}$

الحل هو: $(-\frac{1}{3}، ١)$

٧) ٥س + ٨ص = ١

−٢س + ٨ص = −٦

بما أن معامل ص في المعادلتين متساوي

أذاً اطرح المعادلتين

٥س + ٨ص = ١

−٢س + ٨ص = −٦

٧س =٧

س= ١

عوض عن س في إحدى المعادلات

٥(١) + ٨ص = ١

٨ص = −٤

$$\text{ص} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

الحل هو: $(١، -\frac{1}{2})$

٨) ص + ٤س = ٣

ص = −٤س − ١

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ ص

عوض عن ص في المعادلة الأولى

−٤س − ١ + ٤س = ٣

− ١ = ٣

ليس لها حل.

مثال ٢

٩) **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في العام ١٤٣١هـ) نحو ٧٢٠ ألفًا، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفًا عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

افترض أن محافظة خميس مشيط س، محافظة بيشة ص

س + ص = ٧٢٠ ← س + ص = ٧٢٠

٣ص – س = ٨٠ ← – س + ٣ص = ٨٠

٤ص = ٨٠٠

ص = ٢٠٠

عوض عن ص في إحدى المعادلات

س + ٢٠٠ = ٧٢٠

س = ٥٢٠

عدد سكان محافظة خميس مشيط = ٥٢٠ ألف.

عدد سكان محافظة بيشة = ٢٠٠ ألف.

١٠) آثار: تبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القريات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

افترض مساحة قصر ابن شعلان س ، مساحة قصر صاهود ص

س + ص = ١٣٠٠٠

−٢س + ص = ٤٠٠٠ اطرح المعادلتين

٣س = ٩٠٠٠

س = ٣٠٠٠

عوض عن س في إحدى المعادلات

٣٠٠٠ + ص = ١٣٠٠٠

ص = ١٠٠٠٠

مساحة قصر ابن شعلان = ٣٠٠٠ متر مربع.

مساحة قصر صاهود = ١٠٠٠٠متر مربع.

١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و٢٥ ريالًا تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علمًا أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالًا؟ فسر إجابتك.

ص = ١٣٢٠٠ + ٢٥س

ص = ٤٠س

٤٠س = ١٣٢٠٠ + ٢٥س

١٥س = ١٣٢٠٠

س = ٨٨٠

٨٨٠ × ٤٠ = ٣٥٢٠٠ ريالاً.

عدد النسخ اللازم بيعها لتخطي نقطة التعادل = ٨٨٠ نسخة.

١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالًا، وصالح على ٥٠ ريالًا مقابل ذلك.

المادة	الكتلة المعاد تدويرها (كجم)	
	محمد	صالح
البلاستيك	٩	٩
الورق	٣٠	١١٥

أ) عين المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

افترض البلاستيك س والورق ص

٩س + ٣٠ص = ٣٣

٩س + ١١٥ص = ٥٠

ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

اطرح المعادلتين

ـ ٨٥ص = ـ١٧

ص=٠,٢

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٩س + ٣٠(٠,٢) = ٣٣

٩س = ٢٧

س = ٣

سعر كيلو البلاستيك = ٣ ريالات.

١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضًا؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالًا والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالًا، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالًا ثمنًا لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟

افترض ان عدد الكتب المجلده س والغير مجلدة ص

٤٠س + ٣٠ص = ٢٩٠

س + ص = ٨

حل المعادلة بالنسبة لـ ص

ص = – س + ٨

عوض عن ص في المعادلة الأولى

٤٠س + ٣٠(– س + ٨) =٢٩٠

٤٠س – ٣٠س + ٢٤٠ = ٢٩٠

١٠س = ٥٠

س = ٥

عدد الكتب المجلدة = ٥ كتب.

١٤) **قيادة سيارات:** قاد أشرف سيارته مسافة ٩٠ كيلو مترًا وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة زادت حركة السيارات، فأصبحت سرعة السيارة ($\frac{٣}{٤}$ ر) كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب؟

المعادلة ١

$$٩٠ = ر \times ن_{١}$$

$$٩٠ = \frac{3}{4} ر \times ن_{٢}$$

$$ر \times ن_{٢} = \frac{4}{3} \times 90$$

المعادلة ٢

$$١٢٠ = ر \times ن_{٢}$$

المعادلة ١ + ٢

$$٢١٠ = ر(ن_{١} + ن_{٢})$$

$$٢١٠ = ر \times ١,٧٥$$

الذهاب

ر = ١٢٠ كلم/ساعة

العودة

ر = $\frac{3}{4} \times 120$ = ٩٠ كلم/ساعة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

١٥) **مسألة مفتوحة:** كوّن نظامًا من معادلتين يمثّل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله، وفسّر معناه.

اشترك ٢٠٠ طالب من الصف الثالث في النشاط الصيفي وكان مثلي طلاب النشاط الفني يزيد عن ثلاثة أمثالي مشتركي النشاط الرياضي بـ ١٥ طالب فكم عدد المشتركين في كل نشاط؟

س + ص = ٢٠٠

٢س – ٣ص = ١٥

اضرب المعادلة الأولى في ٣

٣س + ٣ص = ٦٠٠

٢س – ٣ص = ١٥

٥س = ٦١٥

س = ١٢٣

عوض عن س في المعادلة الأولى

١٢٣ + ص = ٢٠٠

ص = ٧٧

عدد طلاب النشاط الفني = ١٢٣ طالب.

عدد طلاب النشاط الرياضي = ٧٧ طالب.

