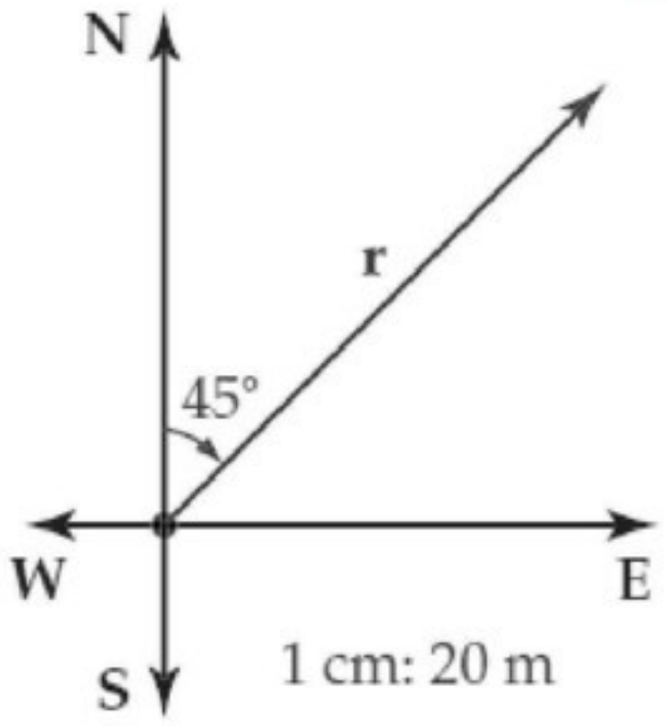
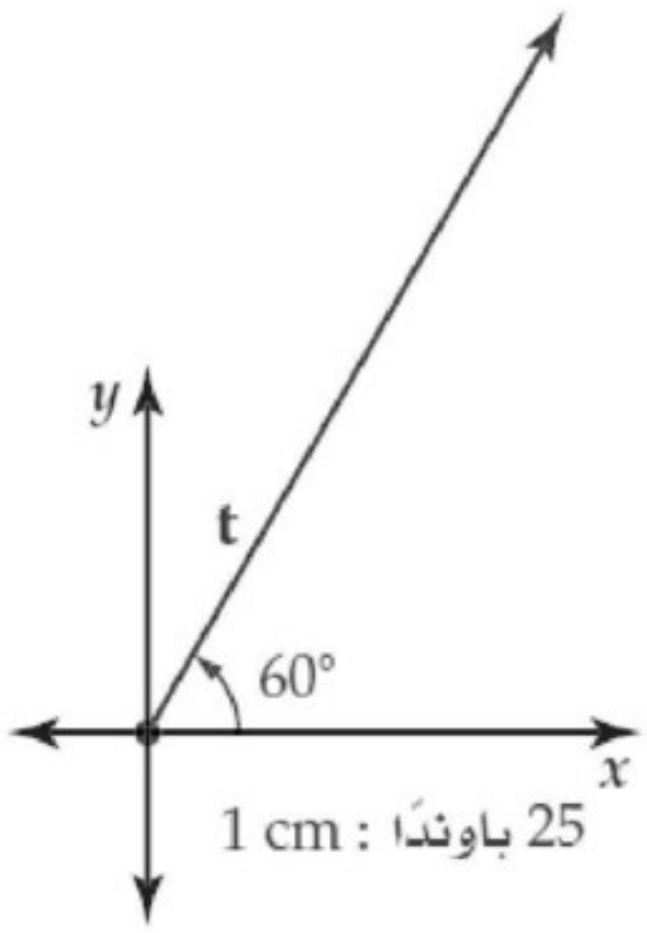
1-1 مقدمة في المتجهات

استعمل مسطرة ومنقلة لرسم متجه يمثِّل كل كمية مما يأتي، واكتب مقياس الرسم في كل حالة:

1)



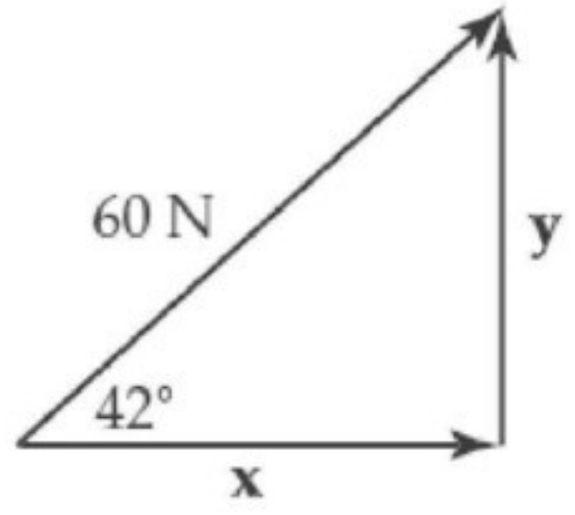
(2



3) تسوُّق:

1150 ft
في اتجاه 52.1° شمال الغرب

4) بناء:
(a



(b
44.6 N, 40.1 N

1-2 المتجهات في المستوى الإحداثي

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overline{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

1) $\langle -3 , -1 \rangle , \sqrt{10}$

2) $\langle 1 , -3 \rangle , \sqrt{10}$

3) $\langle 11, 5 \rangle , \sqrt{146}$

إذا كان $v = (2, -1), w = (-3, 5)$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

4) $\langle 6, -3 \rangle$

5) $\langle -7, 7 \rangle$

6) $\langle -1, 11 \rangle$

7) $\langle -21, 28 \rangle$

أوجد متجه وحدة u له الاتجاه نفسه في كلٍّ مما يأتي:

8) $\left\langle -\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5} \right\rangle$

9) $\left\langle -\frac{4\sqrt{17}}{17}, -\frac{\sqrt{17}}{17} \right\rangle$

اكتب $\overline{DE}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته بدلالة متجهي الوحدة I, j في كلٍّ مما يأتي:

10) $2i - 2j$

11) $9i - 5j$

12) $-9i - 8j$

13) $i + 6j$

أوجد الصورة الإحداثية للمتجه v المُعطى طوله وزاوية اتجاهه مع المحور الأفقي في كلٍّ مما يأتي:

14) $\langle 8.9, 8.0 \rangle$

15) $\langle -5.4, 5.9 \rangle$

16) بستنة:

295.6 N

1-3 الضرب الداخلي

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين في كلٍّ مما يأتي:

1) 0
متعامدان

2) -11
غير متعامدين

3) -2
غير متعامدين

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، وقرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