١٦) تبـــرين: في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة ، وحل النظام هو (-١، ٧)، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

عليك أن تتحقق دائما من الإجابة للتأكد من أنها منطقية في سياق المسألة الأصلية وإلا فإنها تكون غير صحيحة.

فالحل (– ١ ، ٧) غير صحيح؛ لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالباً. لذا يجب إعادة الحل.

١٧) **تحد:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$٤س + ص = ١٣$$

$$٦س - ص = ٧$$

الطريقة الأولى:

بما ان معامل ص في كلا المعادلتين متعاكسين إذن يمكن جمع المعادلتين

٤س + ص = ١٣

٦س – ص = ٧

١٠س = ٢٠

س = ٢

٦ × ٢ – ص = ٧

ص = ٥

إذن الحل (٢ ، ٥)

الطريقة الثانية:

بما أن معامل ص في المعادلة الأولي ويمكن استخدام التعويض

ص= ـ٤س + ١٣

عوض في المعادلة الثانية

٦س – (ـ٤س + ١٣) = ٧

٦س + ٤س – ١٣=٧

١٠س = ٢٠

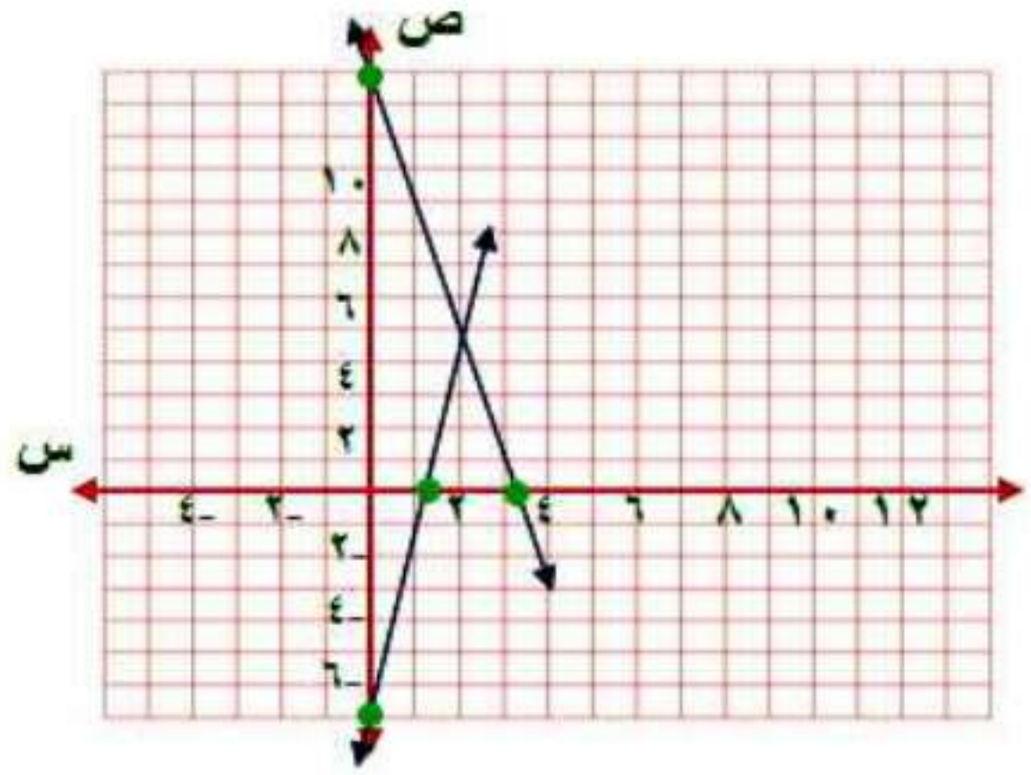
س = ٢

عوض عن س في المعادلة الأولى

ص = ـ٤(٢) + ١٣

ص = ٥

الحل هو: (٢، ٥)



الطريقة الثالثة بيانياً:

٤س + ص = ١٣

عند س = ٠ ص = ١٣

إذن النقطة (٠ ، ١٣)

عند ص = ٠ س = ٣,٢٥

إذن النقطة (٣,٢٥ ، ٠)

٦س – ص = ٧

عند س = ٠ ص = –٧

إذن النقطة (٠ ، –٧)

عند ص = ٠ س = ١,٢

إذن النقطة (١,٢ ، ٠)

نقطة التقاطع (٢ ، ٥)

١٨) **اكتب سؤالاً:** يدّعي أحد الطلاب بأن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالًا تبين فيه خطأ هذا الادّعاء.

هل يمكن أن تكون هناك طريقة أخرى أفضل إذا كانت إحدى المعادلتين على الصورة

ص = م س + ب؟

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

ص = س + ١ ص = ٣س	ص = س^{٢} − ٤ ص = ٢/س	−س + ص = ٠ ٥س = ٢ص	س − ص = ٣ س + ١/٢ ص = ١

ص = س^{٢} − ٤
ص = ٢/س

النظام المختلف هو النظام الثاني؛ لأنه الوحيد الذي لا يمثل نظاماً من معادلتين خطيتين.

٢٠) اكتب: وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

يكون التمثيل البياني أمثل طريقة للحل في حالة طلب تقدير للحل أي غير دقيق لأنه في الغالب إجابته غير دقيقة.

أما في حالة الطريقة الجبرية يكون في حالة طلب الإجابة دقيقة فيكون الحل بإحدي طرق الحذف الجمع أو الطرح أو الضرب على حسب معادلات النظام.

تدريب على اختبار

٢١) إذا كان ٥س+٣ص= ١٢، ٤س-٥ص= ١٧. فما قيمة ص؟

أ) -١ (أ) ب) ٣ جـ)(-١ ،٣) د) (٣ ،-١)

الإجابة أ) -١

٥س + ٣ص = ١٢ بالضرب في ٤

٤س - ٥ص = ١٧ بالضرب في ٥

٢٠س + ١٢ص = ٤٨

٢٠س - ٢٥ص = ٨٥

طرح المعادلتين

٣٧ص = - ٣٧

ص = -١

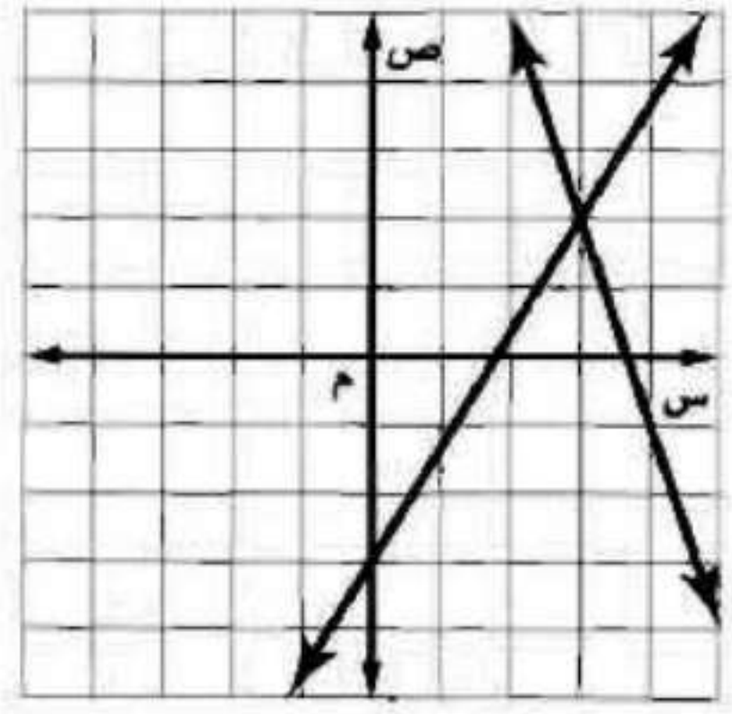
٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلًّا له؟

أ) ص = −٣س + ١١
٣ص = ٥س − ٩

ب) ص = −٣س + ١١
٢ص = ٤س − ٥

جـ) ص = ٥س − ١٥
٢ص = س + ٧

د) ص = ٥س − ١٥
٣ص = ٢س + ١٨



الإجابة أ) ص = −٣س + ١١

٣ص = ٥س − ٩

ص = −٣س + ١١

٣ص = ٥س − ٩

٣(−٣س + ١١) = ٥س − ٩

−٩س + ٣٣ = ٥س − ٩

−١٤س = −٤٢

س = ٣

ص = −٩ + ١١

ص = ٢

مراجعة تراكمية

حل كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

٢٣) س + ص = ٣

٣س – ٤ص = –١٢

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

س = – ص + ٣

عوض عن س في المعادلة الثانية

٣(– ص + ٣) – ٤ص = – ١٢

–٣ص + ٩– ٤ص = – ١٢

–٧ص = –٢١

ص = ٣

عوض عن ص في المعادلة الأولى

س = –٣ + ٣ = ٠

الحل هو: (٠، ٣)

٢٤) $-٤س + ٢ص = ٠$

$٢س - ٣ص = ١٦$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$-٤س + ٢ص = ٠ \quad \leftarrow \quad -٤س + ٢ص = ٠$

$٢س - ٣ص = ١٦ \quad \leftarrow \quad ٤س - ٦ص = ٣٢$

$-٤ص = ٣٢$

$ص = -٨$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$٢س - ٣(-٨) = ١٦$

$٢س = -٨$

$س = -٤$

الحل هو: $(-٤، -٨)$

٢٥) ٤س + ٢ص = ١٠

٥س – ٣ص = ٧

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

٤س + ٢ص = ١٠ ×٣ ١٢س + ٦ص = ٣٠

٥س – ٣ص = ٧ ×٢ ١٠س – ٦ص = ١٤

٢٢س = ٤٤

س = ٢

عوض عن س في إحدى المعادلات

٤(٢) + ٢ص = ١٠

٢ص = ٢

ص = ١

الحل هو: (٢، ١)

٢٦) حل المتباينة: | س-٢ | ≥ ٣. (الدرس ٤-٥)

س – ٢ ≥ ٣ س – ٢ ≤ –٣

س ≥ ٥ س ≤ –١

مجموعة الحل: {س| –١ ≥ س ≥ ٥}

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدرس ١-٣)