4) 20.4°

5) 117.9°

6) 109.3°

7) 65.2°

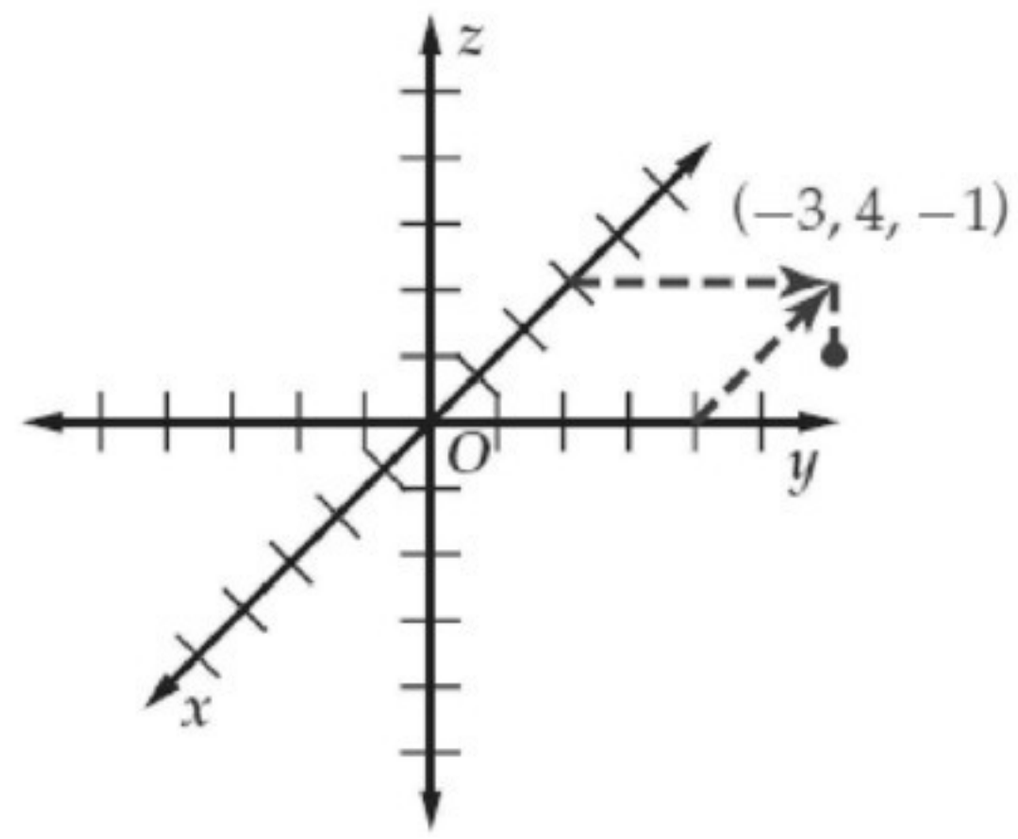
8) مواصلات: 15.8°

9) فيزياء: $520\ j$

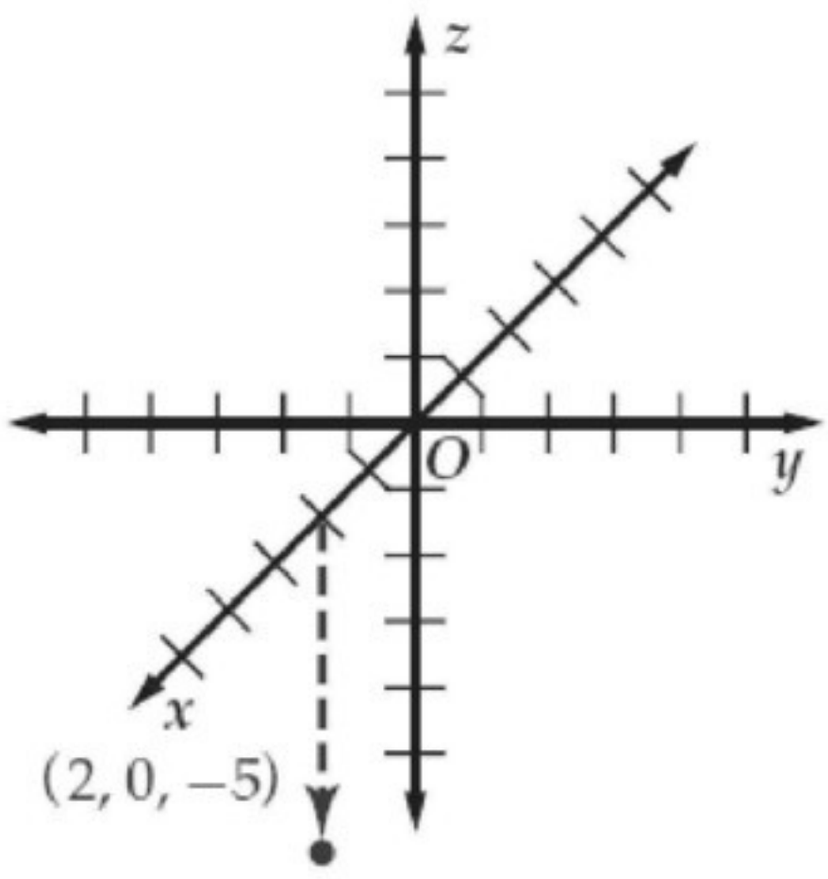
1-4 المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

عيِّن كل نقطة مما يأتي في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد أدناه:

1)