٢٧) ٥ = ٤ت – ٧

٥ = ٤ت – ٧

٥ + ٧= ٤ت – ٧ + ٧

١٢ = ٤ت

ت = ٣

٢٨) $-٣س + ١٠ = ١٩$

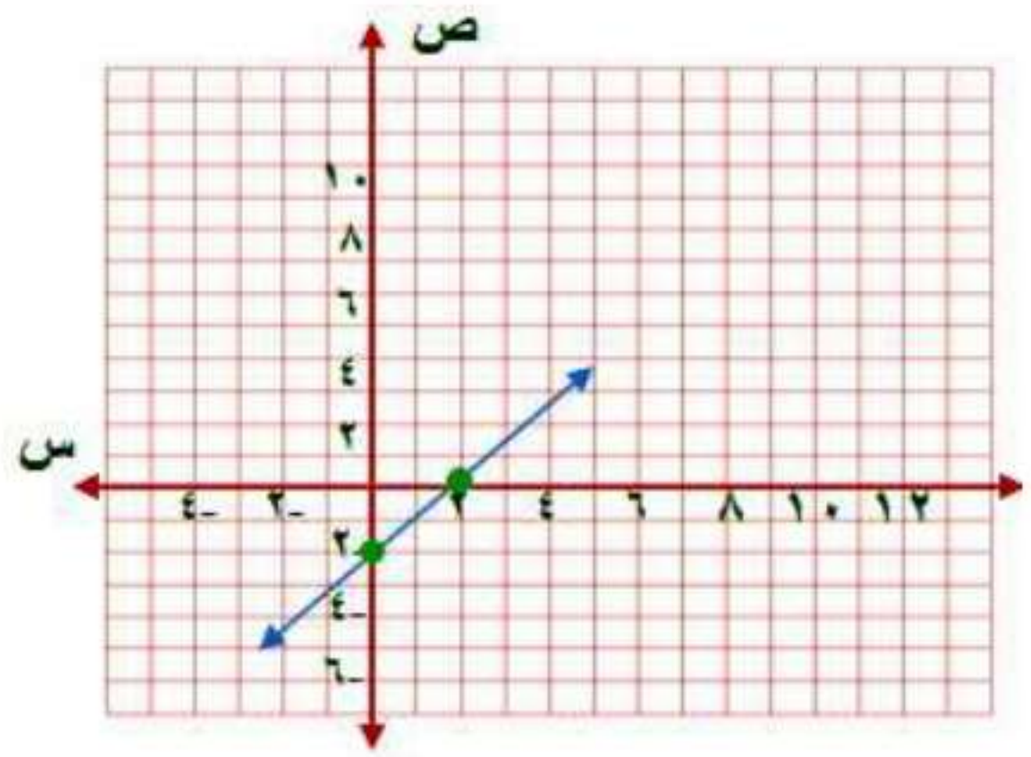
$-٣س + ١٠ = ١٩$

$-٣س + ١٠ - ١٠ = ١٩ - ١٠$

$-٣س = ٩$

$س = -٣$

٢٩) حل المعادلة: $٢س + ٤ = ٦$ بيانيًّا. (الدرس ٢-٤)



٢س + ٤ = ٦

٢س + ٤ ـ ٦ = ٦ ـ ٦

٢س ـ ٢=٠

د(س) = ٢س ـ ٢

عند س = ٠ د(س) = ـ ٢

عند د(س) = ٠ س = ٢

النقطة (٠ ، ـ ٢)

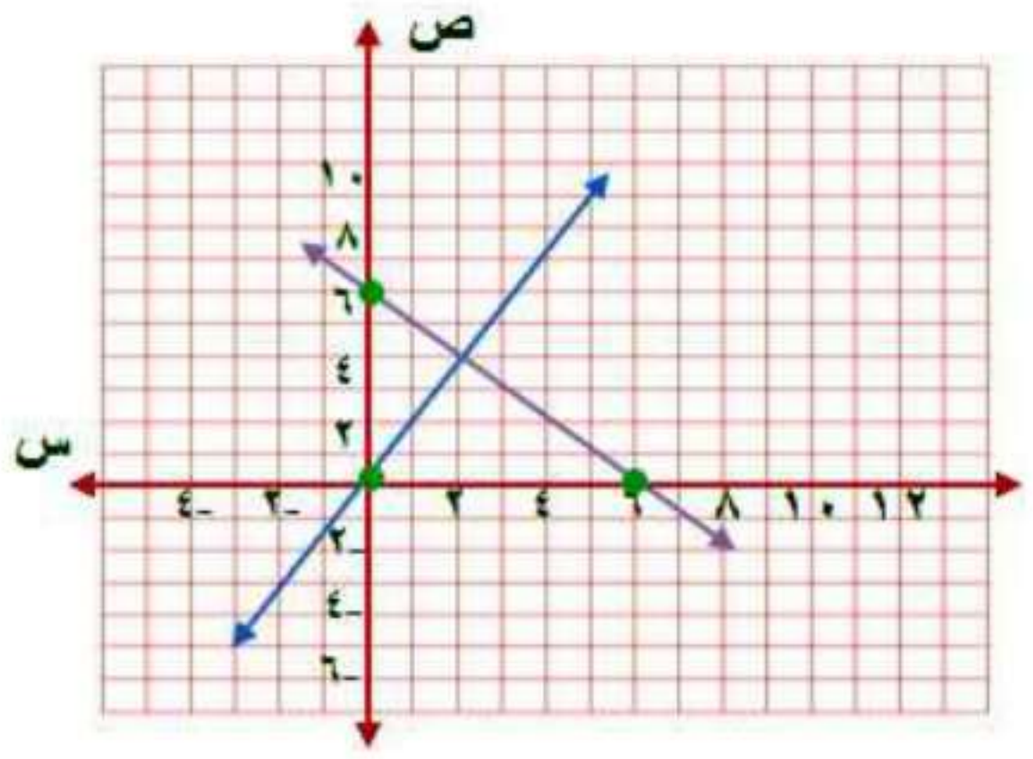
النقطة (٢ ، ٠)

اختبار الفصل

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وحدّد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه:

١) ص = ٢س

ص = ٦ − س



ص = ٢س

عند س = ٠ ص = ٠

إذن النقطة (٠ ، ٠)

عند ص = ٠ س = ٠

إذن النقطة (٠ ، ٠)

ص = ٦ – س

عند س = ٠ ص = ٦

إذن النقطة (٠ ، ٦)

عند ص = ٠ س = ٦

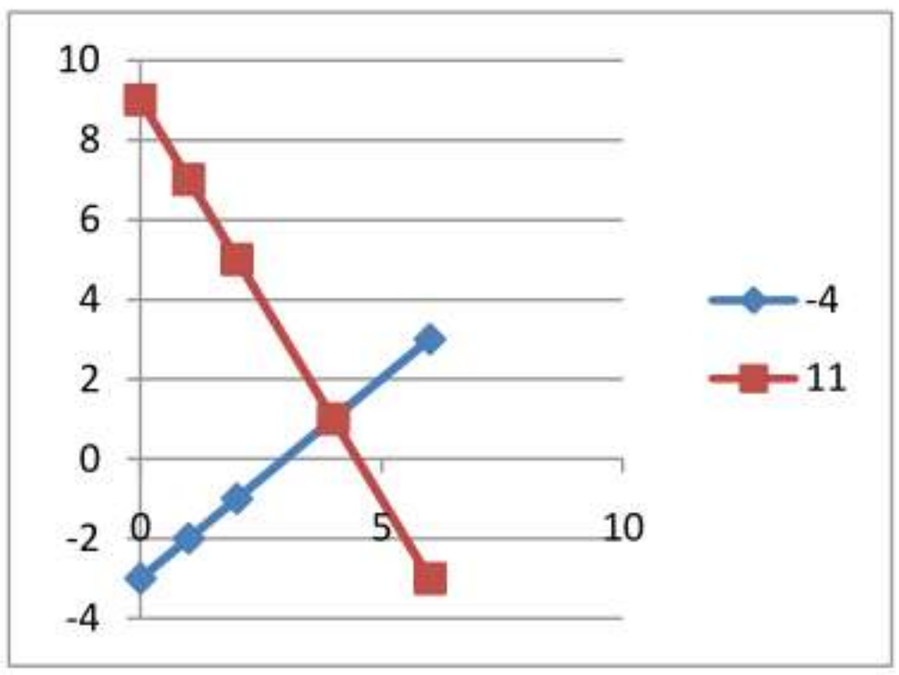
إذن النقطة (٦ ، ٠)

بما أن المستقيمين متقاطعين في نقطة

إذاً الحل هو: (٢، ٤)

٢) ص = س − ٣

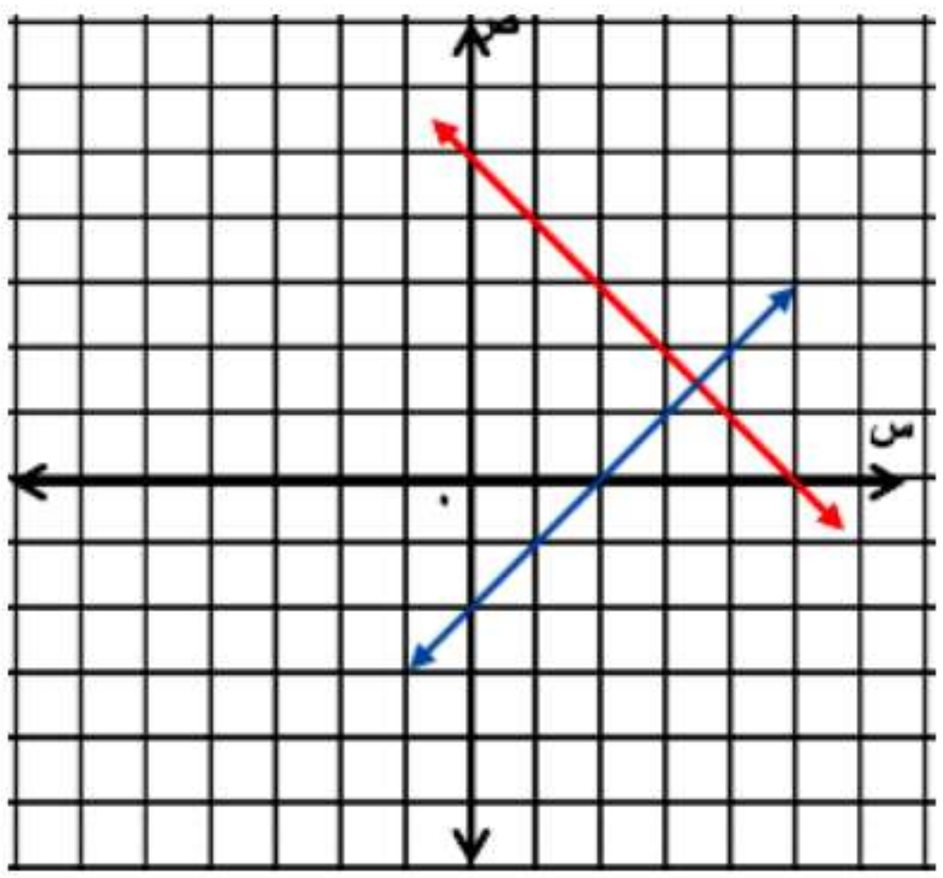
ص = −٢س + ٩



لها حل واحد وهو (٦ ، ٣)

٣) س − ص = ٤

س + ص = ١٠



عند س = ٠ ص = −٤

إذن النقطة (٠ ، −٤)

عند ص = ٠ س = ٤

إذن النقطة (٤ ، ٠)