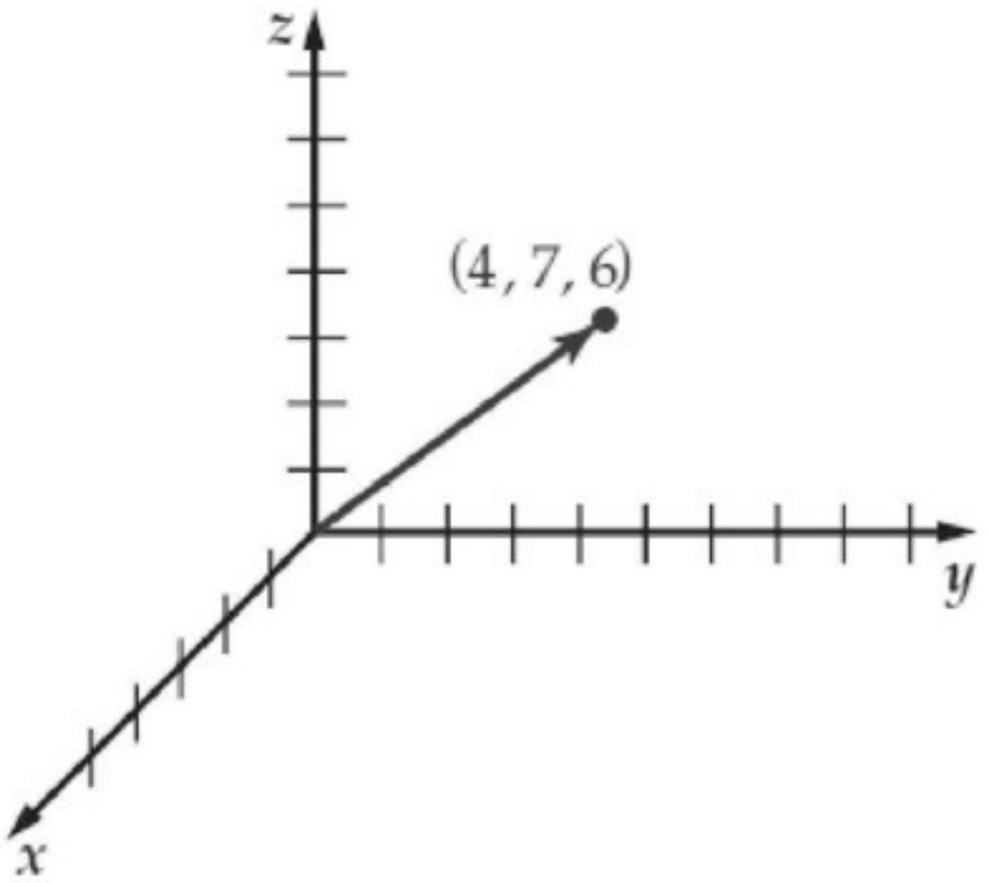


(2

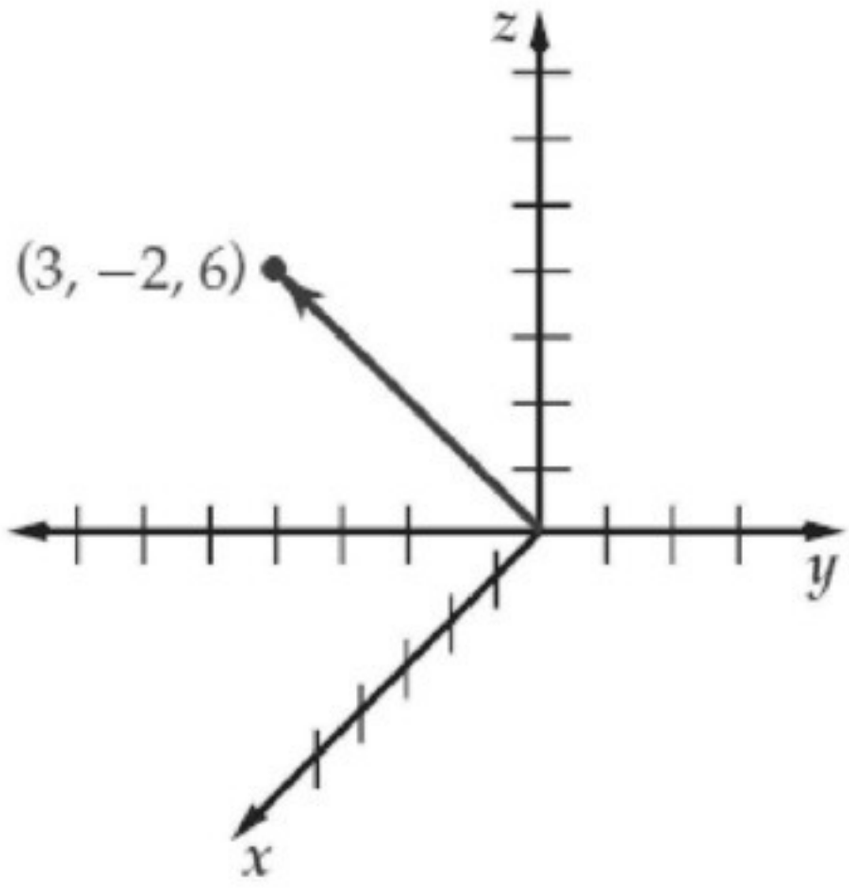


مثِّل كلًّا من المتجهات الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد أدناه:

3)



(4



أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي، ثم أوجد متجه وحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$:

5)

$$\langle -6 , 4 , 4 \rangle , 2\sqrt{17}$$

$$\left\langle -\frac{3\sqrt{17}}{17} , \frac{2\sqrt{17}}{17} , \frac{2\sqrt{17}}{17} \right\rangle$$

(6

$$\langle 3\ ,\ 1\ ,\ -9\rangle\ ,\ \sqrt{91}$$

$$\left\langle \frac{3\sqrt{91}}{91}\ ,\ \frac{\sqrt{91}}{91}\ ,\ -\frac{9\sqrt{91}}{91} \right\rangle$$

(7

$$\langle 11\ ,\ -3\ ,\ -17\rangle\ ,\ \sqrt{419}$$

$$\left\langle \frac{11\sqrt{419}}{419}\ ,\ -\frac{3\sqrt{419}}{419}\ ,\ -\frac{17\sqrt{419}}{419} \right\rangle$$

(8

$$\langle 1\ ,\ -11\ ,\ 17\rangle\ ,\ \sqrt{411}$$

$$\left\langle \frac{\sqrt{411}}{411}\ ,\ -\frac{11\sqrt{411}}{411}\ ,\ \frac{17\sqrt{411}}{411} \right\rangle$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف، وطول القطعة المستقيمة المُعطاة طرفيها في كلٍّ مما يأتي:

9) $\left\langle -\frac{1}{2}\ ,\ \frac{11}{2}\ ,\ -4 \right\rangle\ ,\ \sqrt{158}$

(10 $\left\langle -7\ ,\ -6\ ,\ \frac{7}{2} \right\rangle\ ,\ \sqrt{445}$

أوجد كلًّا مما يأتي للمتجهين $v = (2, -4, 5), w = (6, -8, 9)$:

11) $(8, -12, 14)$

12) $(-2, -4, 7)$

1-5 الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين في كل مما يأتي، ثم حدد ما إذا كانا متعامدين:

1) -9
غير متعامدين

2) 3
غير متعامدين

3) 0
متعامدان

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

4) $151.9°$ تقريباً

5) $154.9°$ تقريباً

6) $51.3°$ تقريباً

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي، ثم بيّن أن $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ عمودي على كلٍّ من $\mathbf{u}, \mathbf{v}$:

7)

$$\langle -3, -3, 3\rangle, \langle -3, -3, 3\rangle \cdot \langle 1, 3, 4\rangle$$
$$= -3(1) + (-3)(3) + 3 \times 4 = 0 \ , \langle -3, -3, 3\rangle \cdot \langle -1, 0, -1\rangle$$
$$= -3(-1) - 3(0) + 3(-1) = 0$$

8)

$$\langle 27, 3, 14\rangle, \langle 27, 3, 14\rangle \cdot \langle 3, 1, -6\rangle$$
$$= (27)(3) + 3(1) + 14(-6) = 0 \ , \langle 27, 3, 14\rangle \cdot \langle -2, 4, 3\rangle$$
$$= 27(-2) + 3(4) + 14(3) = 0$$

9)

$$\langle 7, 1, -11\rangle, \langle 7, 1, -11\rangle \cdot \langle 3, 1, 2\rangle$$
$$= 7(3) + (1)(1) + (-11) \cdot 2 = 0 \ , \langle 7, 1, 11\rangle \cdot \langle 2, -3, 1\rangle$$
$$= 7(2) + (1)(-3) - 11(1) = 0$$

10)

$$\langle 1, 4, -7\rangle, \langle 1, 4, -7\rangle \cdot \langle 4, -1, 0\rangle$$
$$= 1(4) + 4(-1) + (-7)(0) = 0 \ , \langle 1, 4, -7\rangle \cdot \langle 5, -3, 1\rangle$$
$$= 1(5) + 4(-3) + (-7)(-1) = 0$$

أوجد مساحة سطح متوازي الأضلاع الذي فيه $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ضلعان متجاوران في كلٍّ مما يأتي:

11) 62.4 وحدة مربعة

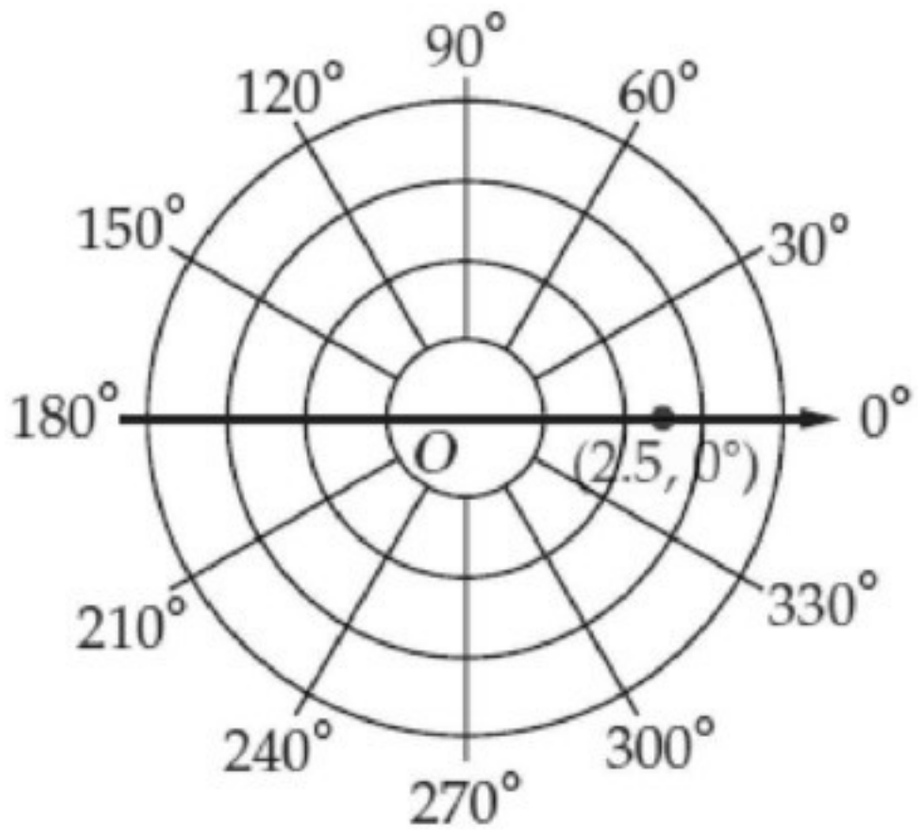
12) 74.2 وحدة مربعة

13) 643 وحدة مكعبة

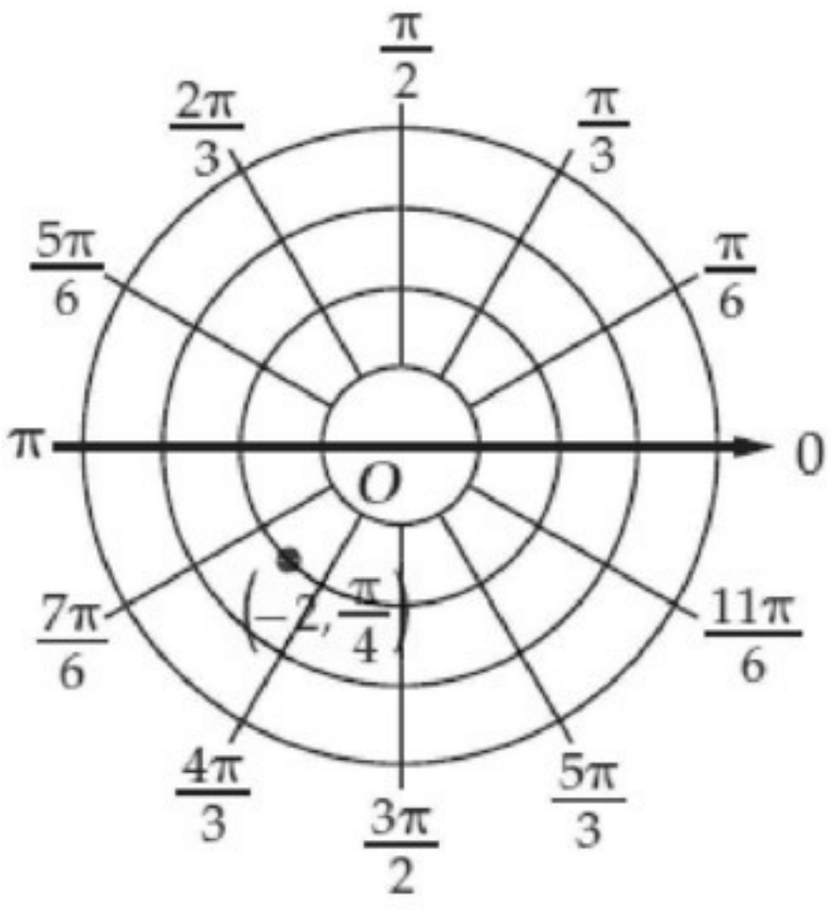
2-1 الإحداثيات القطبية

مثّل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي أدناه:

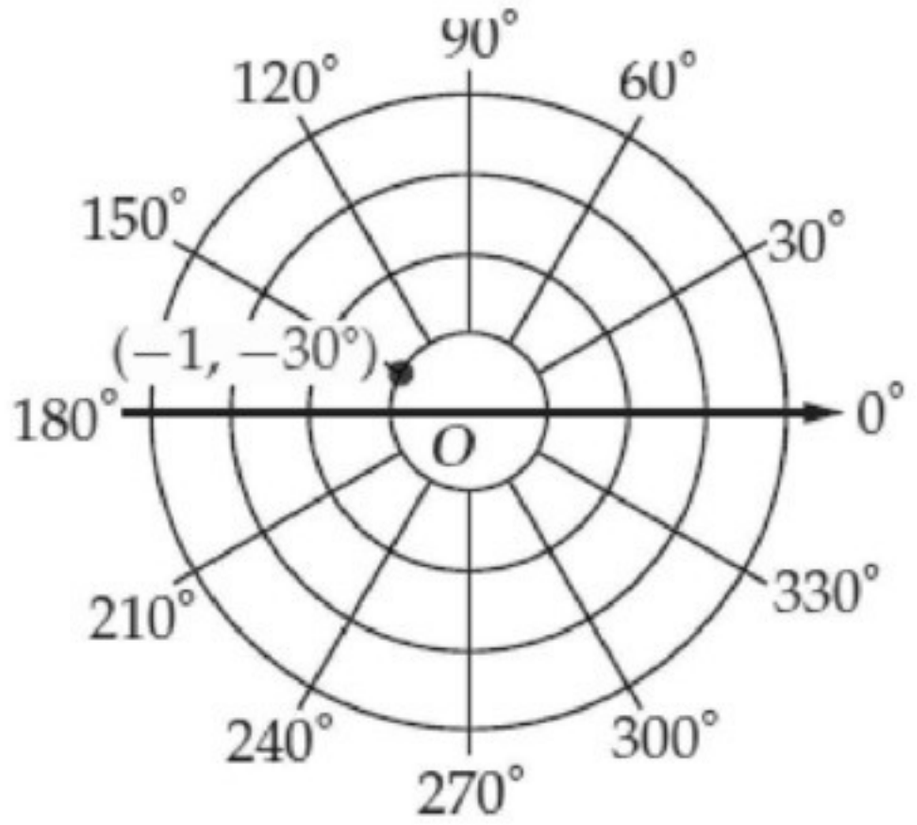
1)



(2

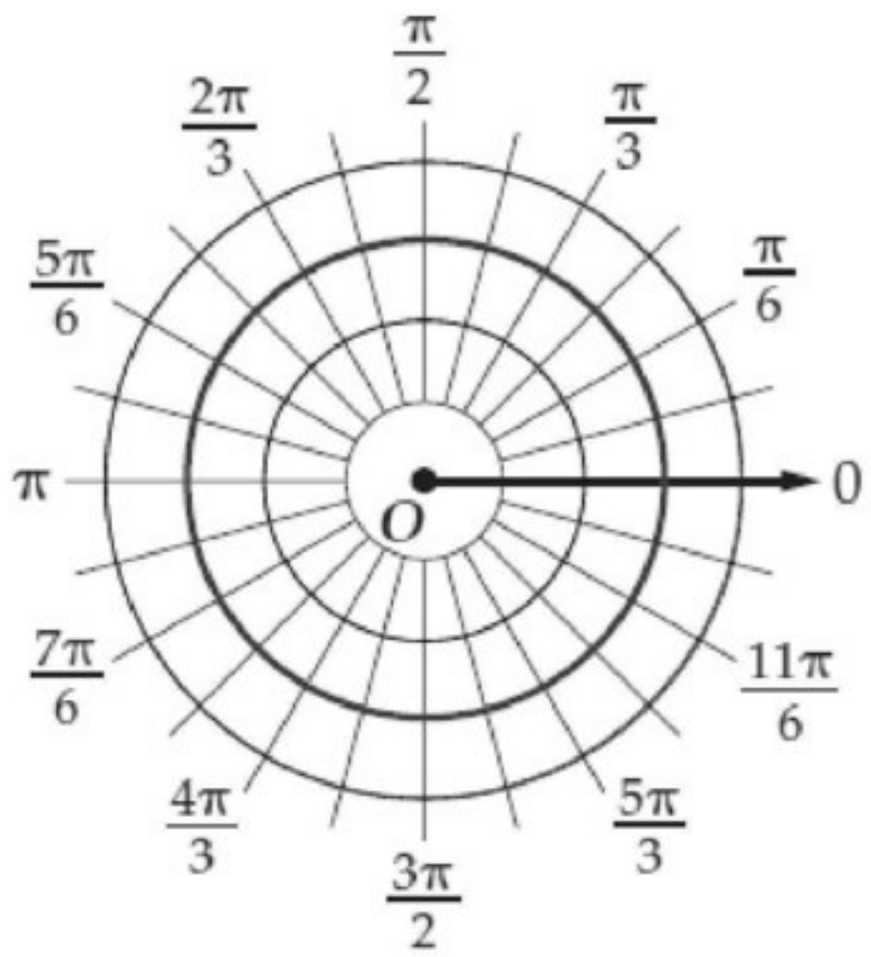


(3

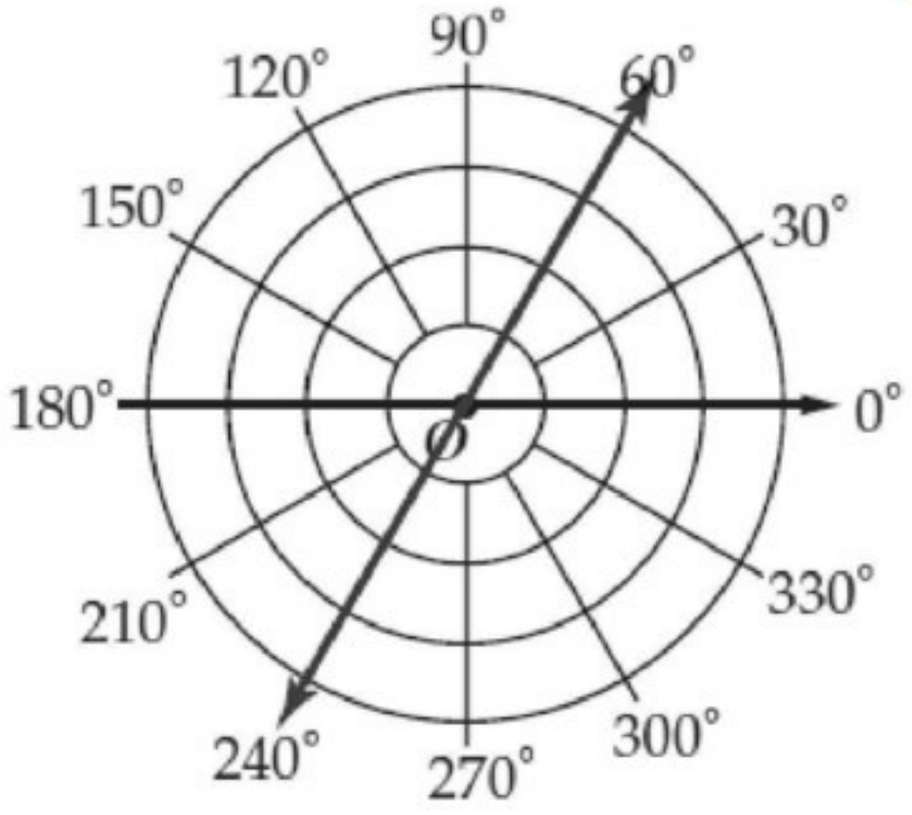


مثل كل معادلة قطبية مما يأتي بيانيًّا في المستوى القطبي أدناه:

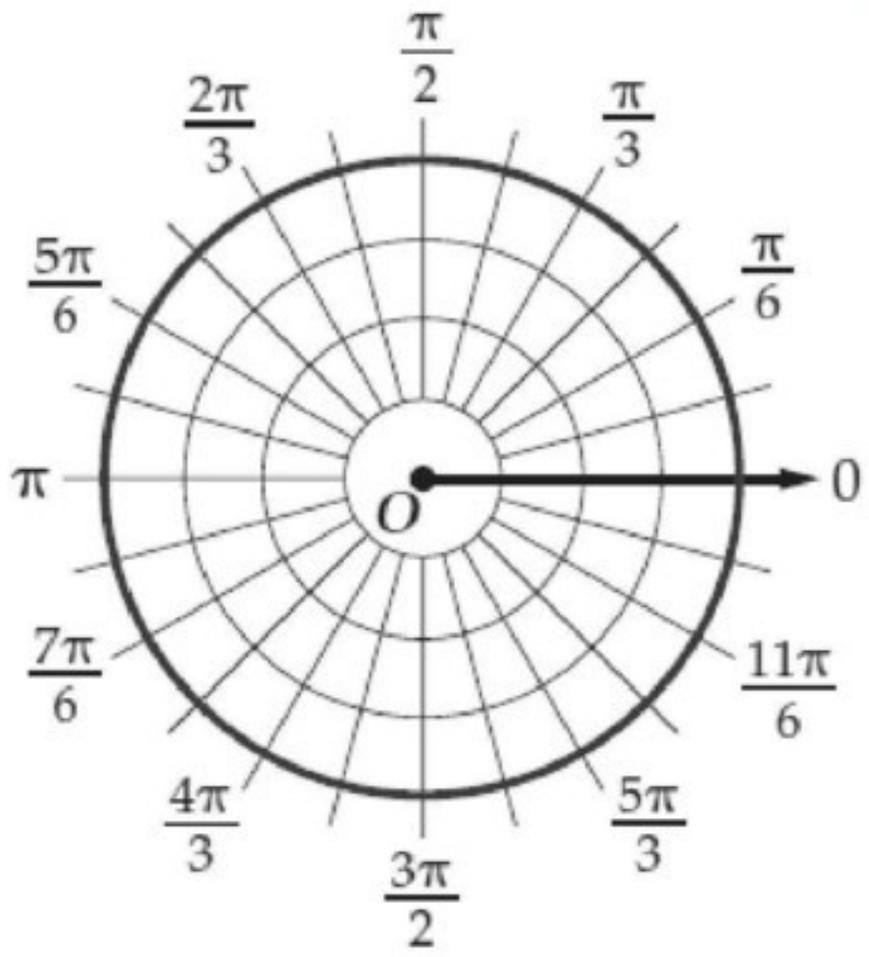
4)



(5

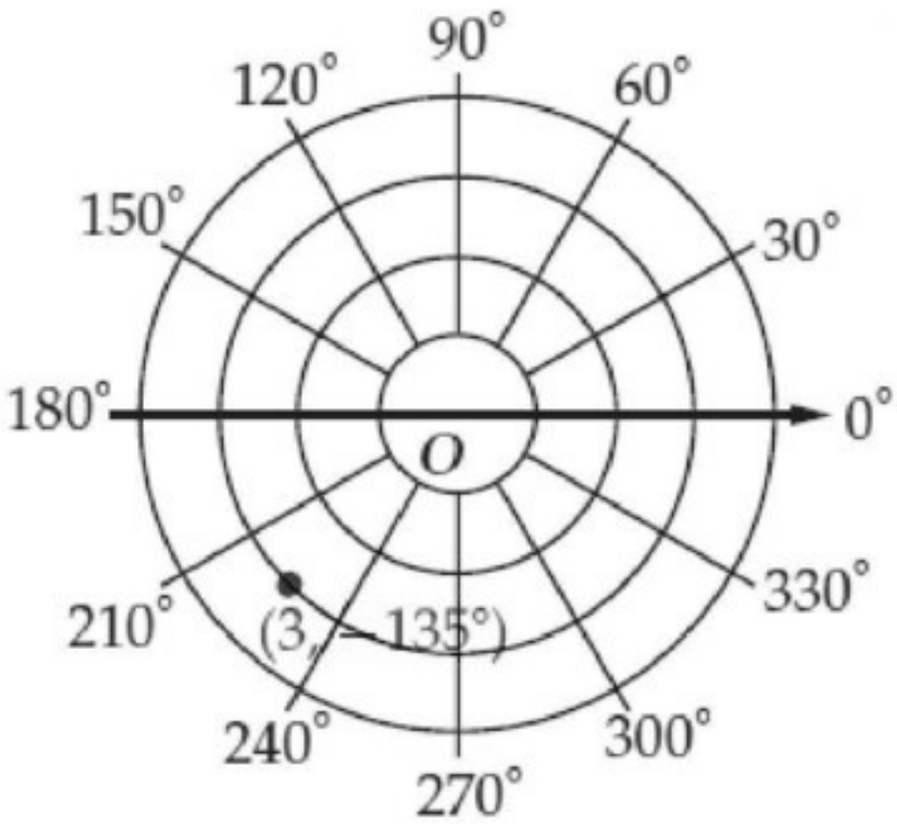


(6



7) منظر طبيعي:

a)



b) 4.95 وحدات

2-2 الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

1) $\left(-3\ ,\ 3\sqrt{3}\right)$

2) $\left(-2\sqrt{2}\ ,\ -2\sqrt{2}\right)$

3) $\left(2\sqrt{3}\ ,\ 2\right)$

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية، بحيث $0 \le \theta \le 2\pi$، في كل مما يأتي:

4) $\left(2\sqrt{2}\ ,\ \frac{\pi}{4}\right)\ ,\ \left(-2\sqrt{2}\ ,\ 5\frac{\pi}{4}\right)$

5) $\left(3.61\ ,\ 5.30\right)\ ,\ \left(-3.61\ ,\ 2.16\right)$

6) $\left(2\sqrt{3}\ ,\ \frac{5\pi}{6}\right)\ ,\ \left(-2\sqrt{3}\ ,\ \frac{11\pi}{6}\right)$

اكتب كلًّا من المعادلتين على الصورة القطبية:

7) $r = \pm 3$

8) $r = 3\csc\theta$

اكتب كلًّا من المعادلتين القطبيتين الآتيتين على الصورة الديكارتية:

9) $x^2 + y^2 = 16$

10) $x = 5$

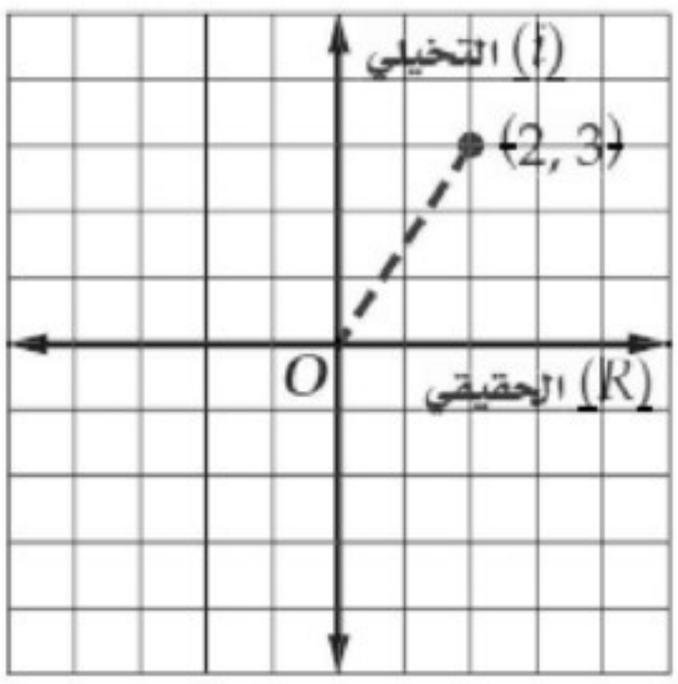
11) مساحة:

(18.78, 35.32)

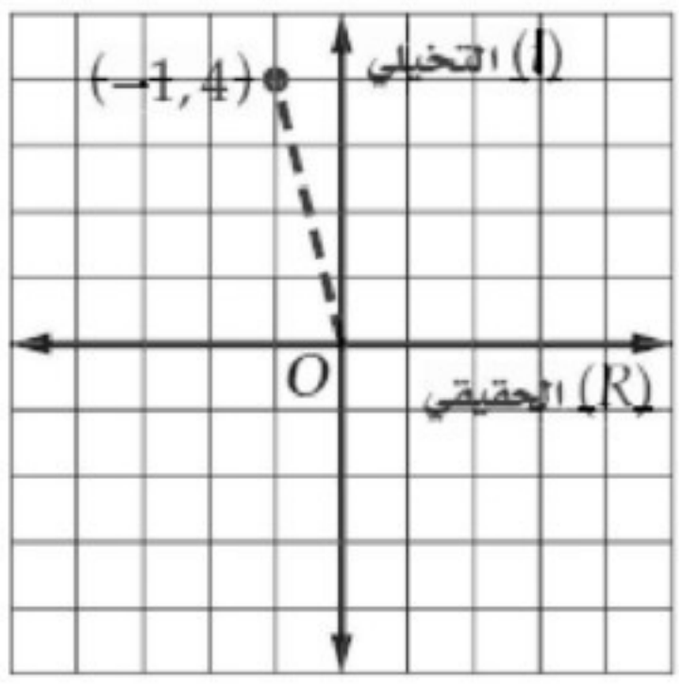
2-3 الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

مثّل كلًّا من العددين المركبين الآتيين في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة (قرب إلى أقرب جزء من مئة):

1) 3.61



2) 4.12



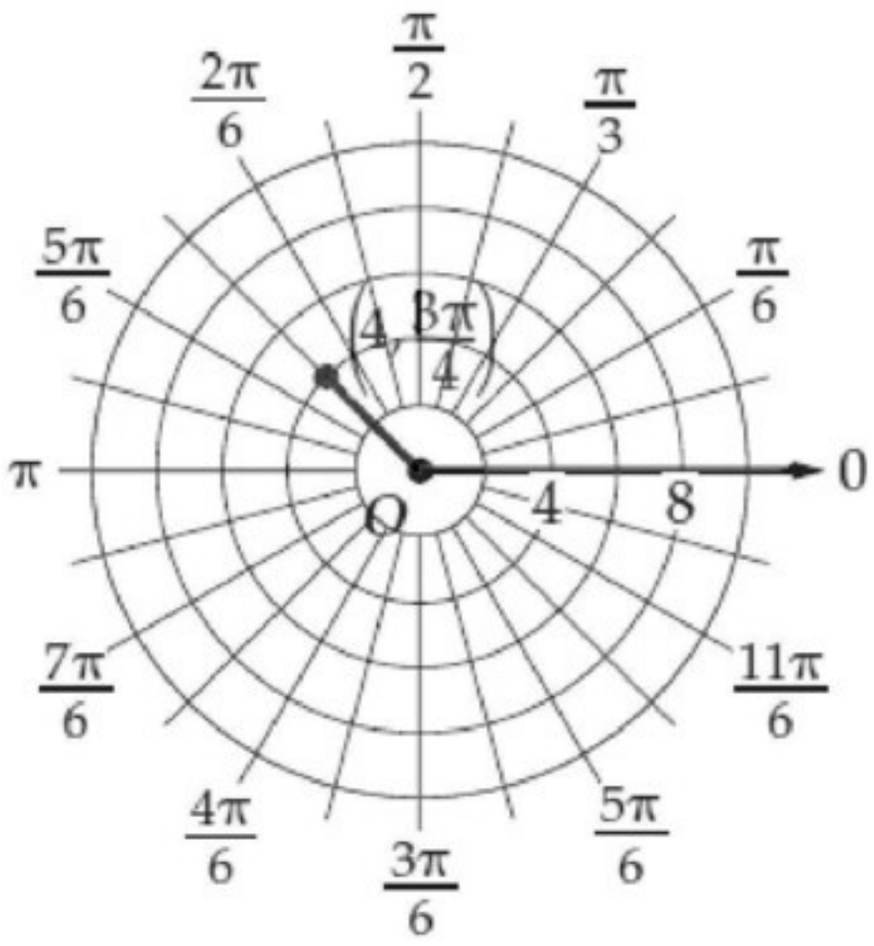
اكتب كلًّا من العددين المركبين الآتيين على الصورة القطبية:

3) $4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

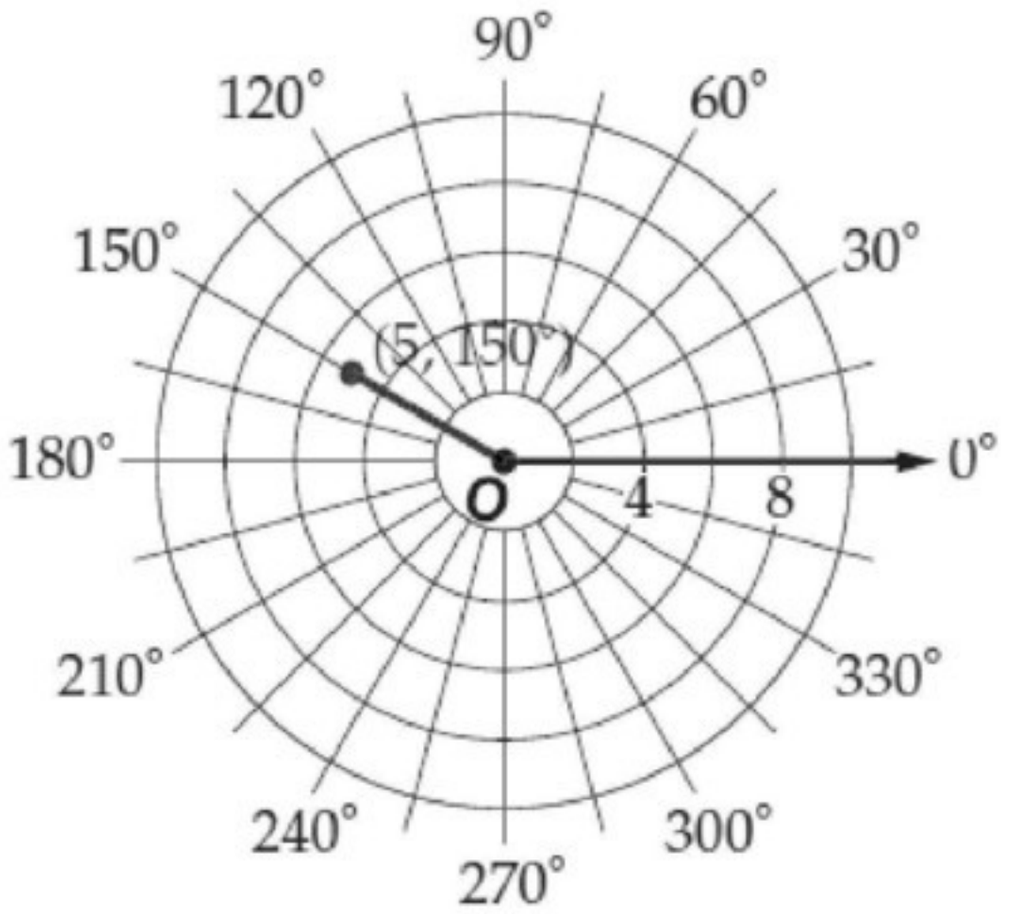
4) $6\left(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$

مثل كلًّا من العددين المركبين الآتيين في المستوى القطبي، ثمّ عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

5) $-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$



$$-\frac{5\sqrt{3}}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)i \quad (6$$



أوجد الناتج لكلٍّ مما يأتي، ثمّ عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

$$10i \ , 10\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right) \quad (7$$

$$\sqrt{3}+i \ , \ 2\left(\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ\right) \quad (8$$

أوجد الناتج لكلٍّ مما يأتي، ثمّ عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

$$16\sqrt{3}+16i \quad (9$$

$$32i \quad (10$$

أوجد جميع الجذور المطلوبة للعددين المركبين الآتيين:

$$\sqrt{3}+i \ , \ 1+\sqrt{3}i \ , \ -\sqrt{3}-i \ , \ 1-\sqrt{3}i \quad (11$$

$$\pm 0.97+0.22i \ , \ \pm 0.43+0.90i \ , \ \pm 0.78-0.62i \ , \ -i \quad (12$$

13) كهرباء:

(1.2 +2.4 *j*) أمبير

3-1 الدراسات التجريبية والمسحية وبالملاحظة

حدد ما إذا كان كل من الموقفين الآتيين يمثل دراسة تجريبية أو دراسة قائمة على الملاحظة، وإذا كانت دراسة تجريبية؛ فحدد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، ثم بيّن ما إذا كانت متحيزة أم لا:

1) دراسة قائمة على الملاحظة

2) دراسة تجريبية: المجموعة التجريبية هم الذين تناولوا الفيتامين. والمجموعة الضابطة هم الذين لم يتناولوا الفيتامين. الدراسة غير متحيزة

حدّد ما إذا كانت كل حالة من الحالتين الآتيتين تتطلب دراسة مسحية أم دراسة قائمة على الملاحظة أم دراسة تجريبية، وفسّر إجابتك:

3) دراسة قائمة على الملاحظة: مقارنة السجلات الطبية للطلاب الذين يأتون إلى المدرسة سيرا على الأقدام، وأولئك الذين يأتون بالحافلات المدرسية.

4) دراسة تجريبية: المجموعة التجريبية هي مجموعة الطلاب الذين يأكلون الحلوى

بيّن ما إذا كانت العبارات الآتية تُظهر ارتباطاً أم سببية، وفسر إجابتك:

5) ارتباط؛ يوجد عوامل أخرى تؤثر في وقت إكمال السباق

6) سببية: الأمطار تهطل من الغيوم.

7) ارتباط: يوجد عوامل أخرى تؤثر في صحة الجسم.

8) ارتباط؛ يوجد عوامل أخرى تؤثر في الأداء في أثناء الاختبار.

3-2 التحليل الإحصائي

أيّ مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات الآتية بشكل أفضل؟ ولماذا؟

1) المتوسط، لا يوجد قيم متطرفة أو بيانات متكررة.

2) الوسيط، توجد قيمة متطرفة وهي القيمة 4.2.

3) المنوال، يوجد قيم متكررة.

4) الوسيط، توجد قيمة متطرفة هي 99.

5) سيارات:

هامش خطأ المعاينة = ±0.1336
الفترة الممكنة تكون بين 27.36% , 0.64%

6) شواطئ البحر:

هامش خطأ المعاينة = ±0.0351
الفترة الممكنة تكون بين 60.51% , 53.49%

7) أوجد الانحراف المعياري للبيانات في كل من a, b وقربه إلى أقرب جزء من مئة.

a)

الانحراف المعياري = 4.88

b)

عينة الانحراف المعياري = 2.86

3-3 الاحتمال المشروط

أُلقي مكعبان مرقمان متمايزان مرة واحدة. أوجد احتمال كل مما يأتي:

1) $\frac{1}{6}$

2) $\frac{1}{9}$

3) $\frac{4}{9}$

4) كيمياء:

a) $\frac{4}{7}$

b) $\frac{1}{4}$

5) انتخابات:

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{2}$

6) كرة سلة:

a) $\frac{75}{97}$

b) $\frac{193}{1081}$

3-4 الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية

١) بللونات: يحتوي كيس على بالونة خضراء، و4 بالونات حمراء، و5 بالونات صفراء. إذا سُحِبت منه بالونتان عشوائيًّا، فأوجد كلًّا مما يأتي:

(a $\frac{2}{15}$

(b $\frac{4}{9}$

(c $\frac{1}{9}$

(d 0

(e $\frac{2}{9}$

(f $\frac{4}{45}$

2) واجبات: $\frac{1}{10}$

3) ورق الجدران: $\frac{2}{195}$

4) اتصالات:

a)

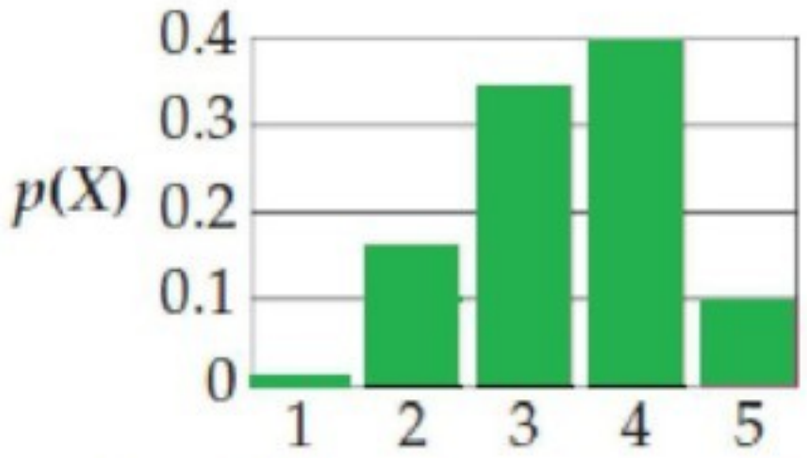
الاحتمالات جميعها محصورة بين صفر وواحد،

ومجموع الاحتمالات يساوي $0.01 + 0.16 + 0.34 + 0.39 + 0.10 = 1$

b) 0.49

c)

عدد الهواتف في منازل طلاب المدرسة



X = عدد الهواتف في كل منزل

3-5 التوزيع الطبيعي

حدّد ما إذا كانت البيانات الآتية تظهر التواءً موجباً أم التواءً سالباً أم موزعة طبيعيًّا:

1) موزعة توزيعاً طبيعياً

2) التواء سالب

3) دراسة:

a) 45%

b) التواء موجب، ترتفع القيم من الجهة اليسرى

4) اختبارات:

a) 95% تقريباً

b) 81.5% تقريباً

c) 16% تقريباً

d) 32% تقريباً

e) 2 تقريباً

5) درجات حرارة: 84% تقريباً

3-6 التوزيعات ذات الحدين

1) قطع نقود:

a) $\frac{5}{16}$

b) $\frac{3}{32}$

c) $\frac{1}{64}$

d) $\frac{11}{32}$

2) ضربات حرة:

a) $\frac{1}{243}$

b) $\frac{32}{243}$

c) $\frac{40}{243}$

d) $\frac{17}{81}$

3) سلامة مرورية: 7.5% تقريباً

4) مواصلات:

a)

X	0	1	2	3
$P(X)$	0.008	0.096	0.384	0.512

b)

المتوسط 2.4 ، والتباين 0.48

الانحراف المعياري = 0.68 تقريباً

بالمتوسط 2 من كل 3 أشخاص يتم اختيارهم عشوائيا من سكان هذه المنطقة يستعملون سياراتهم الخاصة للوصول إلى عملهم.

4-1 تقدير النهايات بيانياً

قدِّر- ان امكن – كل نهاية مما يأتي:

1) 4

2) 1 –

3) 8

4) $-\infty$

5) ∞

6) ∞

قدِّر- ان امكن – كل نهاية مما يأتي:

7) 4 –

8) 3

9) 2

10) ∞

11) مُعدّل التغيُّر: ∞

12) تلوُّث: ∞

4-2 حساب النهايات جبرياً

احسب كل نهاية مما يأتي ان أمكن:

1) 10

2) -12

3) 6

4) 3

5) $\frac{1}{9}$

6) $\frac{9}{2}$

7) ∞

8) $\frac{1}{4}$

9) 0

10) $-\infty$

11) دواء: 4 mg, 2 mg

4-3 المماس والسرعة المتجهة

أوجد ميل مماسّ منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند النقطة المعطاة:

1) 5

2) -5

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

3) $m = -2$

4) $m = 3x^2 - 4x$

تمثِّل h (t) في كلٍّ مما يأتي، بُعد جسم متحرك بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللحظية لهذا الجسم عند الزمن المعطى:

5) $v\,(2) = -64$ ft./sec

6) $v\,(3) = 104$ ft./sec

تمثل h (t) في كلٍّ مما يأتي مسار جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية v (t) للجسم عند أي زمن:

7) $v(t) = 34\,t$

8) $v(t) = 15\,t^2 - 12\,t + 4$

$$v(t) = \frac{\sqrt{t}}{2t} - 4t \quad (9$$

$$v(t) = \frac{-3}{t^2} + 2 \quad (10$$

11) مظلّيّ: $v(t) = -32\ t$

12) كرة قدم:

(a $v(t) = -32\ t + 58$

(b 10 ft./sec

4-4 المشتقة

أوجد مشتقة كلِّ دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة:

(1

$$g'(x) = 6x - 5$$
$$g'(-2) = -17$$
$$g'(1) = 1$$

(2

$$h'(x) = 12x^2 - 2x$$
$$h'(3) = 102$$
$$h'(0) = 0$$

(3

$$f'(x) = 3x^2 - 8x^3$$
$$f'(2) = 0$$
$$f'(-3) = -10$$

(4

$$m'(x) = -4x - 6$$
$$m'(0) = -6$$
$$m'(-3) = 6$$

(5

$$q'(x) = 3x^2 - 8x^3$$
$$q'(-1) = 11$$
$$q'(3) = -189$$

(6

$$t'(x) = 21x^6$$
$$t'(-1) = 21$$
$$t'(1) = 21$$

أوجد مشتقة كلِّ دالة مما يأتي:

(7 $f'(x) = 4x^3 + 30x^2 + 50x$

(8 $f'(x) = 5x^4 + 12x^3$

(9 $f'(x) = \frac{6}{5}\sqrt[5]{x}$

(10 $h'(x) = \frac{18}{x^7}$

(11 $p'(x) = -20x^4 + 18x^2 - 10x$

(12 $n'(x) = 15x^4 + 4x^3 - 6x^2$

(13 $r'(x) = \frac{-3x^2 + 2x + 6}{(x^2 + 2)^2}$

(14 $q'(x) = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

$= \frac{5}{2}\sqrt{x^3} - \frac{3}{2\sqrt{x}}$

15) فيزياء: $24\ m/s^2$

4-5 المساحة تحت المنحنى والتكامل

قرِّب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x)$ والمحور x، على الفترة المعطاة في كلٍّ مما يأتي باستعمال الطرف المعطى لمستطيلات عرض كل منها وحدة واحدة:

1) 22 وحدة مربعة

2) 10 وحدات مربعة

3) 108 وحدة مربعة

4) 95 وحدة مربعة

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x، والمعطى بالتكامل المحدد في كلٍّ مما يأتي:

5) $\frac{8}{3}$ وحدة مربعة

6) 430 وحدة مربعة

7) $\frac{14}{3}$ وحدة مربعة

8) 33 وحدة مربعة

9) تصميم وعمارة: 66.67 وحدة مربعة تقريباً

4-6 النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

1) $F(x)=x^4+C$

2) $F(x)=x^2+3x+C$

3) $F(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+C$

4) $F(x)=\frac{8}{3}x^3+x^2-3x+C$

احسب كل تكامل مما يأتي:

5) $8x+C$

6) $\frac{1}{2}x^4+3x^2+C$

7) $-x^6-\frac{2}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+C$

8) 21

9) 500

10) 9

11) فيزياء: 0.25 J

12) أعمال النجارة: 126 h