س + ص = ١٠

عند س = ٠ ص = ١٠

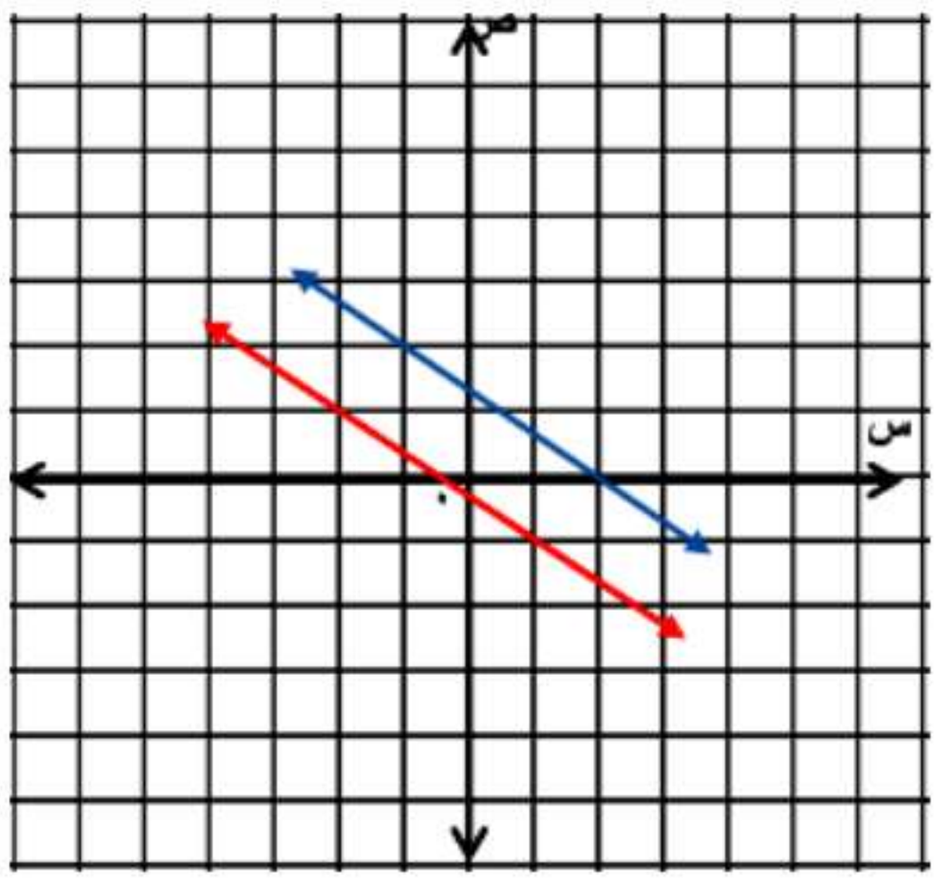
إذن النقطة (٠ ، ١٠)

عند ص = ٠ س = ١٠

إذن النقطة (١٠ ، ٠)

٤)٢س + ٣ص = ٤

٢س + ٣ص = −١



٢س + ٣ص = ٤

عند س = ٠ ص = $\frac{4}{3}$

إذن النقطة ($\frac{4}{3}$ ، ٠)

عند ص = ٠ س = ٢

إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$٢س + ٣ص = -١$$

عند س = ٠ $\quad$ ص = $-\frac{1}{3}$

إذن النقطة $(٠ ، -\frac{1}{3})$

عند ص = ٠ $\quad$ س = $-\frac{1}{2}$

إذن النقطة $(-\frac{1}{2} ، ٠)$

لا يوجد حل.

حُلَّ كلًّا من النظامين الآتيين بالتعويض:

٥) ص = س + ٨

٢س + ص = −١٠

عوض عن ص في المعادلة الثانية

٢س + س + ٨ = −١٠

٣س + ٨ = −١٠

٣س = −١٨

س = −٦

عوض في المعادلة الأولى

ص = −٦ + ٨

ص = ٢

الحل هو: (−٦، ٢)

٦) س = −٤ص − ٣

٣س − ٢ص = ٥

بالتعويض عن س في المعادلة ٢

٣(−٤ص −٣) − ٢ص = ٥

- ١٢ص − ٩ − ٢ص = ٥

−١٤ص = ١٤

ص = −١

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

س = −٤ × −١ −٣

س = ١

حل النظام هو (١ ، −١)

حُلَّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

٧) س + ص = ١٣

س − ص = ٥

س + ص = ١٣

س − ص = ٥ اجمع

س = ١٨

س = ٩

عوض عن س في إحدى المعادلات

٩ + ص = ١٣

ص = ٤

الحل هو: (٩، ٤)

٨) ٣س + ٧ص = ٢

٣س – ٤ص = ١٣

٣س + ٧ص = ٢

٣س – ٤ص = ١٣ اطرح

١١ص = –١١

ص = –١

عوض عن ص في إحدى المعادلات

٣س – ٤(–١) = ١٣

٣س + ٤ = ١٣

٣س = ٩

س = ٣

الحل هو: (٣، –١)

٩) س + ص = ٨

س − ٣ص = −٤

بطرح المعادلتين

٤ص = ١٢

ص = ٣

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

س + ٣ = ٨

س = ٥

حل النظام هو (٥ ، ٣)

١٠) **اختيار من متعدد:** ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟

$$٦س - ٤ص = ٦$$
$$-٦س + ٣ص = ٠$$

أ) (٥، ٦)　　جـ) (١، ٠)

ب) (-٣، -٦)　　د) (٤، -٨)

$$٦س - ٤ص = ٦$$
$$-٦س + ٣ص = ٠$$
$$-ص = ٦$$
$$ص = -٦$$
$$٦س + ٢٤ = ٦$$
$$٦س = -١٨$$
$$س = -٣$$

الإجابة ب) (-٣، -٦)

١١) تسوّق: اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالًا. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالًا، وثمن المجلة ٢٠ ريالًا، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

افترض أن عدد الكتب س وعدد المجلات ص

س + ص = ٨

٢٥س + ٢٠ص = ١٧٥

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

س = ـ ص + ٨

عوض عن س في المعادلة الثانية

٢٥(ـ ص + ٨) + ٢٠ص = ١٧٥

ـ٢٥ص + ٢٠٠ + ٢٠ص = ١٧٥

ـ٥ص = ـ٢٥

ص = ٥

عوض عن ص في المعادلة الأولى

س = ـ٥ + ٨

س = ٣

عدد الكتب = ٣، عدد المجلات = ٥

١٢) **حدائق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار. عرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.

افترض أن الطول س والعرض ص

س = ٢ص – ٣

٢س + ٢ص = ٤٢

عوض عن س في المعادلة الثانية

٢(٢ص – ٣) + ٢ص = ٤٢

٤ص – ٦ + ٢ص = ٤٢

٦ص = ٤٨

ص = ٨

عوض عن ص في المعادلة الأولى

س=٢(٨) – ٣

س = ١٣

طول الحديقة = ١٣ متر وعرضها = ٨ متر.

١٣) مجلات، اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجلات من كل نوع.

افترض المجلة الرياضية س والمجلة العلمية ص

س + ص = ٢٤

٢س – ص = ٦ اجمع

٣س = ٣٠

س = ١٠

عوض عن س في المعادلة الأولى

١٠ + ص = ٢٤

ص = ١٤

عدد نسخ المجلة الرياضية = ١٠ نسخ.

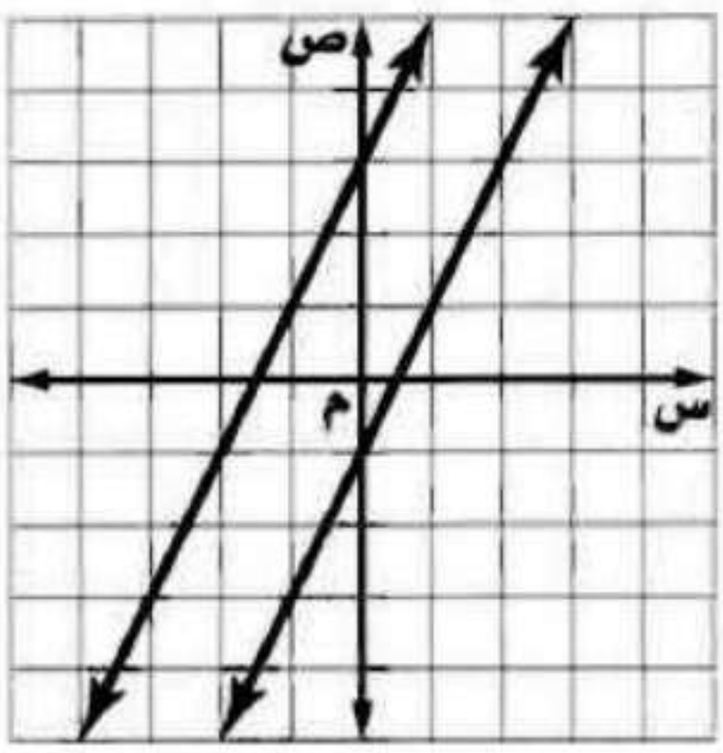
عدد نسخ المجلة العلمية = ١٤ نسخة.

اختبـــار تراكـــمي

الجزء ١ الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانيًّا؟



أ) متسق

ب) متسق ومستقل

جـ) متسق وغير مستقل

د) غير متسق

بما أن المستقيمان متوازيان الإجابة د) غير متسق.

٢) استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص=٤س−٧

٣س−٢ص= −١

أ) (٣، ٥)

ب) (٤، −١)

جـ) (٥، −٢)

د) (−٦، ٢)

الإجابة: أ) (٣، ٥)

ص = ٤س ـ ٧

٣س ـ ٢ص = ـ١

٣س ـ ٢(٤س ـ ٧) = ـ١

٣س ـ ٨س + ١٤ = ـ١

ـ٥س = ـ١ ـ ١٤

ـ٥س = ـ١٥

س = ٣

ص = ١٢ ـ ٧

ص = ٥

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟

$$٣س - ٨ص = -٥٠$$

$$٣س - ٥ص = -٣٨$$

أ) $\left(\frac{٥}{٨}، \frac{٣}{٢}\right)$

ب) $(-٦، ٤)$

جـ) $\left(-\frac{٢}{٧}، \frac{٤}{٩}\right)$

د) $(٤، -٩)$

الإجابة: ب) (-٦، ٤)

$٣س - ٨ص = -٥٠$

$٣س - ٥ص = -٣٨$

بالطرح

$-٣ص = -١٢$

$ص = ٤$

$٣س - ٢٠ = -٣٨$

$٣س = -١٨$

$س = -٦$

٤) ماحل المتباينة: ٢س ≤ -٦ ؟

أ) س ≤ -٣

ب) س ≤ ٣

جـ) س ≥ ٣

د) س ≥ -٣

الإجابة أ) س ≤ -٣

٥) استعمل الحذف لحل النظام الآتي:

$$٣س + ٢ص = -٢$$

$$٢س - ٢ص = -١٨$$

أ) (١، ٣)

ب) (٧، -٤)

جـ) (-٤، ٥)

د) (-٢، -٣)

الإجابة جـ) (-٤، ٥)

٣س + ٢ص = -٢

٢س - ٢ص = -١٨

٥س = -٢٠

س = -٤

-١٢ + ٢ص = -٢

٢ص = ١٠

ص = ٥

٦) ما حل المتباينة ٥ < ٢س + ٥ < ٧ ؟

أ) ٠ < س < ٢ جـ) ٠ < س < ٤

ب) ٥ < س < ٦ د) ٠ < س < ١

الإجابة د) ٠< س < ١

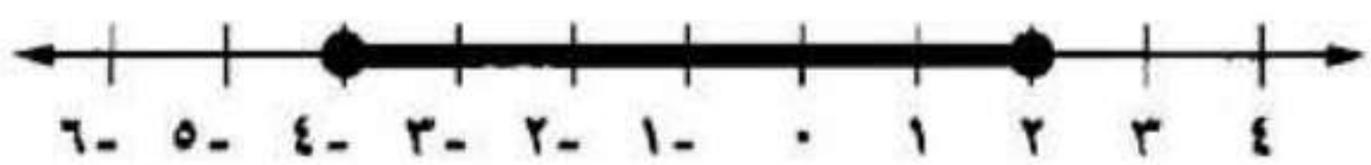
$5 < 2س + 5 < 7$

$5 - 5 < 2س + 5 - 5 < 7 - 5$

$0 < 2س < 2$ بالقسمة على ٢

٠< س < ١

٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني التالي:



أ) $|س+١| < ٣$ ب) $|س+١| \geq ٣$

جـ) $|س+١| \leq ٣$ د) $|س+١| > ٣$

الإجابة: ب) $|س+١| \geq ٣$

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالًا يريدان أن يشتريا بها دفترين وعددًا من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمن قلم الرصاص ٧٥, ٠ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

أ) ٣ جـ) ٥

ب) ٤ د) ٦

الإجابة ب) ٤

نفرض أن أحمد س وشقيقة ص

٦س + ٠,٧٥ ص = ١٥

٢ × ٦ +٠,٧٥ ص = ١٥

١٢ + ٠,٧٥ص = ١٥

٠,٧٥ص = ١٥ ـ ١٢

ص = ٣ ÷ ٠,٧٥ = ٤

الجزء ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلو مترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلو مترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

المسافة الكلية =١٠٨ كيلومتر، إذا نصفها = ٥٤ كيلومتر.

س + ١٢ ≤ ٥٤

س ≤ ٤٢

قطع عند وصوله للإشارة ٤٢ كيلومتر على الأقل.

١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا إلى ٨٩ ريالًا، فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟

الثمن بعد الخصم س ، قبل الخصم س + ١٥

٤٥ < س + ١٥ < ٨٩

٤٥ ـ ١٥ < س ـ ١٥ + ١٥ < ٨٩ ـ ١٥

٣٠ < س < ٧٤

يدفع ما بين ٣٠ و ٧٤ ريال.

١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩.
فما العددان.

س + ص = ٤١

س – ص = ٩ اجمع المعادلتين

٢س = ٥٠

س = ٢٥

عوض عن س في المعادلة الأولى

٢٥ + ص = ٤١

ص = ١٦

العددان هما ٢٥، ١٦

١٢) حل المتباينة ٢س ≤ ١٠، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

٢س ≤ ١٠

س ≤ ٥

١٣) حل المتباينة | ٣س−١| ≥ ٨، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

٣ س − ١≥ ٨

٣س ≥ ٩

س ≥ ٣

٣س − ١ ≤ −٨

٣س ≤ −٧

س ≤ −٢,٣

-٢,٣ ≤ س ≤ ٣

١٤) حل المتباينة ١ < ٢ك −٥ ≥ ١٣، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١< ٢ك − ٥ ≤ ١٣

١ < ٢ك − ٥

٦< ٢ك

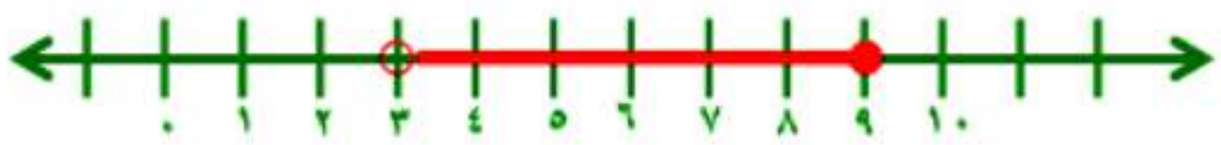
٣< ك

٢ك − ٥ ≤ ١٣

٢ك ≤ ١٨

ك≤ ٩

٣ < ك ≤ ٩



الجزء ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٥) **وجبات:** يبين الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (بالريال)
٣ شطائر ، علبتا عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

افترض الشطائر س، العصير ص

٣س + ٢ص = ١٣

٤س + ص = ١٤

ب) حل النظام الذي كتبته، وفسره في سياق المسألة.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

ص= ـ٤س + ١٤

عوض عن ص في المعادلة الأولى

٣س + ٢(ـ٤س + ١٤) = ١٣ بسط

٣س ـ ٨س + ٢٨= ١٣

ـ٥س + ٢٨ = ١٣

ـ٥س + ٢٨ـ ٢٨= ١٣ـ ٢٨ اطرح ٢٨ من الطرفين

ـ٥س = ـ١٥ اقسم الطرفين على ـ٥

س = ٣

عوض عن س في المعادلة الثانية

ص = ـ٤(٣) + ١٤

ص = ـ١٢ + ١٤ = ٢

إذاً ثمن الشطيرة الواحدة = ٣ ريال.

وثمن العصير الواحد = ٢ ريال.

جـ) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟

المبلغ = (عدد الشطائر× ثمن الشطيرة) + (عدد العصير × ثمن الواحد)

= (٢ × ٣) + (١ ×٢)

= ٦ + ٢

= ٨ ريال.